RİYAZİYYAT

DƏRSLİK





HEYDƏR ƏLİYEV

AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

SEVDA İSMAYILOVA
SAHİB ABDURAHİMOV

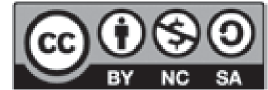
Ümumi təhsil müəssisələrinin 7-ci sinifləri üçün

RİYAZİYYAT

fənni üzrə

DƏRSLİK

© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International lisenziyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az saytında yerləşdirilmişdir. Bu nəşrdən istifadə edərkən lisenziyanın şərtləri qəbul edilmiş sayılır:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir.

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır.

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtləri ilə yayılmalıdır.

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi info@eastwest.az və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur. Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



ŞƏRQ-QƏRB

MÜNDƏRİCAT

BÖLMƏ 1. STATİSTİKA. EHTİMAL

BÖLMƏ 2. RASİONAL ƏDƏDLƏR

BÖLMƏ 3. PARALELLİK. PERPENDİKULYARLIQ

BÖLMƏ 4. BİRHƏDLİLƏR. ÇOXHƏDLİLƏR

BÖLMƏ 5. ÜÇBUCAQLAR

BÖLMƏ 6. MÜXTƏSƏR VURMA DÜSTURLARI

BÖLMƏ 7. FUNKSİYA

BÖLMƏ 8. XƏTTİ TƏNLİKLƏR SİSTEMİ

BÖLMƏ 9. ÜÇBUCAQLARIN KONQRUYENTLİYİ

BÖLMƏ 10. SİTUASİYA MƏSƏLƏLƏRİ



Dərslikdəki **QR kodlara** müraciət edərək mövzu ilə əlaqədar məlumat əldə edə bilərsiniz.

STATİSTİKA EHTİMAL

BÖLMƏ 1

Riyazi statistika riyaziyyatın bir bölməsidir. Statistik verilənlərin emalı, elmi və praktiki nəticələrin əldə olunmasına xidmət edən riyazi üsulları əhatə edir. Riyazi statistikanın əsasını ehtimal nəzəriyyəsi təşkil edir.

Hələ çox qədim zamanlarda uzunmüddətli müşahidələr nəticəsində insanlar istilərin erkən başlaması, soyuqların tez və ya gec düşməsi ilə bağlı müxtəlif "əlamətlərə" əsasən deyərdilər: "Bu yüz ildə (50 ildə, 10 ildə) bir dəfə baş verə bilən hadisədir". Bu elə təsadüfiliyə ədədi ölçü vermək, yəni "tezlik" anlayışından istifadə etmək təşəbbüsü idi.

XI–XVI əsrlərdə təsadüfilik dərəcəsini ədədlə, ölçü ilə səciyyələndirməyin mümkünlüyü fikri yaranmağa və beləliklə də, "təsadüfi hadisənin ehtimalı" anlayışı özünə yer tutmağa başladı.





Ətraf aləmdə baş verən hadisələri öyrənmək üçün əvvəl həmin hadisə haqqında məlumat toplanılır. → Toplanan məlumatlar təhlil və müxtəlif üsullarla təqdim edilir. → Hadisələrin baş-vermə ehtimalları hesablanır. → Toplanan və təqdim olunan məlumatlara əsasən proqnozlar verilir.

1 Məlumatın toplanması

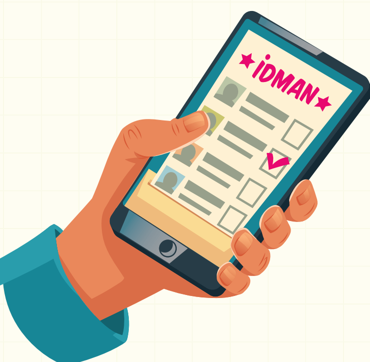
Hadisələri araşdırmaq onlar haqqında məlumat əldə etməklə başlanılır. Məsələn, hər gün havanın necə olacağını düşünürsünüz. Günün hava durumunu bilmək nə üçün vacibdir? Hava iqtisadiyyata və bütün ölkənin rifahına necə təsir edə bilər?

Hər hansı hadisə haqqında məlumat əldə etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə edilir: *müşahidə, təcrübə, sorğu* və s.

MÜŞAHİDƏ: Həkim xəstənin temperaturunu 8 saat ərzində hər 2 saatdan bir ölçür və aşağıdakı nəticələri alır: 39,5°, 39°, 38°, 37°. Temperaturun get-gedə düşdüyünü və normaya döndüyünü müşahidə edir.

TƏCRÜBƏ: Əkinçi müxtəlif növ buğda toxumlarının məhsuldarlığını yoxlamaq üçün onları 3 müxtəlif sahədə əkir. Cücərən toxumların sayına görə hansı növ buğdanın daha məhsuldar olduğunu müəyyən edir.

SORĞU: Hər hansı hadisəni öyrənmək üçün bu hadisəni aça biləcək sorğu anketi hazırlanır, suallar tərtib edilir. Sorğu aparılacaq insanlar müəyyənləşdirilir. Məsələn, şagirdlər arasında məktəbdə hansı idman növü üzrə dərnək yaradılması üçün sorğu keçirilir. Sorğunu aşağıdakı kimi tərtib etmək olar:



1. *Məktəbdə hansı idman növü üzrə dərnək yaradılmasını istəyirsiniz?*
2. *Bu dərnəyin yaradılmasına ehtiyac nədir?*
3. *Bu idman növünün yaradılması üçün avadanlıq varmı?*
4. *Dərnəyin hansı vaxtlarda təşkilini düzgün hesab edirsiniz?*

Müxtəlif üsullar tətbiq etməklə toplanılan məlumatlar daha sonrakı məqsədlər üçün istifadə olunacaq ilkin informasiyadır.

ÇALIŞMALAR





1. Həftəsonu internet səhifələrində “Arşın mal alan” filminə baxanların yaş kateqoriyası üzrə sayı aşağıdakı kimi qeyd edilmişdir:

Şənbə: 1105 nəfər yaşlı, 756 nəfər orta nəsil, 135 nəfər yeniyetmə.

Bazar: 984 nəfər yaşlı, 436 nəfər orta nəsil, 298 nəfər yeniyetmə.

Aşağıdakı sualları cavablandırın:

a) Hansı yaş qrupu nümayəndələri bu filmi daha çox xoşlayır?

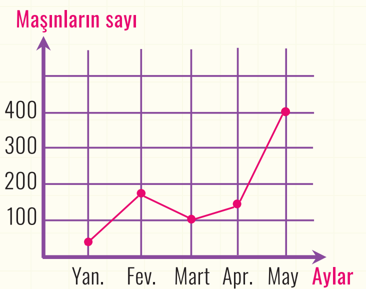
b) Həftəsonu bu filmə baxan yeniyetmələrin sayının digər şəxslərin neçə faizini təşkil etdiyini təxmini müəyyən edin.

2. Suallara cavab verməklə qrafikdə (şəkil 1) verilən məlumatı mətn şəklində yazın.

a) May ayında satılan maşınların sayı mart ayında satılan maşınların sayından nə qədər çoxdur?

b) Hansı ayda ən az maşın satılıb?

c) 5 ay ərzində nə qədər maşın satıldığını müəyyən edin.



ŞƏKİL 1

3. İdman mərkəzinin rəhbəri 35 nəfər yeniyetmə arasında onların sevimli məşğuliyyətləri haqqında sorğu keçirmiş və cədvəldə verildiyi kimi cavablar almışdır:

şahmat	rəsm çəkmək	futbol	rəqs	üzgüçülük	üzgüçülük	şahmat
dram dərnəyi	rəqs	basketbol	üzgüçülük	şahmat	voleybol	rəsm çəkmək
şahmat	üzgüçülük	futbol	rəqs	voleybol	üzgüçülük	üzgüçülük
rəsm çəkmək	basketbol	futbol	üzgüçülük	futbol	futbol	basketbol
basketbol	şahmat	rəsm çəkmək	futbol	üzgüçülük	rəqs	dram dərnəyi

Bu məlumatlara əsasən aşağıdakıları müəyyən edin:

a) Hər məşğuliyyətlə neçə nəfər yeniyetmə məşğul olur?

b) İdman mərkəzinin rəhbəri məhdud vəsait səbəbindən bir neçə proqramı ləğv etmək fikrindədir. Sizcə, o hansı proqramları ləğv edəcək? İzah edin.

4. Ardıcıl 7 gün ərzində Azərbaycanın bölgələrindəki hava durumu haqqında məlumat toplayın.

a) Mənbə kimi istifadə edəcəyiniz qəzeti və ya internet saytını müəyyən edin.

b) Mənbədən istifadə etməklə 10 şəhər və rayonun hava durumu haqqında əldə etdiyiniz məlumatı qeyd edin.

c) Müşahidə aparılan 7 gün ərzində ən yüksək və ən aşağı temperaturu müəyyən edin.

d) 8-ci gün həmin bölgələrin hər birində havanın necə olacağını söyləyə bilərsinizmi?



5. Məlumat cədvəldə (şəkil 2) təqdim edilmişdir.

a) Zəngəzur dağlarında orta illik yağıntının miqdarı Kür-Araz ovalığındakı yağıntıdan 10% azdır. Zəngəzur dağlarında orta illik yağıntının miqdarını müəyyən edin.

b) Cədvəldə Azərbaycana aid yerlərdə orta illik yağıntı neçə millimetrdir?

c) Havay adaları və Atakama səhrasında orta illik yağıntının miqdarı nə qədərdir?

d) Şuşadakı orta illik yağıntı miqdarı Talış dağlarının ətəklərindəki yağıntının miqdarının hansı hissəsini təşkil edir?

Ərazi	İllik yağıntının miqdarı
Abşeron yarımadası	300 mm
Naxçıvan MR	900 mm
Talış dağlarının ətəkləri	1500 mm
Kür-Araz ovalığı	400 mm
Zəngəzur dağları	? mm
Şuşa	800 mm
Havay adaları	12000 mm
Cənubi Amerika Atakama səhrası	5 mm

ŞƏKİL 2

2 Məlumatın təqdimatı

Məlumatların sonrakı addımlarda əlverişli istifadəsi üçün onların münasib təqdim olunması vacibdir. Bu səbəbdən məlumatı təqdimetmənin daha əlverişli müxtəlif üsullarından istifadə olunur.

I. CƏDVƏL ŞƏKLİNDƏ TƏQDİMETMƏ

Məlumatı cədvəl şəklində təqdim etmək əlverişli hesab edilir və mətn şəklində verilmiş məlumata nisbətən cədvəl şəklində verilmiş məlumatı oxumaq daha asandır. Hadisələrin baş verməsinin sayına görə tezlik cədvəlləri qurulur.

Tezlik cədvəli – hadisənin təkrarlanma sayının cədvəl şəklində təqdim edilməsidir.

MİSAL: Cədvəldə verilmiş məlumata əsasən ailə üzvlərinin sayına görə tezlik cədvəli qurun.

Polad Həşimov küçəsi, ev 16-dakı mənzillərdə yaşayan ailə üzvlərinin sayı:	6	3	3	2	2	5	6	5	5	4	3	1
	4	4	3	5	4	2	1	4	5	6	6	4
	3	2	3	3	4	5	3	6	6	2	1	1

Tezlik cədvəlinə əsasən müəyyən edin:

a) Ailə üzvlərinin sayı 3 nəfərdən çox olan neçə mənzil var?

b) Ailə üzvlərinin sayı 1 nəfər olan mənzillərin sayı ailə üzvlərinin sayı 5 nəfər olan mənzillərin sayının hansı hissəsini təşkil edir?

HƏLLİ: Göründüyü kimi, cədvəldə verilən məlumat qarışıqdır. Bu məlumatı şəkil 3-dəki kimi tezlik cədvəlində təqdim etmək daha əlverişlidir.

a) Ailə üzvlərinin sayı 3 nəfərdən çox olan mənzillərin sayı: $7 + 6 + 6 = 19$ mənzil;

b) Ailə üzvlərinin sayı 1 nəfər olan 4 mənzil, ailə üzvlərinin sayı 5 nəfər olan 6 mənzil var. Onda $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ olar.

Ailə üzvlərin sayı	Mənzillərin sayı
1 nəfər	4 mənzil
2 nəfər	5 mənzil
3 nəfər	8 mənzil
4 nəfər	7 mənzil
5 nəfər	6 mənzil
6 nəfər	6 mənzil

ŞƏKİL 3

ÇALIŞMALAR

1. Kommunal xidmətlər. A şəhərində iyun ayı ərzində kommunal xidmətlərlə əlaqədar müraciət edilən zənglərə aid məlumatı tezlik cədvəli (şəkil 4) şəklində yazın. Zənglər sayını on-on intervallarda qruplaşdırın. Zənglər sayına görə günlər üçün zənglər cədvəlini araşdırmaqla aşağıdakı suallara cavab verin:

İyun ayı ərzində gündəlik kommunal xidmətlərlə əlaqədar müraciət olunan zənglərin sayı:	32	7	11	40	13
	21	44	51	37	48
	29	54	28	38	20
	3	5	29	36	0
	35	35	8	45	43
	10	24	6	56	15

a) Neçə gün 20-dən çox zəng qəbul edilmişdir?

b) 40-dan az zəng qəbul edilən günlərin sayı bütün günlərin sayının neçə faizini təşkil edir?

c) 50-dən çox zəng qəbul edilən günlərin sayı 10-dan az zəng qəbul edilən günlərin sayından neçə dəfə azdır?

Kommunal xidmətlər	
0-9	?
10-19	?
20-29	?
30-39	?
...	...

ŞƏKİL 4

2. Nəşriyyat: Aşağıda təqdim edilən jurnalların dövriyyə məlumatlarından istifadə edərək sualları cavablandırın:

a) Tirajı 5000-dən çox olan jurnalların sayı tirajı 5000-dən az olan jurnalların sayının neçə faizini təşkil edir?

b) Tirajı 4 mindən 8 minə qədər olan jurnalların sayı bütün jurnalların sayının neçə faizini təşkil edir?

c) Bu məlumatı intervallarla verilmiş cədvəl şəklində təqdim etmək olarmı? Əgər siz verilən məlumatı intervallarla təqdim etmək istəsəniz, hansı intervalı istifadə edərsiniz?



Azərbaycanda çap olunan jurnalların illik tirajı

Jurnalın adı	Tiraj	Jurnalın adı	Tiraj
"Azərbaycan"	7560	"Azərbaycanın vergi jurnalı"	3000
"Azərbaycan qadını"	5330	"Ailə və sağlamlıq"	2500
"Azerbaijan International"	6700	"Göyərçin"	3500
"Dədə Qorqud"	3500	"Bioqrafiya"	3000
"Dünya ədəbiyyatı"	4200	"Kirpi"	5100

3. Fiziki tərbiyə: İdman sağlamlıq mərkəzinin cədvəldə (şəkil 5) verilmiş məlumatlarından istifadə edin:

a) Məlumata uyğun saat sayının tezlik cədvəlini qurun.

b) Üzvlərin neçə faizi məşq etməyə, ən az, 5 saat sərf etmişdir?

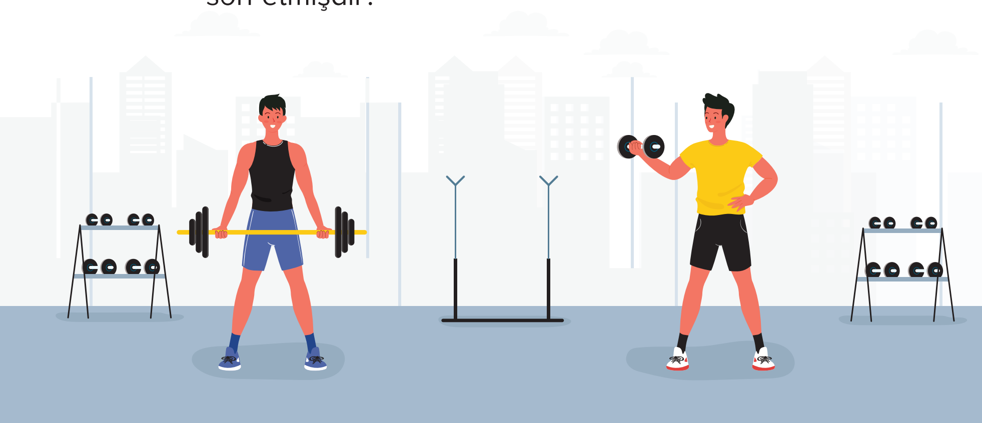
c) Məşqlərə ən çox vaxt (7 saat) sərf edən üzvlərin sayı digər üzvlərin sayından neçə faiz azdır?

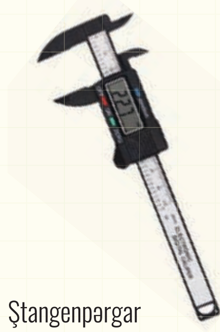
d) Məşqçilərin neçə faizi mərkəzdə 3 saatdan 5 saata qədər vaxt sərf etmişdir?

İdman sağlamlıq mərkəzi üzvlərinin (20 nəfər) həftə ərzində mərkəzdə məşq etdiyi saatların sayı:

4	0	5	7	3
7	2	6	1	6
5	3	0	2	2
5	3	5	5	7

ŞƏKİL 5




Ştangenpərgar

Zəfər tarixi

Azərbaycan Respublikasının ərazi bütövlüyünün bərpa edilməsi uğrunda aparılan Vətən savaşında şanlı ordumuz hərb tarixinə düşən yeni döyüş taktikasından istifadə etdi. Vətən Müharibəsi adlandırdığımız bu savaş dünya tarixində "Dron müharibəsi" kimi də yadda qalacaqdır.

4. Ölçmə: Bir neçə şagird polad lövhənin qalınlığını ştangenpərgar vasitəsilə ölçərək mində bir dəqiqliklə aşağıdakı nəticələri əldə etdilər. Ədədlər düymlə verilmişdir: (1 düym ≈ 2,54 sm)

0,367	0,369	0,372	0,373	0,365	0,370	0,371
0,368	0,366	0,371	0,37	0,366	0,376	0,366
0,374	0,369	0,375	0,369	0,375	0,373	0,371
0,370	0,364	0,367	0,372	0,372	0,368	0,374

a) Alınan ədədləri santimetrlə ifadə edin (kalkulyatordan istifadə edin).

b) Məlumatları tezlik cədvəlində təsvir edin.

c) Hər bir ədəddən böyük və ya kiçik olan ədədləri söyləyin.

d) 0,365 düymdən böyük və 0,374 düymdən kiçik ədədlərin sayı bütün ədədlərin sayının neçə faizini təşkil edir?

5. Bir neçə pilotsuz uçan aparat (dron) haqqında məlumatın verildiyi cədvəldən istifadə edərək aşağıdakı sualları cavablandırın:

PUA	Bayraktar Akıncı	Orbiter 2	Aerostar	Hermes 450
Qanad açılışı	20,6 m	3 m	7,5 m	10,50 m
Öz uzunluğu	12,5 m	1 m	4,5 m	6,10 m
Hündürlüyü	4,1 m	1,3 m	1,3 m	1,80 m
Maksimum kütlə	5500 kq	8,5 kq	215 kq	450 kq

a) Bayraktar Akıncı ilə Hermes 450-nin qanadlarının açılışı arasındakı fərq nə qədərdir?

b) Bayraktar Akıncının qanad açılışının öz uzunluğuna nisbətini tapın və alınan ədədi onda birə qədər yuvarlaqlaşdırın.

c) Əgər siz Hermes 450-nin modelini onun həqiqi ölçülərinin 0,5 metrini 2 sm qəbul etməklə düzəltmək istəsəniz, sizin modelin uzunluğu nə qədər olar? Cavabı tama qədər yuvarlaqlaşdırın.

d) 3-cü bənddə verilən miqyasla düzəldilən Aerostar modelinin qanad açılışı neçə santimetr olar?



II. DİAQRAM ŞƏKLİNDƏ TƏQDİMETMƏ

Əldə olunmuş məlumatları müxtəlif üsullarla təqdim etmək mümkündür. Onlardan ən çox istifadə olunan **diaqramlardır**.

Məlumatın həndəsi fiqurlar vasitəsilə təsvir edilməsi DİAQRAM adlanır. Diaqramın müxtəlif növləri var: *sütunlu diaqram* (şəkil 6), *dairəvi diaqram* (şəkil 7), *qrafik* (şəkil 9), *piktoqram* (şəkil 11) və s. Sütunlu diaqramda, barqrafda, histoqramda həndəsi fiqur kimi düzbucaqlıdan, dairəvi diaqramda isə dairədən istifadə olunur. Bu təsvirlərdən hansının istifadəsinin müqayisə üçün daha əlverişli olması isə məlumatın xarakterindən asılıdır.

Sütunlu diaqramın növləri olan barqraf və histoqramda məlumata uyğun qurulmuş düzbucaqlıların hündürlükləri müqayisə edilir.

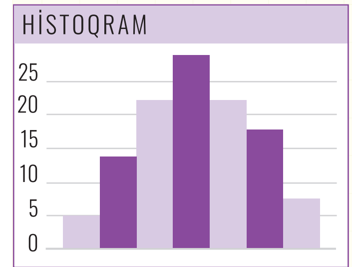
BARQRAF məlumatın birsütunlu təsviridir. Barqrafda sütunlar arasında məsafə qoyulur.

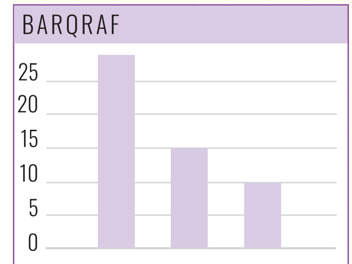
HİSTOQRAM birsütunlu və ya bir neçə sütunlu olur. Məlumat intervallara görə verildikdə birsütunlu histoqramdan istifadə edilir. Məlumatda eyni istiqamətdə bir neçə kateqoriya müqayisə edilirsə, qruplaşdırılmış sütunlarla təsvir edilən histoqramdan istifadə edilir.

QRAFİK və ya xətti qrafik məlumata uyğun qurulmuş nöqtələrin ardıcıl olaraq xətt vasitəsilə birləşməsidir.

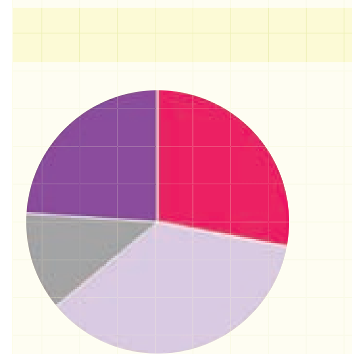
PİKTOQRAM məlumatın rəsm vasitəsilə təsviridir.

Diaqramların bu növlərini nümunə ilə təqdim edək.





ŞƏKİL 6



ŞƏKİL 7

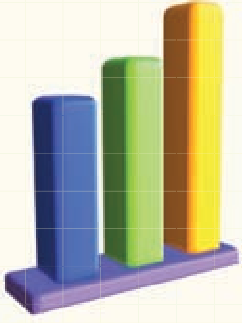
MİSAL 1: Televiziyada məktəblilər üçün hazırlanmış 3 məşhur veriliş şagirdlərin diqqətini daha çox cəlb edir:

1. "Sevimli riyaziyyat müəllimi".
2. "Çətin həll edilən riyazi məsələlər".
3. "Məchullar".

25 şagird arasında "Bu verilişlərdən hansını xoşlayırsınız?" sualı ilə sorğu keçirildi. Əldə olunan məlumatlar cədvəldəki kimidir:

Verilişin adı	Verilişi seçən şagirdlərin sayı	Bütün şagirdlərin sayına görə nisbət	Nisbətin onluq kəsr şəklində yazılışı	Bütün şagirdlərin sayına görə faiz
"Sevimli riyaziyyat müəllimi"	9	$\frac{9}{25}$	0,36	36%
"Çətin həll edilən riyazi məsələlər"	6	$\frac{6}{25}$	0,24	24%
"Məchullar"	3	$\frac{3}{25}$	0,12	12%
Heç biri	7	$\frac{7}{25}$	0,28	28%

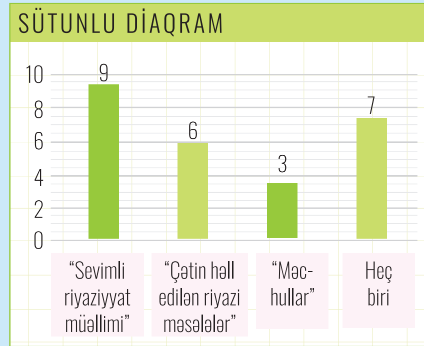
Cədvəldəki məlumata uyğun sütunlu diaqram, qrafik və dairəvi diaqram quraq.



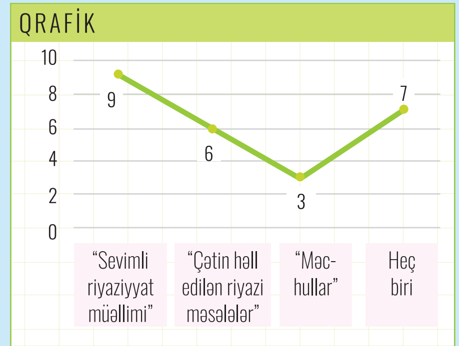
SÜTUNLU DİAQRAM (BARQRAF) (şəkil 8) qurmaq üçün aşağıdakı mərhələləri icra edək:

- *Düzbucaqlı koordinat sisteminin üfüqi oxu üzərində verilişlərin adını qeyd edək.*
- *Şaquli ox üzərində isə 0-dan 10-a qədər (şagirdlərin sayı bu ədədlər arasında yerləşir) tam ədədləri bərabər bölgülərlə qeyd edək.*
- *Hər verilişə baxan şagird sayını sütun şəklində təsvir edək.*

Sütunların görünüşünə görə onları müqayisə etmək çox asandır, deyilmi? Fikirlərinizi söyləyin.



ŞƏKİL 8



ŞƏKİL 9

QRAFİK QURMAQ (şəkil 9) üçün eyni düzbucaqlı koordinat sistemində 9, 6, 3 və 7 ədədləri verilişlərin adına uyğun olaraq nöqtə kimi qeyd edilir və ardıcıl olaraq parçalarla birləşdirilir.

DAİRƏVİ DİAQRAMIN qurulması:

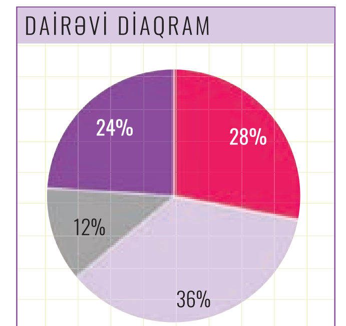
Dairəvi diaqramda hər verilən məlumat dairə daxilində sektorlarla təsvir edilir. Hər sektor məlumata uyğun ədədin dairədə tutduğu hissəni əks etdirir.

Hazırlıq mərhələsi:

1. Verilənlərin cəmi tapılır: $(9+6+7+3=25)$.
2. Cəmə daxil olan hər ədədin cəmin hansı hissəsini təşkil etdiyi müəyyən edilir: $(9:25=0{,}36=36\%$, $7:25=0{,}28=28\%$, $3:25=0{,}12=12\%$, $6:25=0{,}24=24\%)$.
3. Hər hissəyə uyğun mərkəzi bucaq müəyyən edilir (bunun üçün $360°$ hissə göstərən ədədə vurulur. Məsələn: $360°\cdot 0{,}36\approx 130°$ və s.).

Qurma mərhələsi:

1. Hər hansı radiusa malik dairə çəkilir.
2. Mərkəzi bucaqlar qurulur (transportirlə).
3. Hər mərkəzi bucağa uyğun sektor müxtəlif rənglərlə rənglənir.
4. Əlavə olaraq hər rəngin hansı ədədə uyğun olduğu qeyd edilir.



ŞƏKİL 10

Göründüyü kimi, toplanmış məlumatı sütunlu, dairəvi diaqramlarda və ya qrafiklə təqdim etməklə nəticələri müqayisə etmək daha əyanidir. Bu məlumatları digər üsullarla da təsvir etmək olar.

MİSAL 2: Sinif şagirdləri arasında sevimli musiqi növünün seçilməsi haqqında məlumatlar toplanmışdır. Bu məlumatları **piktoqram** (şəkil 11) vasitəsilə təqdim edək:

Şəkildəki piktoqramda sinif şagirdlərindən neçəsinin hansı musiqini sevməsi haqqında məlumat təqdim edilib?

- Piktoqramda neçə şagird təsvir edilib?
- Neçə şagird muğamı xoşlayır?
- Əgər hər simvol 3 şagirdi əks etdirsə idi, neçə şagirdin estrada musiqisini xoşladığını söyləmək olardı?
- Sizcə, bu piktoqramda bir simvolun 3 nəfəri əks etdirməsi uğurlu sayıla bilərmi? Nə üçün?
- Əgər rok musiqi növünü seçən şagirdlərin sayı 50 nəfər olsa idi, bir simvolun 2 nəfəri əks etdirməsi ilə təsvir edilən piktoqram necə alınardı? Cavabınızı izah edin.

Sevimli musiqi növünün araşdırılması ilə bağlı məlumatı **barqrafın** (şəkil 12) köməyi ilə də təqdim edək:

- Barqrafı qurarkən şaquli ox üzərində miqyası necə seçdiniz?
- Barqrafdakı yığımların ən son nöqtələrini düz xətt parçaları ilə birləşdirərək qrafik qurun. “Ən sevimli musiqi növü” kimi məlumatı təqdim etmək üçün hansı təqdimetmə üsulu daha əlverişli oldu?

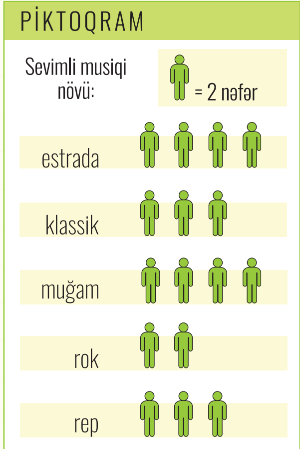
Piktoqram və barqraf arasında olan oxşar və fərqli cəhətləri izah edin.

MİSAL 3: Məşhur ingilis yazıçısı Vilyam Şekspirin “Hamlet” əsərinə çəkilmiş filmə 3 ay ərzində kişi və qadın tamaşaçıları arasında baxış sayı cədvəldə təqdim edilib.

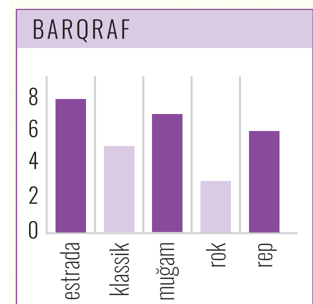
Aylar	Kişi sayı	Qadın sayı
May	56	42
İyun	38	67
İyul	44	50

Verilənlərə görə qruplaşdırılmış **histoqram** (şəkil 13) quraq:

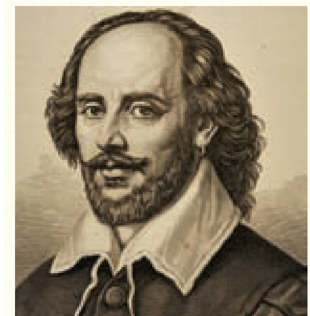
- Üfüqi ox üzərində ayların adı bərabər məsafələrdə qeyd edilir.
- Şaquli ox üzərində 1-dən 100-ə qədər ədədlər 10–10 olmaqla bərabər məsafələrdə qeyd edilir.
- Hər ayda olan baxış sayı düzbucaqlılarla təsvir edilir (kişi və qadınların sayına uyğun düzbucaqlılar müxtəlif rənglə təqdim edilərsə, müqayisə daha əyani olar).
- Diaqramdan istifadə edərək verilmiş aylarda filmə baxılma sayını kişi və qadınların sayına görə müqayisə edin.

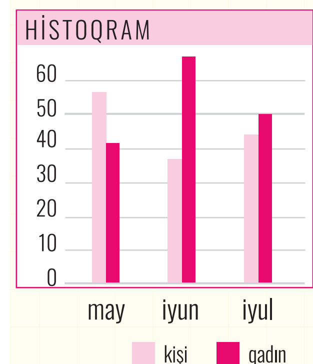


ŞƏKİL 11



ŞƏKİL 12


VİLYAM ŞEKSPİR



ŞƏKİL 13



ŞƏKİL 14

ÇALIŞMALAR

1. Alma bağında 20 ağac var. Payızda alma ağaclarından aşağıdakı kütlədə məhsul götürüldü:

110 kq	91 kq	112 kq	89 kq	90 kq	84 kq	72 kq	95 kq	108 kq	95 kq
102 kq	89 kq	107 kq	88 kq	115 kq	112 kq	118 kq	125 kq	85 kq	77 kq

Nümunəyə uyğun olaraq cədvəli tamamlayın və suallara cavab verin.

	70–79 kq	80–89 kq	90–99 kq	100–109 kq	110–119 kq	120–129 kq
Verilmiş intervalda ağacların sayı	2	?	?	?	?	?
Bütün ağacların sayına faiz nisbəti	$2:20=0,1=10\%$	?	?	?	?	?

1) Məhsulun kütləsi:

a) 100 kq-dan az olan; **b)** 120 kq-dan az olan neçə ağac var?

2) Kütləsi 90 kq-dan az olan ağaclar bütün ağacların neçə faizini təşkil edir?

3) Üçüncü sütunun nəticələrinə əsasən histoqram qurun.

Vaxt (dəqiqə)	Fəhlələrin sayı
0–59	2
60–119	3
120–179	7
180–239	28
240–299	25
300–360	11

ŞƏKİL 15

2. Cədvəldə (şəkil 15) fəhlələrin iş vaxtı verilmişdir.

a) İş vaxtı 2 saatdan az olan fəhlələrin sayı neçə nəfərdir?

b) İş vaxtı 5 saatdan çox olan fəhlələrin sayı neçə nəfərdir?

c) Cədvələ əsasən qrafik qurun. Bunun üçün absis oxunun vaxtı, ordinat oxunun isə fəhlələrin sayını əks etdirdiyi düzbucaqlı koordinat sistemi çəkin və orada qurulmuş nöqtələri ardıcıl əyri xətlə birləşdirin. Qrafikə əsasən fikirlərinizi söyləyin.

Nəqliyyat növü	Şagirdlərin sayı	Ümumi saya nisbət
avtobus	23	0,5
minik avtomobili	6	?
el. qatarı	1	?
piyada	10	?
metro	1	?
velosiped	5	?
cəmi	46	?

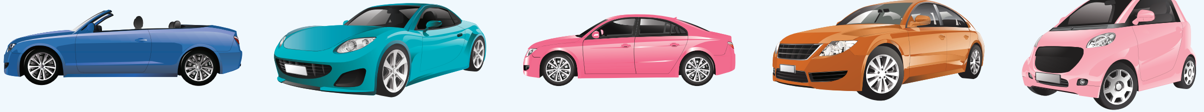
ŞƏKİL 16

3. Məktəbə gələn 7-ci sinif şagirdləri müxtəlif nəqliyyat növündən istifadə edirlər. Onların sayı cədvəldə (şəkil 16) verildiyi kimi paylanmışdır.

a) Cədvəlin 3-cü sütununu tamamlayın. Cədvəlin ikinci sütununda verilən məlumatları sütunlu diaqram şəklində, üçüncü sütunda verilən məlumatları isə qrafik şəklində təsvir edin.

b) Avtobus və minik avtomobilindən istifadə edən şagirdlərin sayı bütün şagirdlərin sayının neçə faizini təşkil edir?

c) Metro və qatardan istifadə edən şagirdlərin sayı avtobusdan istifadə edən şagirdlərin sayının neçə faizini təşkil edir?



4. **İlin avtomobili:** “Avtomobil” jurnalı yeni avtomobillərin reytinq sistemindən istifadə edərək onların qiymətləndirilməsini həyata keçirir və ən yüksək bal toplayan avtomobilə “İlin avtomobili” adını verir. Bu dəfə 5 yeni avtomobil qiymətləndirilmiş və onların reytinqi cədvəldə (şəkil 17) verilmişdir.

Avtomobil	Təhlükəsizlik təminatı (T)	Yanacağa qənaət (Y)	Xarici görünüş (G)	Salonun rahatlığı (R)	Reytinqi
I	3	1	2	3	
II	2	2	2	2	
III	3	1	3	2	
IV	1	3	3	3	
V	3	2	3	2	

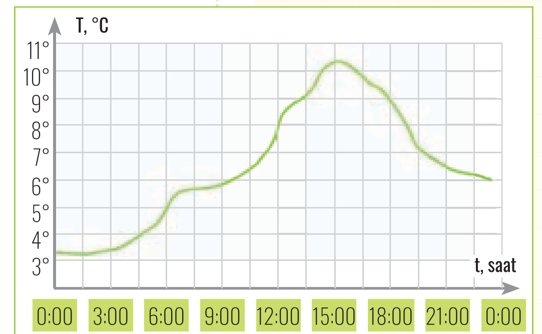
ŞƏKİL 17

Avtomobillərin reytinqini qiymətləndirmək üçün jurnal $Q = 3T + Y + G + R$ düsturundan istifadə edir.

a) Hər avtomobilin reytinqini müəyyən edin və verilmiş cədvəlin sonuncu sütununda qeyd edərək “İlin avtomobili”ni müəyyən edin.

b) I avtomobil istehsalçısı hesab edir ki, onun reytinqi düzgün qiymətləndirilməyib. I avtomobilin reytinqinin ən yüksək olması üçün verilmiş düsturda əmsalları necə dəyişərsiniz? $Q = \blacksquare \cdot T + \blacksquare \cdot Y + \blacksquare \cdot G + \blacksquare \cdot R$

5. Şəkil 18-də gün ərzində havanın temperaturunun dəyişməsi qrafiki verilmişdir. Gün ərzində olan ən yüksək temperaturla ən aşağı temperaturun neçə dərəcə Selsi olduğunu aydınlaşdırın.



ŞƏKİL 18

6. **Qiymətləndirmə:** İmtahan verən 50 tələbənin topladığı ballar əsasında məlum olub ki, onların heç birinin balı 450-dən az deyil. Əldə olunan məlumatı cədvəl şəklində təqdim etmək üçün intervallar aşağıdakı kimi seçilib: [450, 500), [500, 550), … , [650, 700].

Əgər 12 tələbənin balı [450, 500) intervalına, 16 tələbənin balı [500, 550) intervalına, 10 tələbənin balı [550, 600) intervalına, 8 tələbənin balı [600, 650) intervalına aiddirsə, onda:

a) 500-dən az bal toplayan tələbələrin sayı;

b) [500, 550) intervalına düşən tələbələrin sayı;

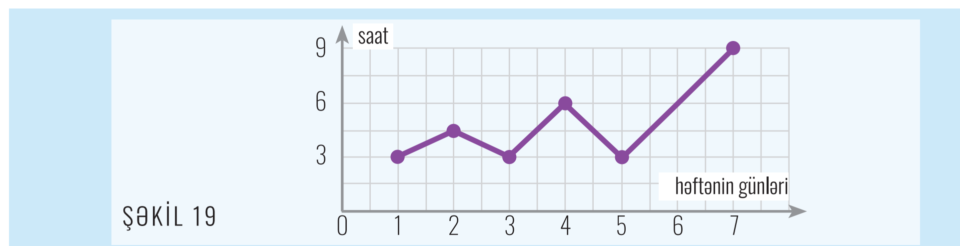
c) 550-dən az bal toplayan tələbələrin sayı;

d) 650-dən az bal toplayan tələbələrin sayı

bütün tələbələrin sayının neçə faizidir?

QEYD: Tezlik cədvəlindən istifadə edin.

7. Şagirdin həftəlik dərs oxumağa sərf etdiyi vaxt xətti diaqramla (şəkil 19) verilmişdir. Onun cüt günlərdə dərsə sərf etdiyi müddət həftəlik dərsə sərf etdiyi müddətin hansı hissəsini təşkil edir?



ŞƏKİL 19

8. Yer kürəsindəki qitələrin sahəsi aşağıdakı cədvəl şəklində təqdim edilmişdir. Müəyyən hesablamalar apararaq cədvəli tamamlayın (hesablamaları kalkulyatorla yerinə yetirin). Cədvəldəki məlumatlardan istifadə edərək dairəvi diaqram qurun.



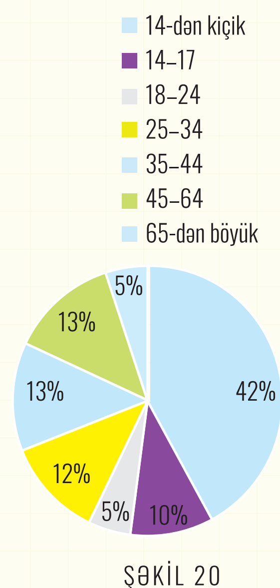
Qitənin adı	Sahəsi (mln. km^2)	Hissə	Faiz (%)	Mərkəzi bucaq (dərəcə)
1. Avropa	11,5	$11{,}5:150\approx0{,}07$	$0{,}07\cdot100\%=7$	$360\cdot0{,}07=28$
2. Asiya	43,4			
3. Amerika	30,3			
4. Afrika	42			
5. Avstraliya	8,7			
6. Antarktida	14,1			
Cəmi	150			

9. Şəhərdə fəaliyyət göstərən müxtəlif müəssisələrdə istifadə olunan kompüterlərə antivirus proqramının yüklənməsi ilə bağlı sorğu keçirilib. Aşağıda göstərilmiş cədvəldə sorğunun nəticələri faizlə göstərilib:

Müəssisənin antivirus proqramından istifadəsi	Faiz %
Bəzi kompüterlərə antivirus yüklənib.	12
Bütün kompüterlərə antivirus yüklənib.	59
Gələcək 12 ay ərzində yüklənməsi nəzərdə tutulur.	20
Antivirus proqramına ehtiyac yoxdur.	9

a) Cədvəldəki məlumata əsasən sütunlu və dairəvi diaqram qurun.
b) Hansı diaqram verilmiş məlumatı daha dolğun təsvir edir?
c) Sizcə, məlumatın hansı diaqramla verilməsi daha əlverişlidir?

10. İdman: İdman ayaqqabılarına üstünlük verən insanların sayı yaş qruplarına görə dairəvi diaqramda (şəkil 20) faizlə verilmişdir.
a) Hansı iki yaş qrupuna aid insanların sayı bütün idman ayaqqabısı istifadəçilərinin təqribi 50%-ni təşkil edir?
b) Hansı iki yaş qrupuna aid insanların sayı bütün idman ayaqqabısı istifadəçilərinin dörddə birini təşkil edir?
c) Bu məlumatı daha hansı üsulla təqdim etmək olar?



ŞƏKİL 20

11. Sizcə, aşağıdakılardan hansı məlumatı dairəvi diaqramla təqdim etmək əlverişli deyil? Cavabınızı izah edin.

a) Yeniyetmələr arasında aparılan sorğuya əsasən könüllülük fəaliyyətinə daha çox cəlb edilənlərin sayının müəyyən edilməsi;

b) Ev tapşırıqlarının həll edilməsinə kömək edən valideynlərin sayının müəyyən edilməsi;

c) Azərbaycanda ən dadlı beş yemək növünün araşdırılması;

d) "İnsanlar niyə idman edirlər?" məsələsinin araşdırılması.

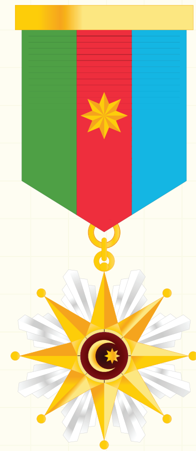
12. Hərbi qüvvələr: Vətən Müharibəsi Qəhrəmanı adı alan 83 nəfərdən 36 nəfəri Xüsusi Təyinatlı Qüvvələrin, 21 nəfəri Quru Qoşunlarının, 12 nəfəri Sərhəd Qoşunlarının, 7 nəfəri Hərbi Hava Qüvvələrinin, 4 nəfəri Daxili Qoşunların, 2 nəfəri isə Hərbi Dəniz Qüvvələrinin hərbi qulluqçusudur. Digər 1 hərbi qulluqçunun xidmətdə olduğu silahlı dəstə isə gizli saxlanılır.

a) Məlumata əsasən cədvəl tərtib edin.

b) Verilən sayları faizlə ifadə edin.

c) Məlumata uyğun piktoqram və dairəvi diaqram qurun.

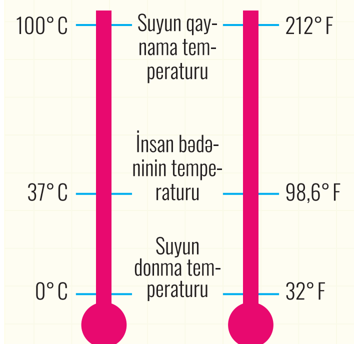
d) Hansı təqdimatın müqayisə üçün daha əlverişli olduğunu deyin.


VƏTƏN MÜHARİBƏSİ QƏHRƏMANI MEDALI

Farengeytin nə olduğunu bilirsinizmi?

Temperatur, əsasən, dərəcə Selsi (° C) ilə, bəzən isə Farengeyt (° F) ilə ölçülür. Temperaturun bu iki ölçü vahidləri arasında əlaqə vardır:

- Selsi Farengeytə çevrildikdə: $F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$ düsturundan,
- Farengeyt Selsiyə çevrildikdə: $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$ düsturundan istifadə edilir.



MİSAL 1: 25° C-ni Farengeytə çevirin.

HƏLLİ: Selsini Farengeytə çevirmək üçün: $F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$ düsturundan istifadə edək: C = 25 götürülür: $F = \frac{9}{5} \cdot 25 + 32 = 77°F$.

Cavab: 77° F.

MİSAL 2: 68° F-i Selsiyə çevirin.

HƏLLİ: Farengeyti Selsiyə çevirmək üçün $C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$ düsturundan istifadə edək: F = 68 götürülür, $C = \frac{5}{9} \cdot (68 - 32) = 20°C$.

Cavab: 20°C.

İngiltərə və Amerika Birləşmiş Ştatlarında temperaturu ölçmək üçün Farengeyt şkalasından istifadə edilmişdir. $0°C = 32°F$, $100°C = 212°F$ olduğu qəbul edilib. Farengeyt şkalasının hər bölgüsü $1°F = \frac{1}{180}$ götürülür. Burada $180°F = 212°F - 32°F$. Yəni $1°F$ vahidi suyun qaynama temperaturu ilə donma temperaturu arasındakı fərqə bölməklə alınır. Farengeyt şkalası 1724-cü ildə alman fiziki Daniel Qabriel Farengeyt tərəfindən təklif olunmuşdur.

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıda verilmiş dərəcələrin Farengeyt qiymətini müəyyən edin:

a) 60°C; b) 15°C; c) 50°C; d) 30°C; e) 55°C;
f) 63°C; g) 5°C; h) 53°C; k) 47°C; m) 122°C.

2. Aşağıda verilmiş dərəcələrin Selsi qiymətini müəyyən edin:

a) 41°F; b) 113°F; c) 59°F; d) 149°F; e) 239°F;
f) 194°F; g) 95°F; h) 104°F; k) 80°F; m) 34° F.

3. Azərbaycanın bəzi şəhər və rayonlarında yanvar ayı üçün havanın temperaturu aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Cədvəli tamamlayın və müəyyən edin:

a) Şuşa ilə Bakı şəhərlərinin temperaturları neçə Farengeyt fərqlənir?

b) Bu şəhərlərdə yanvar ayında orta temperatur neçə Farengeyt olmuşdur?

	Bakı	Gəncə	Şuşa	Mingəçevir	Şəki	Ağdam
°C	14		20		16	
°F		64,4		75,2		62,6

4. **Temperaturun artması:** Qlobal istiləşmə üzrə araşdırmalara əsasən alimlər bildirirlər ki, növbəti 60–70 il ərzində orta temperatur 4°F və 9°F arta bilər. Bu o deməkdir ki, məsələn, yanvar ayı üçün orta temperatur 65°F əvəzinə, 69°F-dən 74°F-ə qədər çata bilər. Yanvar ayı üçün alimlərin söylədikləri orta temperatur neçə dərəcə Selsi ola bilər?

5. Kalkulyator vasitəsilə Selsinin Farengeytə və ya Farengeytin Selsiyə çevrilməsi aşağıdakı kimi aparılır:

1. 60° C = ? $9 \div 5 \times 60 + 32 = 140$
2. 140° F =? $140 - 32 = 108 \times 5 \div 9 = 60$

Kalkulyator vasitəsilə bərabərlikləri tamamlayın:

a) 32° C = ? F; b) 70° C = ? F;
c) 99° F = ? C; d) 159° F = ? C.

6. Nərgizin əlindəki qabda olan mayenin temperaturu 90°F-dir. O istəyir ki, bu mayenin temperaturu 5°C artsın. Artdıqdan sonra mayenin temperaturu neçə Farengeyt olar?

7. 86°F = 30°C olduğu məlumdur. 43°F = 15°C olduğunu söyləmək olarmı? Fikirlərinizi əsaslandırın.

BÖLMƏ 1

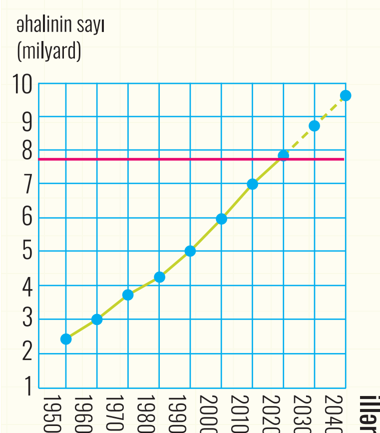
3 Proqnozlaşdırma

İnsanlar hər sahədə gələcək işlərini planlaşdırmaq üçün hadisələri diqqətlə izləyir və müəyyən nəticələr əldə edirlər. Bu və ya digər hadisənin gələcəkdə baş verməsinin təxmin edilməsi vacib məsələdir və hər dövrdə insanların diqqətini cəlb etmişdir.

Proqnoz hər hansı hadisənin gələcək vəziyyəti haqqında verilmiş fərziyyədir. Proqnoz sözü yunan dilində *"pro"* – irəli; *"gnosis"* – bilik sözlərinin birləşməsi olan "prognosis" sözündən götürülüb, "əvvəlcədən görmə" mənasını verir.

Proqnozlaşdırma elmi metodlar əsasında məlumatın emalı və proqnozun əldə edilməsi prosesidir. Proqnozun mütləq həyata keçəcəyini söyləmək mümkün olmasa da, proqnozlaşdırma insan fəaliyyətinin planlaşdırılmasında mühüm mərhələ hesab edilir. Proqnozlaşdırma əsasında müxtəlif müddətləri əhatə edən proqramlar (planlar) işlənib hazırlanır.

ARAŞDIRMA: Xətti qrafik (şəkil 21) dünya əhalisinin 1950-ci ildən 2020-ci ilə qədər olan sayını əks etdirir.



ŞƏKİL 21

Xətti qrafikdən istifadə etməklə aşağıdakı sualları cavablandıra və proqnozları verə bilərik:

a) 1950-ci ildə dünya əhalisi neçə milyard olub?
Qrafikə görə 1950-ci ildə təqribi 2,5 milyard nəfər olub.

b) Əhalinin sayı hər 10 il ərzində necə dəyişib?
Burada hər 10 il üçün dəyişməni təqribi müəyyən edirik. Dünya əhalisinin sayı:
- 1950-ci ildən 1960-cı ilə qədər təqribən 0,5 milyard artmışdır.
- 1970-ci ildən 1980-ci ilə qədər təqribi 0,4 milyard artmışdır.
- 1990-cı ildən 2000-ci ilə qədər təqribi 1 milyard artmışdır.
- 2010-cu ildən 2020-ci ilə qədər təqribi 0,9 milyard artmışdır.

c) 2020-ci ildə dünya əhalisi neçə milyard olub?
2020-ci ildə dünya əhalisi 7,8 milyard olmuşdur.

Proqnozlar:

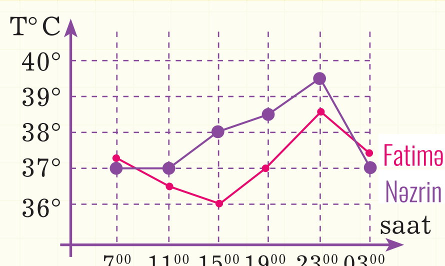
d) 2030-cu ildə əhalinin sayı neçə milyard ola bilər?
2020-ci ildən 2030-cu ilə qədər dünya əhalisi təqribi 0,7–1 milyard artaraq 8,8–9 milyard ola bilər.

e) 2030-cu və 2040-cı illər arasında əhalinin artımının nə qədər olacağı gözlənilir?
2030-cu ildən 2040-cı ilə qədər dünya əhalisi təqribi 0,9–1 milyard arta bilər.

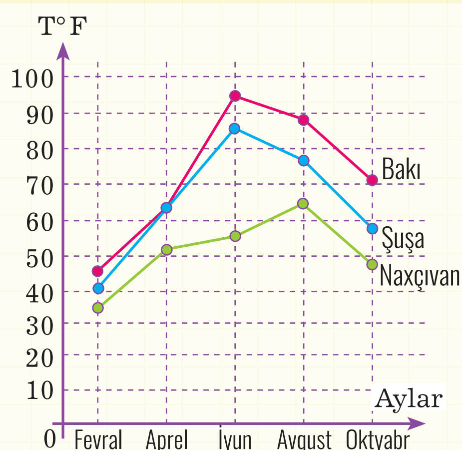
f) 2040-cı ildə dünya əhalisi neçə milyard ola bilər?
2040-cı ildə dünya əhalisinin 10 milyard ola bilər.

Ölkələr	2019	2020	2021	2022
Yaponiya	150000	150000	200000	
Azərbaycan	460000	420000	490000	
ABŞ	680000	650000	640000	

ŞƏKİL 22



ŞƏKİL 23



ŞƏKİL 24

ÇALIŞMALAR

1. Cədvəldə (şəkil 22) 2019–2022-ci illərdə bəzi ölkələrdən Türkiyəyə gedən adamların sayı verilmişdir. Cədvəldə verilənləri sütunlu diaqramla təsvir edin.

a) Diaqrama əsasən hansı fikirləri söyləmək və hansı proqnozları vermək olar?

b) 2022-ci ildə bu ölkələrdən Türkiyəyə gedənlərin sayı neçə ola bilər?

c) Bu ədəd hansı ölkədə artar? Bəs hansı ölkədə azalmış olar?

2. Satış: Cədvəldə iki avtomobil firmasının 1 il ərzində üç aylıq intervallarla satış cədvəli verilmişdir. Cədvələ əsasən hər firma üçün diaqram qurun.
Diaqrama əsasən hansı fikirləri söyləmək və hansı proqnozları vermək olar?

Aylar	I firma	II firma
1-3	12	7
4-6	10	10
7-9	6	10
10-12	13	13

3. Koronavirus: "COVID-19" xəstəsi olan Fatimənin və Nəzrinin 1 gün ərzində bədən temperaturlarını göstərən qrafiklər (şəkil 23) verilmişdir. Qrafiklərə əsasən bu xəstələrin eyni saatda olan bədən temperaturlarını araşdırın və növbəti saat üçün hansı proqnozları verməyin mümkünlüyünü söyləyin.

4. Temperatur: Azərbaycanın 3 şəhərində: Bakıda (qırmızı xətt), Şuşada (mavi xətt) və Naxçıvanda (yaşıl xətt) orta aylıq temperatur xətti qrafiklə verilib (şəkil 24). Farengeytlə verilmiş ölçünü Selsiyə çevirin.

a) Bakıda, Şuşada, Naxçıvanda noyabr ayında temperaturun neçə dərəcə olacağını söyləyə bilərsinizmi?

b) Sizcə, noyabr ayında Şuşada temperatur Bakıdakı temperaturdan nə qədər soyuq ola bilər?

c) Bəs dekabr ayında Naxçıvan və Bakıdakı temperatur arasındakı fərq necə olar?

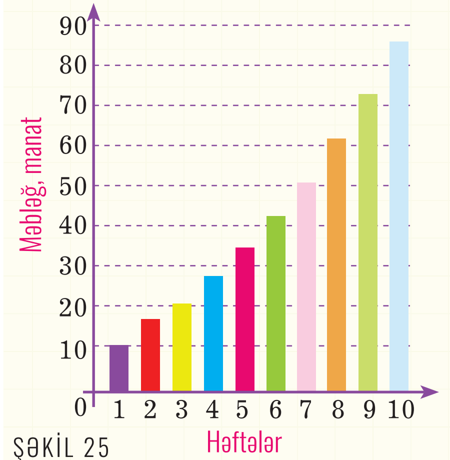
d) Yaşadığınız yerdə bu aylar üçün orta aylıq temperaturu araşdırın və növbəti ay üçün havanın neçə dərəcə olacağını təxmin edin.

5. **İqtisadiyyat:** Əhməd velosiped almaq üçün ona verilən həftəlik xərcin bir hissəsini yığır. Onun əvvəlcə 10 manatı vardı. Bu pula birinci həftə 3 manat, 2-ci həftə 4 manat, 3-cü həftə 5 manat və s. hər həftə bu qayda ilə pul əlavə etdi. 10 həftə ərzində Əhmədin yığdığı vəsaitin təsviri sütunlu diaqramla verilmişdir (şəkil 25).

a) Əhməd pulu hansı həftədə 2 dəfə artırmış olar?

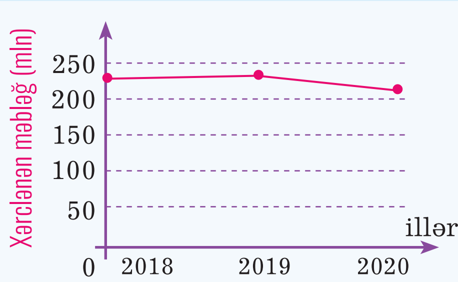
b) Onun pulu yenidən 2 dəfə hansı həftədə artmış olar?

c) Əhmədin pulunu növbəti 2 dəfə artması hansı həftəyə təsadüf edər? Cavabınızı izah edin.

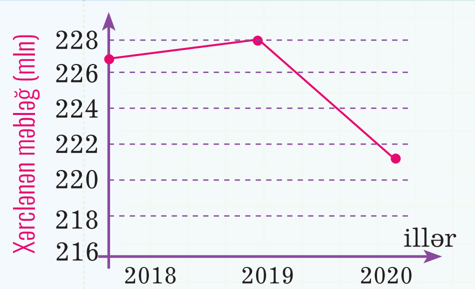


ŞƏKİL 25

6. **Aldadıcı statistika:** Şəkil 26-da verilmiş iki qrafik eyni məlumatı əks etdirir.



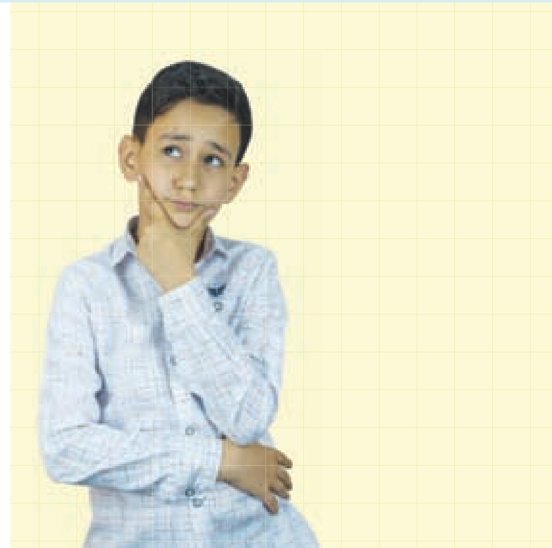
ŞƏKİL 26



a) Qrafiklərə nəzər yetirdikdə sizdə hansı təəssürat yaranır: hansı qrafikə görə 2020-ci ildə xərclər daha sürətlə azalmış görünür?

b) Sizcə, təsvirlərdəki fərq nədir? Eyni məlumatın təsviri olduğu halda nə üçün qrafiklər müxtəlif nəticələrə gətirir? Fikirlərinizi izah edin.

c) Hər iki qrafikə görə 2021-ci ildə xərclərin nə qədər olacağının proqnozunu verin.



7. Nurayın fizika fənni üzrə test balları ardıcıllıqla 88, 86, 92, 90, 96, 98, 95 və 100-dür.

a) Məlumatı iki xətti qrafiklə təsvir edin: birinci qrafikdə üfüqi ox üzərində miqyas 0-dan 100-ə qədər, ikinci qrafikdə isə üfüqi ox üzərində miqyas 80-dən 100-ə qədər göstərilsin.

b) Birinci qrafikə görə hansı nəticəni aldınız?

c) İkinci qrafikə görə hansı nəticəni söyləmək olar?

8. İnternet və ya qəzetdən götürdüyünüz hər hansı məlumatı elə iki üsulla təqdim edin ki, nəticələr haqqında müxtəlif təəssüratlar yaratsın. Hansı təqdimatın məlumatı daha dəqiq təsvir etdiyini izah edin.

4 Hadisənin ehtimalı

Hər hansı hadisənin baş verməsinin qiymətləndirilməsi çox önəmlidir. Yəni, məsələn, atmosfer təzyiqini, küləyin sürətini və istiqamətini, əvvəlki günlərin hava temperaturunu və s. bu kimi məlumatları nəzərə almaqla sabah havanın necə olacağı proqnozlaşdırılır, başqa sözlə, ehtimal edilir.

Hadisələrin baş verməsini qiymətləndirmək üçün müşahidə və ya təcrübəyə əsaslanırlar, yəni statistik məlumatlar toplayırlar. Aparılan hər hansı təcrübənin, müşahidənin nəticəsi **elementar hadisə** adlanır.

Məsələn, 50 qəpiklik metal pulu atma sınağı apararkən iki **elementar hadisə** baş verir: "xəritə" şəkli olan üzün düşməsi hadisəsi və "neft buruqları" şəkli olan üzün düşməsi hadisəsi. Bu hadisələrdən hər hansı birinin baş verməsi eyniimkanlıdır. Beləliklə, bu sınaqda **mümkün halların** sayı ikidir. Metal pulun arzuolunan üzünün (məsələn, xəritə) düşməsi hadisəsi isə **əlverişli elementar hadisə** və ya **əlverişli hal** adlanır.



Xəritə şəkli olan üzün düşməsi ehtimalı 50% dir.

Hadisənin ehtimalı **P** hərfi ilə işarə edilir. A hadisəsinin ehtimalı **P(A)** şəklində yazılır *(və ya P hadisənin adı, ya da işarəsi yazıla bilər,* məsələn: P(yağış)).

$$P(A) = \frac{\text{A hadisəsinin baş verməsi üçün əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}} \qquad P(A) = \frac{n(A)}{n}$$

Hadisənin ehtimalı ingilis dilində "probability" sözünün baş hərfi ilə işarə edilir: **P(A)**

50% = 0,5 ədədi metal pulun arzuolunan üzünün (xəritə) düşməsi hadisənin ehtimalıdır.

Ehtimal edilən ədəd təcrübə nəticəsindən fərqlənə bilər. Buna səbəb hadisəyə çoxlu sayda nəzərə alınmayan amillərin təsiridir. Təcrübə sayını artırdıqca hadisənin başvermə tezliyi ehtimalın qiymətinə yaxınlaşır.

Təcrübə: 50 qəpiklik metal pulu 10 dəfə atırıq. Hər dəfə düşən üzlərin sayını aşağıdakı cədvəldə qeyd edirik. Nə baş verdi? Xəritə üzünün düşməsi hadisəsi neçə dəfə baş verdi?

Hadisələrin sayı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xəritə olan üzü	✓			✓		✓	✓	✓		✓
Neft buruqları olan üzü		✓	✓		✓				✓	

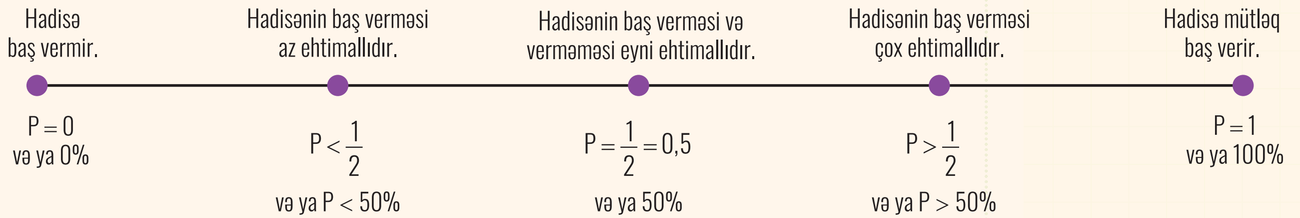
Təcrübədən göründüyü kimi, pulun yerə düşmə hadisəsi 10 dəfə baş verdi. Bu mümkün hal hesab edilir. Xəritə olan üzün düşməsi əlverişli hal hesab edilir və 6 dəfə baş verdi.

Təcrübə aparаrkən *n* sayda sınaq (mümkün hallar) zamanı A hadisəsi *k* sayda (əlverişli hallar) baş verirsə, A hadisəsinin nisbi tezliyi $\widetilde{P(A)} = \frac{k}{n}$ olur. Onda aparılan təcrübədəki hadisənin nisbi tezliyi $\frac{6}{10} = 0{,}6$ olur.

Göründüyü kimi, aparılan təcrübədə hadisənin nisbi tezliyi $\widetilde{P(A)} = 0{,}6$ ehtimal olunan ədəddən ($P(A) = 0{,}5$) az fərqlənir.

Siz hadisənin ehtimalını ədəd və ya faiz şəklində ifadə edə bilərsiniz. Hadisənin başvermə ehtimalı [0; 1] parçasına daxil olan ədəddir. Hadisənin ehtimalını aşağıdakı kimi parça üzərində təsvir edək:

Yadda saxlayın: Hadisənin nisbi tezliyi və ehtimalı çoxlu sayda aparılan təcrübələrdə bir-birinə yaxın ədədlərdir.



- Mümkün olmayan hadisənin ehtimalı 0-dır;
- Eyniimkanlı hadisələrin ehtimalı $\frac{1}{2}$-ə bərabərdir;
- Yəqin hadisənin ehtimalı "1"-ə bərabərdir;
- Ehtimal 1-ə nə qədər çox yaxın olarsa, bu hadisənin başvermə ehtimalı o qədər yüksəkdir.

DİQQƏT: Yəqin hadisənin ehtimalı "1", mümkün olmayan hadisənin ehtimalı "0"-dır. **Nə üçün?**

MİSAL 1: Keyfiyyətin yoxlanması: Keyfiyyətə nəzarət şöbəsi istehsal edilən lampaların keyfiyyətini yoxlamaq üçün 400 lampanı sınaqdan keçirir. Bu lampalardan 6-sı xarab çıxır.

a) Lampaların xarab olması hadisəsinin nisbi tezliyi neçədir?

b) 100000 lampa istehsal edilərsə, neçə lampanın xarab olduğunu ehtimal etmək olar?

HƏLLİ: Göründüyü kimi, təcrübə aparılan bütün lampaların sayı 400 – hadisənin baş verməsi üçün mümkün halların sayıdır. Xarab lampaların sayı 6 – lampanın xarab çıxması hadisəsinin baş verməsi üçün əlverişli halların sayıdır.

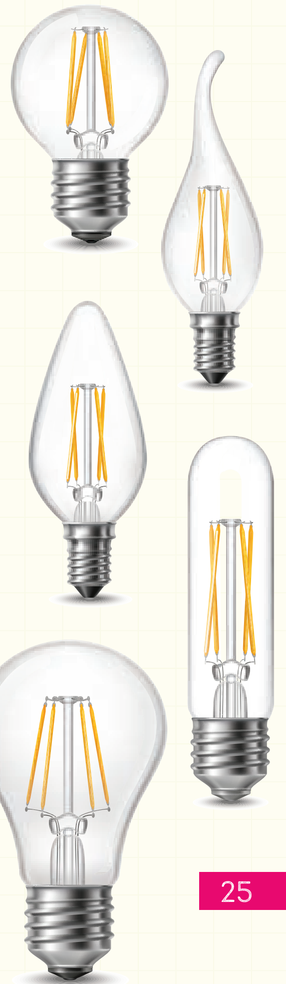
a) Onda $\frac{6}{400} = \frac{3}{200} = 0{,}015$ və ya $1{,}5\%$ olar.

b) Əgər 400 lampanın 1,5%-i xarab olarsa, deməli, 100000 lampanın da 1,5%-i xarab olması ehtimal edilir:

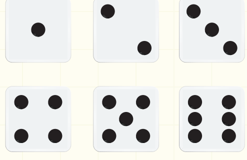
$$100000 \cdot 1{,}5\% = 1500 \text{ lampa.}$$

Deməli, təxminən 1500 lampa xarab çıxa bilər.

Cavab: a) 1,5%; b) 1500







MİSAL 2: Oyun zərinin bir dəfə atılmasından ibarət sınaqda yuxarı üzə düşən xalın tək ədəd olması ehtimalını tapın.

HƏLLİ: Oyun zərini atarkən baş verən elementar hadisə yuxarı üzə: 1, 2, 3, 4, 5 və 6 xallarından birinin düşməsidir. Bütün bu hallar eyniimkanlıdır və onların hər hansı ikisi eyni zamanda baş verə bilməz. Deməli, zər atılarkən hər hansı üzün düşməsi hadisəsinin mümkün hallar sayı 6-dır.

Zərin üzlərində olan ədədlərdən üçü tək ədəddir: 1, 3 və 5. Deməli, yuxarı üzə düşən xalın tək ədəd olması hadisəsi 3 elementar hadisədən ibarətdir: ya 1, ya 3, ya da 5 xal olan üz düşə bilər. Yəni yuxarı üzə düşən xalın tək ədəd olması hadisəsi üçün əlverişli halların sayı 3-dür. Onda:

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Cavab: 0,5.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş hadisələrin yəqin və ya mümkün olmayan hadisə olduğunu müəyyən edərək ehtimalını tapın:
- **a)** riyaziyyatdan keçiriləcək növbəti kiçik summativ qiymətləndirmədə bütün sinif şagirdlərinin “əla” qiymət alması hadisəsi;
- **b)** sabahkı dərslərin hamısının ekskursiya ilə əvəz edilməsi hadisəsi;
- **c)** ilin sonuncu fəslinin qış olması hadisəsi;
- **d)** yəqin və mümkün olmayan hadisələrə nümunə göstərin.

2. Oyun zərini bir dəfə atdıqda yuxarı üzə düşən xalın cüt olması hadisəsinin ehtimalını tapın.



3. Torbada 1-dən 10-a qədər nömrələnmiş eyni kürəcik var. Torbaya baxmadan 1 kürəciyin çıxarılması təklif edilir. Çıxarılan kürəciyin nömrəsinin 5-dən kiçik olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

4. Boşqabda 5 şəkərbura, 7 paxlava və 4 kətə var. Röya onlardan birini baxmadan götürdü. Onun paxlava seçməsi hadisəsinin ehtimalı neçədir? Bəs kətə götürməsi hadisəsinin ehtimalı?



5. Nənənin fincanlarının 5-i qırmızı rəngli naxışla, 12-si isə yaşıl rəngli naxışla bəzədilib. Nənə fincanların birinə çay süzdü. Bu fincanın yaşıl rəngli naxışla bəzədilmiş olması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin.

6. Torbada olan üzərində ikirəqəmli ədədlər yazılmış daşlardan hər hansı biri təsadüfi üsulla seçilir. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın:
- **a)** ədədin 3 rəqəmi ilə qurtarması hadisəsi;
- **b)** ədədin rəqəmlərinin eyni olması hadisəsi;
- **c)** ədədin rəqəmlərinin cəminin 5 olması hadisəsi;



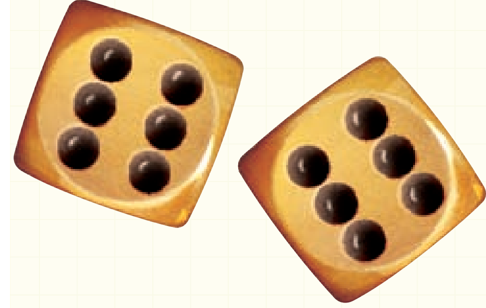
d) ədədin 6-nın bölünəni olması hadisəsi;
e) sonuncu rəqəmin 7 olması hadisəsi;
f) onluq mərtəbədəki rəqəmlə təklik mərtəbədəki rəqəmin fərqinin 2 olması hadisəsi.

7. Nərd oyununda iki zər atılır və yuxarı üzə düşən xallar cəmlənir. Oyunçu nərd daşını alınan ədəd qədər hərəkət etdirir. Sahibin mars olmaması üçün cəmi 10 olan xallara ehtiyacı var. Sizcə, cəmi 10 olan xalların düşməsi ehtimalı neçədir? Bəs bu xalların "şeş qoşa" (6–6) olması ehtimalı neçə olar?

8. İlk 100 natural ədədin içərisindən təsadüfi üsulla hər hansı bir ədəd seçsək, bu ədədin:
a) 10-a bölünən olması hadisəsinin;
b) 5-ə bölünən olması hadisəsinin;
c) 12-yə böləndükdə qalıqda 5 alınması hadisəsinin;
d) rəqəmlərinin cəminin 7 olması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin.

9. İki oyun zəri bir dəfə atılır. Alınan mümkün hallar şəkil 27-də verilib.
a) Yuxarı üzə düşən ədədlərin cəminin 6 olması hadisəsinin ehtimalını tapın.
b) Yuxarı üzə düşən ədədlərin fərqinin modulunun 2 olması hadisəsinin ehtimalını tapın.
c) Yuxarı üzə düşən ədədlərin eyni olması hadisəsinin ehtimalını tapın.
Cavabları onda birlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

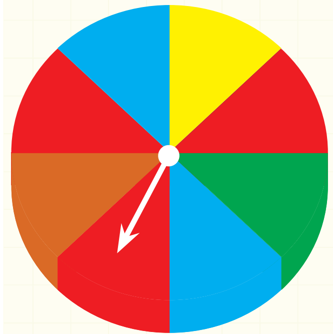
10. Dairə 8 bərabər sektora bölünüb və hissələr müxtəlif rənglərlə rənglənib (şəkil 28). Dairənin mərkəzinə bərkidilmiş ox sərbəst fırlanır. Fırlanma oxu hərəkət etdirilir. Fırlanma oxunun hər hansı hissə üzərində dayanması hadisəsi üçün neçə mümkün hal olduğunu deyin.
a) Fırlanma oxunun sarı rəngli hissənin üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın.
b) Fırlanma oxunun mavi rəngli hissənin üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın.
c) Fırlanma oxunun mavi rəngli hissələrin hər birinin üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin. Alınan ədədin b) bəndində alınan ədəd arasında nə kimi əlaqə var?
d) Fırlanma oxunun qırmızı rəngli hissənin üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın. Burada neçə əlverişli hal var?
e) Fırlanma oxunun qırmızı rəngli hissələrin hər birinin üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin. Alınan ədədin d) bəndində alınan ədəd arasında nə kimi əlaqə var?



İki oyun zərini eyni vaxtda atarkən xalların kombinasiyasına görə 36 mümkün hal baş verir.

1; 1	2; 1	3; 1	4; 1	5; 1	6; 1
1; 2	2; 2	3; 2	4; 2	5; 2	6; 2
1; 3	2; 3	3; 3	4; 3	5; 3	6; 3
1; 4	2; 4	3; 4	4; 4	5; 4	6; 4
1; 5	2; 5	3; 5	4; 5	5; 5	6; 5
1; 6	2; 6	3; 6	4; 6	5; 6	6; 6

ŞƏKİL 27



ŞƏKİL 28

Özünüzü yoxlayın



5 Hadisələrin cəmi

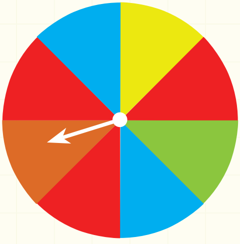
İki A və B hadisələrindən heç olmasa birinin baş verməsi bu **hadisələrin cəmi** adlanır.

Eyni vaxtda baş verə bilməyən hadisələrə **uyuşmayan hadisələr** deyilir. Uyuşmayan hadisələrin cəmi yəqin hadisədirsə, onlar bir-birini tamamlayan hadisələrdir.

Uyuşmayan A və B hadisələrinin cəminin ehtimalı A hadisəsinin ehtimalı ilə B hadisəsinin ehtimalının cəminə bərabərdir:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Bir-birini tamamlayan hadisələrin ehtimalları cəmi 1-ə bərabərdir.



MİSAL 1: Fırlanma oxu hərəkətə gətirildikdən sonra sarı və ya qəhvəyi rəngli hissədə dayanması hadisəsinin ehtimalını tapaq:

HƏLLİ: Fırlanma oxunun sarı və ya qəhvəyi rəngli hissələrdə dayanması hadisələri eyni vaxtda baş verə bilməz. Bu hadisələr uyuşmayan hadisələrdir. Onda: $P(\text{qəhvəyi}) = \frac{1}{8}$ və $P(\text{sarı}) = \frac{1}{8}$ (nə üçün?) olduğundan fırlanma oxunun sarı və ya qəhvəyi rəngli hissədə dayanması hadisəsinin ehtimalı:

$$P(\text{sarı və qəhvəyi}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ olar.}$$

Cavab: 0,25.

MİSAL 2: Meteoroloqlar sabah yağış yağması hadisəsinin ehtimalının 0,3 olduğunu proqnoz edirlər. Yağış yağmaması hadisəsinin ehtimalı neçə olar?

HƏLLİ: Yağış yağması və ya yağmaması hadisələri bir-birini tamamlayan hadisələrdir. Onların ehtimalları cəmi 1-ə bərabərdir.

$$P(\text{yağış yağması}) + P(\text{yağış yağmaması}) = 1$$

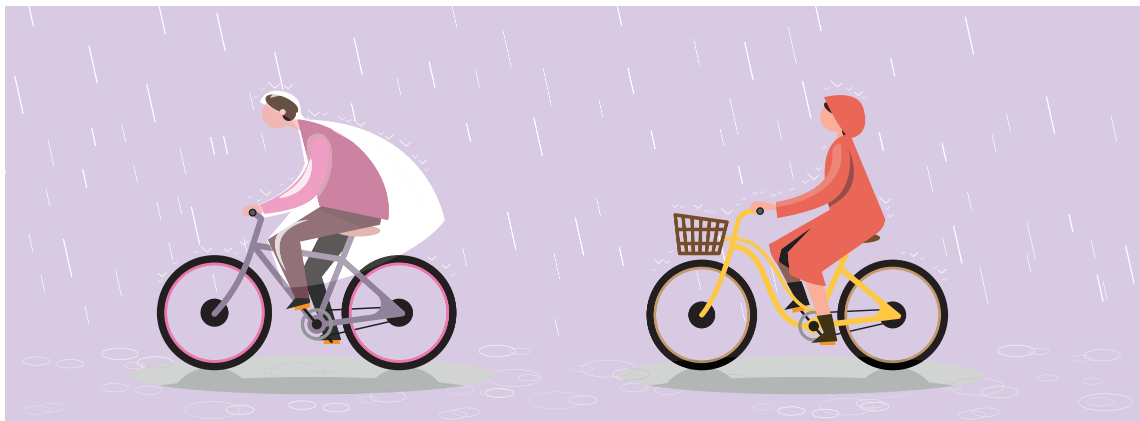
olduğundan:

$$0{,}3 + P(\text{yağış yağmaması}) = 1$$

$$P(\text{yağış yağmaması}) = 1 - 0{,}3$$

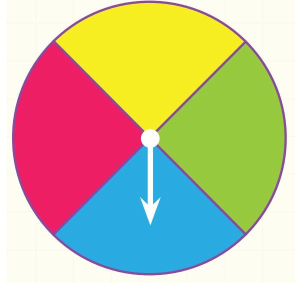
$$P(\text{yağış yağmaması}) = 0{,}7.$$

Cavab: 0,7.



ÇALIŞMALAR

1. Dairəni elə bərabər hissələrə bölün ki, fırlanma oxunun qırmızı rəngli hissədə dayanması hadisəsinin ehtimalı $P(\text{qırmızı}) = \frac{2}{5}$ olsun.



ŞƏKİL 29

2. Dörd bərabər hissəyə bölünmüş dairə üzərində bərkidilmiş fırlanma oxu hərəkət etdirilir (şəkil 29). Fırlanma oxunun bu hissələrdə dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın:

a) P(qırmızı və ya yaşıl); b) P(sarı olmayan); c) P(qara olmayan).

3. Oyun zəri bir dəfə atılır. Aşağıda verilən hər bir hadisənin ehtimalını tapın:

a) P(3); b) P(2 və ya 5); c) P(5-dən kiçik);
d) P(6-dan fərqli); e) P(sadə ədəd); f) P(9).

4. Sənaye: Fabrikdə istehsal olunan oyuncaqların 4%-i qüsurludur. Təsadüfi seçilən bir oyuncağın qüsursuz olma ehtimalını tapın.



5. Əlifba: Eyniölçülü 32 ədəd karton vərəq üzərinə Azərbaycan əlifbasının hərfləri yazılır və qutuya qoyulur. Qutuya baxmadan oradan bir vərəq çıxarılır. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın.

a) P(m, n, p və ya t); b) P(я); c) P(samit);
d) P(sait); e) P(dodaqlanan sait); f) P(incə sait).

6. Məktəb: Test tapşırığı 5 cavabla təqdim edilir: 1 doğru, 4 yanlış. Aşağıdakı sualları cavablandırın:

a) Cavabı bilməyən şagirdin düzgün cavabı tapması hadisəsinin ehtimalı neçə faizdir?

b) Düzgün olmayan cavabların aradan qaldırılması ilə səhv cavabların sayını azaldın. Bu halda düzgün cavabın tapılması hadisəsinin ehtimalı artar və ya azalar?

7. Reklam: Reklam firması üstünlük verdiyi A, B və C reklamlarından birini seçmək üçün istehlakçılar arasında sorğu keçirdi. Sorğunun nəticələri cədvəldə yaş kateqoriyalarına görə sayla yerləşdirildi.

Yaş	A	B	C
18-dən kiçik	25	62	54
18-40	81	66	19
40-dan böyük	13	29	98

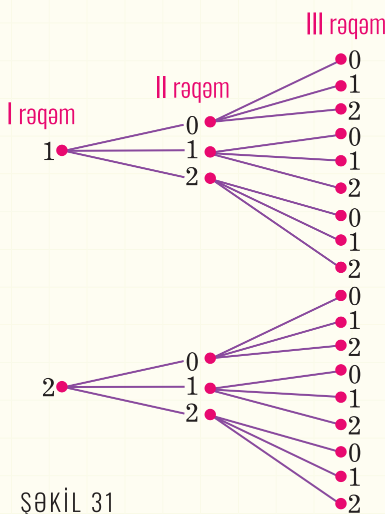
a) Yaşı 40-dan çox olan insanlar arasında B və ya C reklamını seçmə hadisəsinin nisbi tezliyini tapın.

b) Yaşı 18 və ya daha çox olan insanlar arasında A və ya B reklamını seçmə hadisəsinin nisbi tezliyini tapın. Cavabı onda birlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

	Razıdır	Razı deyil	Bitərəf
A partiyası	134	156	42
B partiyası	175	178	12
C partiyası	53	29	7

ŞƏKİL 30

Xolesterin yağa bənzər maddə olub, qara ciyər hüceyrələri tərəfindən az miqdarda hazırlanır, lakin bu az miqdar bütün hüceyrə qişalarının yaradılmasına, öd turşularının, hormonların və D vitamininin əmələ gəlməsinə bəs edir.



ŞƏKİL 31

8. Siyasət: Bir xəbər jurnalı hər hansı bir bələdiyyə qərarının icrası məsələsini araşdırmaq üçün üç partiyanın üzvləri arasında sorğu keçirir. Sorğunun nəticələri cədvəldə (şəkil 30) yerləşdirilmişdir.

a) A partiya üzvlərinin razı olmaması və ya bitərəf qalması hadisəsinin tezliyini müəyyən edin.

b) B və ya C partiya üzvlərinin razı olması və ya bitərəf qalması hadisəsinin nisbi tezliyini müəyyən edin.

9. Sağlamlıq: Həkim müayinə etdiyi 248 nəfər yaşlı insandan 63-nün, 121 nəfər yeniyetmədən isə 15-nin qanında xolesterinin normadan yüksək olduğunu müəyyən etdi.

a) Hər hansı seçilmiş ilk xəstənin qanında xolesterinin normadan çox olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

b) Əhalisi 600000 nəfər olan şəhərdə insanların neçə nəfərinin qanında xolesterinin normadan artıq olduğunu söyləmək olar? Hesablamanı tama qədər yuvarlaqlaşdırın.

10. 4, 5 və 8 rəqəmlərinin hər birindən bir dəfə istifadə etməklə yazılan üçrəqəmli ədədlərdən təsadüfi üsulla biri seçilir. Həmin ədədin 4 və ya 5 rəqəmi ilə başlaması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin.

11. 0, 1 və 2 rəqəmlərindən düzəldilmiş bütün üçrəqəmli ədədləri yazın (şəkil 31).

a) Üçrəqəmli ədədin 1 rəqəmi ilə başlanması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin;

b) Üçrəqəmli ədədin 1 və ya 2 rəqəmi ilə başlanması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin;

c) Üçrəqəmli ədədin 0 və ya 2 rəqəmi ilə başlanması hadisəsinin ehtimalını müəyyən edin.

12. Nərgiz metal pulu 5 dəfə atdı və hər dəfə metal pulun eyni üzünün düşdüyünü müşahidə etdi. Sizcə, metal pulun növbəti 5 atışında həmin üzün düşməsi hadisəsinin ehtimalının 100% olduğunu söyləmək olarmı? Cavabınızı əsaslandırın.

13. Torbada 10 qırmızı, 5 yaşıl, 25 sarı və 20 ağ kürəcik var.

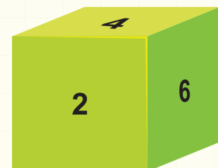
a) Torbadan təsadüfən çıxarılan bir kürəciyin ağ olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

b) Torbadan təsadüfən çıxarılan bir kürəciyin qırmızı və ya yaşıl olmaması hadisəsinin ehtimalını tapın.

14. Torbada olan üzərində ikirəqəmli ədədlər yazılmış eyni ölçülü vərəqlərdən biri təsadüfi seçilərsə, bu vərəqdəki ədədin tək olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

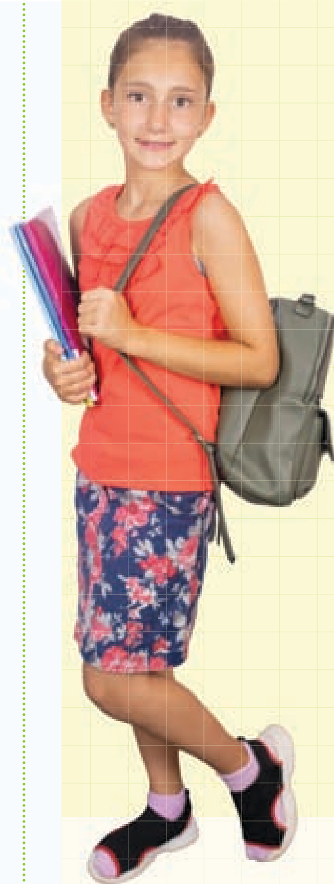
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. a) Farengeytə çevirin: 55°C, 12°C, 93°C, 61°C.
   b) Selsiyə çevirin: 125°F, 42°F, 35°F, 112°F.



2. Kubun üzləri 2, 4, 6, 8, 10 və 12 ədədləri ilə nömrələnmişdir. Kub 30 dəfə atılır və 4 nömrəli üz altı dəfə, 8 nömrəli üz isə on iki dəfə düşür. Aşağıdakı hadisələrin baş verməsi hadisəsinin nisbi tezliyini müəyyən edin:
   a) 8 rəqəminin düşməsi hadisəsi;
   b) 2, 6, 10 və ya 12 rəqəminin düşməsi hadisəsi.

3. Avtomobilin müxtəlif günlərdə qət etdiyi məsafə uyğun olaraq aşağıdakı kimidir: 270 km, 240 km, 270 km, 392 km, 275 km, 300 km, 259 km, 300 km, 380 km, 320 km, 275 km, 300 km.
   a) Yuxarıdakı məlumatlara görə tezlik cədvəli tərtib edin.
   b) Avtomobilin 290 km-dən çox yol qət etməsi hadisəsinin nisbi tezliyini tapın.



4. Eyniformalı 30 ədəd kağız vərəqin üzərində 1-dən 30-a qədər natural ədədlər yazıldı və qutuya qoyuldu. Qutuya baxmadan bir vərəq çıxarılır. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını müəyyən edin. Bu hadisələrdən hansının uyuşmayan (və ya bir-birini tamamlayan) hadisə olduğunu söyləyin.
   a) P(12); b) P(cüt ədəd); c) P(sadə ədəd);
   d) P(kəsr); e) P(1-dən kiçik); f) P(25-dən böyük);
   g) P(2 və ya 3-n böləni); h) P(sonu 5-lə bitən).

5. Çantada 2 sarı, 1 qırmızı, 5 göy, və 3 yaşıl rəngli kürəcik var. İlahə çantadan 20 dəfə bir kürəcik götürdü və hər dəfə onu çantaya geri qaytardı. Sizcə, İlahənin çantadan ən çox çıxardığı kürənin rəngi hansı olar? Nə üçün?
   A) sarı; B) yaşıl; C) qırmızı; D) göy.

6. 1, 2, 3, 4, 5 və 6 rəqəmlərindən ikirəqəmli ədədlər düzəldilmişdir. Əgər ədədin yazılışında rəqəmlər:
   a) təkrarlanarsa, b) təkrarlanmazsa, neçə mümkün hal vardır?
   Hər iki hal üçün ikirəqəmli ədədin 3 və ya 6 rəqəmi ilə başlaması hadisəsinin nisbi tezliyini tapın.

7. Keyfiyyətə nəzarət edən müfəttiş 50 kompüterdən 3-də qüsur olduğunu müəyyən etdi.
   a) kompüterlərin qüsurluluq faizi nə qədərdir?
   b) təsadüfi seçilən 1 kompüterin qüsursuz olması hadisəsinin ehtimalını tapın.
   c) 15000 kompüter istehsal olunarsa, onların neçəsinin qüsursuz olduğunu ehtimal etmək olar?

Özünüzü yoxlayın



RASİONAL ƏDƏDLƏR

BÖLMƏ 2

Əşyaları saymaq üçün istifadə edilən ədədlər **natural ədədlər** adlanır. Natural ədədlər çoxluğu $N=\{1,2,3,...\}$ kimi göstərilir. Natural ədədlər çoxluğuna "0" (sıfır) və natural ədədlərin əksini əlavə etməklə tam ədədlər çoxluğunu əldə etdiniz. Tam ədədlər çoxluğu $Z=\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2 3, ...\}$ kimi yazılır. Beləliklə, ədədlər çoxluğunu natural ədədlər çoxluğundan tam ədədlər çoxluğuna qədər genişləndirdiniz.

Siz kəsr ədədlərlə də tanışsınız. $\frac{\text{surət}}{\text{məxrəc}}$ şəklində yazılan, surəti və məxrəci natural ədəd olan ədədlər adi kəsrlərdir. Adi kəsrlər üzərində toplama, çıxma, vurma və bölmə əməllərini yerinə yetirməyi, onları müqayisə etməyi, hər bir kəsrə bərabər olan kəsrləri yazmağı da öyrənmişsiniz.

Bu fəsildə biz kəsr ədədlər vasitəsilə ədədlər sistemini bir qədər də genişləndirərək **rasional ədədlər** çoxluğu anlayışını daxil edəcək və bu çoxluğa daxil olan ədədlər üzərində müxtəlif əməlləri tətbiq etməyi öyrənəcəyik.

Rasional ədədlər çoxluğunun öyrənilməsinə nə üçün ehtiyac vardır? Bir çox məsələlərin həlli üçün natural və tam ədədlər yetərli deyil. Bu səbəbdən ədədlər çoxluğunu bir qədər də genişləndirmək lazım gəlir.

Bu fəsildə tam ədədlər çoxluğunu genişləndirməklə rasional ədədlər çoxluğu və onun xassələrini öyrənəcəksiniz.

$\frac{1}{2}=0,5$ | $\frac{1}{5}=0,2$ | $\frac{1}{8}=0,125$ | $\frac{1}{3}=0,333...$

$\frac{1}{4}=0,25$ | $\frac{2}{5}=0,4$ | $\frac{3}{8}=0,375$ | $\frac{2}{3}=0,666...$

$\frac{3}{4}=0,75$ | $\frac{3}{5}=0,6$ | $\frac{5}{8}=0,625$ | $\frac{1}{6}=0,1666...$

BÖLMƏ 2

1 Rasional ədədlərin yazılışı və oxunuşu

"Rasional" sözü *"nisbət"* anlayışından yaranıb. Bilirsiniz ki, iki ədədin nisbəti, məsələn, $3:4$ nisbəti $\frac{3}{4}$ kimi kəsr şəklində yazılır.

Eynilə, $m:n$ nisbəti $\frac{m}{n}$ kimi yazılır.

$\frac{m}{n}$ **şəklində yazıla bilən ədədə rasional ədəd deyilir.**

Burada m tam ədəd, n isə natural ədəddir. $m \in Z$, $n \in N$

Məsələn, $\frac{5}{7}$ rasional ədəddir. Burada 5 və 7 natural ədədlərdir. $\frac{-5}{7}$ də rasional ədəddir. Burada -5 tam, 7 isə natural ədəddir.

- Hər bir natural ədəd həm də rasional ədəddir.

$7=7:1=\frac{7}{1}$; $7=35:5=\frac{35}{5}$; $125=250:2=\frac{250}{2}$.

- Hər bir tam ədəd həm də rasional ədəddir.

$-12=-12:1=-(12:1)=-\frac{12}{1}$; $0=0:1=\frac{0}{1}$; $0=0:3=\frac{0}{3}$.

- Müsbət işarəsi olan tam və kəsr ədədlər müsbət rasional ədəd, mənfi işarəsi olan tam və kəsr ədədlər isə mənfi rasional ədədlərdir.

- Kəsrin qarşısındakı mənfi işarəsini lazım gəldikdə kəsrin surətindəki və ya məxrəcindəki ədədin qarşısında yazmaq olar:

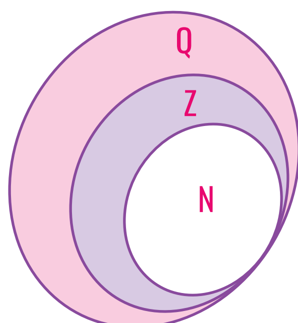
$-\frac{2}{11}=\frac{-2}{11}=\frac{2}{-11}$.

Yadda saxlayın: "0" nə müsbət, nə də mənfi rasional ədəddir.

MİSAL: Verilmiş rasional ədədləri məxrəci natural ədəd olan kəsr şəklində göstərək: $0,5$; $1,3$; $-0,25$.

HƏLLİ: $0,5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$; $1,3=1\frac{3}{10}=\frac{13}{10}$; $-0,25=-\frac{25}{100}=-\frac{1}{4}$.

Onluq kəsrin adi kəsrə çevrilməsi qaydasından istifadə edirik.



Rasional ədədlər çoxluğu Q hərfi ilə işarə edilir:

$$Q=\left\{\frac{m}{n}\middle|\ m \in Z,\ n \in N\right\}.$$

Natural ədədlər çoxluğu tam ədədlər çoxluğunun, tam ədədlər çoxluğu isə rasional ədədlər çoxluğunun alt çoxluğudur: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$.

Rasional ədədlər çoxluğu da natural və tam ədədlər çoxluğu kimi sonsuz çoxluqdur.

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı təkliflərdən hansılar doğrudur? Cavabınızı nümunədə izah edin.
- **a)** hər bir rasional ədəd həm də natural ədəddir;
- **b)** hər bir tam ədəd həm də rasional ədəddir;
- **c)** hər bir tam ədəd həm də natural ədəddir;
- **d)** hər bir natural ədəd həm də tam ədəddir;
- **e)** hər bir natural ədəd həm də rasional ədəddir.

2. Verilmiş tam ədədləri məxrəci hər hansı natural ədəd olan kəsr şəklində göstərin: $-123; -98; -54; -15; -7; 0; 13; 100; 245; 543.$

3. Elə ədəd yazın ki:
- **a)** həm tam, həm də rasional ədəd olsun;
- **b)** kəsr ədəd olmasın, rasional ədəd olsun;
- **c)** tam ədəd olsun, natural ədəd olmasın;
- **d)** qarışıq ədəd olsun.

4. $A = \{14; 3,5; -5; 0; -8,2; \frac{4}{9}; -82; 12; 1\}$ və
$B = \{-\frac{11}{15}; -22,3; -11; 1,7; 17; 22,1; 0,93\}$ çoxluqlarının elementləri:
a) tam; **b)** natural; **c)** mənfi rasional;
d) müsbət rasional ədədlər olan alt çoxluqlarını yazın.

5. **1)** $-7; 0; 9; 12; 100$ ədədlərini məxrəci:
a) 1; **b)** 3 olan kəsr şəklində;
2) $-3,2; -0,8; 4,5; 83,5$ ədədlərini məxrəci:
a) 10; **b)** 1000 olan kəsr şəklində yazın.
3) $-1,2; -0,33; -3\frac{13}{15}; 6; 0; 12; 4,1; 53,2$ ədədlərini məxrəci hər hansı natural ədəd olan kəsr şəklində yazın.

Kəsrin əsas xassəsini yada salın!



6. Kəsrlərin surət və məxrəcindəki boş yerlərə lazım olan ədədləri yazın. Alınan bərabərliyin doğruluğunu izah edin:

a) $\frac{5}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{25}{\square} = \frac{15}{\square} = 1\frac{\square}{4};$ **c)** $1,25 = 1\frac{\square}{4} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{25}{\square} = \frac{\square}{100};$

b) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{9}{\square} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{28};$ **d)** $-5,2 = -5\frac{\square}{10} = -5\frac{\square}{25} = \frac{\square}{100} = -\frac{26}{\square}.$

7. Verilmiş rasional ədədlərə bərabər olan bir neçə kəsr yazın:
a) $\frac{15}{25}; -\frac{7}{12}; -3\frac{5}{15}; \frac{105}{45};$ **b)** $-2,3; 7,25; 0,24; 9,03.$

8. **Araşdırma məsələsi:** **1)** $\frac{2}{5}$ kəsrinin məxrəci ilə surətinin fərqi 3-ə bərabərdir. Bu kəsrin surət və məxrəcini 4-ə vursaq, alınan kəsrin məxrəci ilə surətinin fərqi əvvəlki fərqdən neçə dəfə böyük olar?

2) $\frac{a}{b}$ düzgün kəsrinin məxrəc və surətinin fərqi k olarsa, $\frac{ma}{mb}$ kəsrinin məxrəci ilə surətinin fərqi k-dan neçə dəfə böyükdür? Fikirlərinizi izah edin.

BÖLMƏ 2

2 Dövri onluq kəsrlər

İstənilən rasional ədədi sonlu və ya sonsuz onluq kəsr şəklində yazmaq mümkündür. Sonlu onluq kəsrlərə nümunələr yazaq.

MİSAL 1: $\frac{11}{100} = 11 : 100 = 0{,}11;$ $\frac{112}{25} = 112 : 25 = 4{,}48.$

Elə kəsr ədədlər var ki, onların surətini məxrəcinə bölərkən, yəni onluq kəsrə çevirərkən bölmə əməli sonsuz olaraq davam edir.

MİSAL 2:

$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0{,}666...;$

$\frac{73}{30} = 73 : 30 = 2{,}4333...;$

$\frac{8}{11} = 8 : 11 = 0{,}727272...$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ -0 & 0{,}666... \\ 20 & \\ -18 & \\ 20 & \\ -18 & \\ ... & \end{array}$$

*Onluq kəsrin yazılışında vergüldən sonra rəqəm və ya rəqəmlər qrupu sonsuz sayda təkrarlanarsa, belə kəsrə dövri kəsr deyilir. Təkrarlanan rəqəm və ya rəqəmlər qrupu **dövr** adlanır.*

Dövri onluq kəsrləri qısa şəkildə yazmaq üçün vergüldən sonra təkrarlanan rəqəm və ya rəqəmlər qrupu mötərizədə yazılır:

$0{,}666... = 0{,}(6);$ $2{,}4333... = 2{,}4(3);$ $0{,}7272... = 0{,}(72).$

Kəsrin məxrəcindəki ədədin sadə vuruqlarına görə onun sonlu və ya sonsuz onluq kəsrə çevriləcəyini müəyyən etmək olur.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 25 \\ -0 & 0{,}28 \\ 70 & \\ -50 & \\ 200 & \\ -200 & \\ 0 & \end{array}$$

- İxtisar olunmayan adi kəsrin məxrəcindəki ədədin sadə vuruqları yalnız “2”, yalnız “5” ədədi və ya hər ikisi olan kəsrləri sonlu onluq kəsr şəklində yazmaq olar.

  $\frac{7}{25} = 0{,}28;$ $\frac{11}{16} = 0{,}6875;$ $\frac{19}{40} = 0{,}475.$

$$\begin{array}{r|l} 53 & 12 \\ -48 & 4{,}41666... \\ 50 & \\ -48 & \\ 20 & \\ -12 & \\ 80 & \\ -72 & \\ 80 & \\ -72 & \\ 8... & \end{array}$$

- İxtisar olunmayan kəsrin məxrəcindəki ədədin sadə vuruqları içərisində 2 və 5-dən fərqli hər hansı sadə vuruq varsa, bu kəsri onluq kəsrə çevirdikdə dövri onluq kəsr alınır.

  $\frac{7}{9} = 0{,}777... = 0{,}(7);$

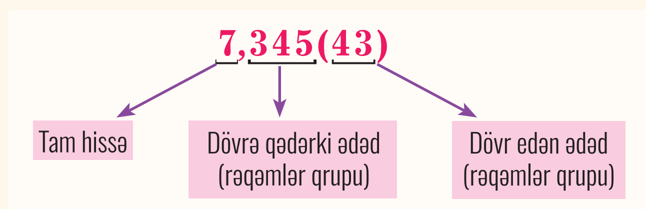
  $\frac{53}{12} = 4{,}41666... = 4{,}41(6);$

  $3\frac{7}{45} = 3{,}1555... = 3{,}1(5).$

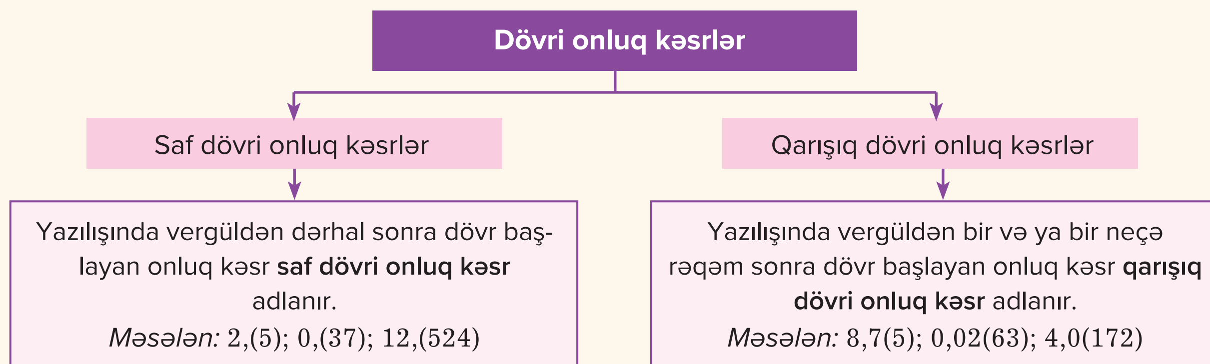
Yadda saxlayın:
0,464646... sonsuz dövri onluq kəsrində dövr hissəsini göstərməklə 0,(46); 0,(4646); 0,4(64) və s. yazmaq olar. Lakin bu ədədlərdən ən kiçiyinin götürülməsi məqsədəuyğundur.
0,464646... = 0,(46).

$\frac{7}{25}, \frac{11}{16}, \frac{19}{40}$
kəsrləri ixtisar olunmayandır:
$25 = 5 \cdot 5;$
$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2;$
$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5.$
Deməli, bölmə nəticəsində sonlu onluq kəsr alınar.

$\frac{7}{9}, \frac{53}{12}, \frac{7}{45}$
kəsrləri ixtisar olunmayandır:
$9 = 3 \cdot 3;$
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3;$
$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5.$
Deməli, bölmə nəticəsində dövri onluq kəsr alınar.



Dövri onluq kəsrlərin iki növü var:



Yadda saxlayın:

0,(6) Oxunuşu: sıfır tam dövrdə altı

2,4(3) Oxunuşu: iki tam dörd dövrdə üç

0,(72) Oxunuşu: sıfır tam dövrdə yetmiş iki

1,34(85) Oxunuşu: bir tam otuz dörd dövrdə səksən beş

ÇALIŞMALAR

1. A= {3,4; 0,(7); 2,003; 5,333...; 32,(56); 0,444; 6,98(3); 0,(345); 1,43(12); 0,5; 8,111; 2,0(7)} çoxluğunun elə alt çoxluğunu yazın ki, onun elementləri:

a) dövri onluq kəsrlər; b) saf dövri onluq kəsrlər;
c) qarışıq dövri onluq kəsrlər; d) sonlu onluq kəsrlər olsun.

2. Verilmiş dövri onluq kəsrlərin dövrlərini yazın və növünü müəyyən edin:
0,1666...; 2,32999...; 21,823823823...; 9,09323232...; 1,64026402...; 3,454545...; 0,123444...; 3066,666...; 0,24752475... ; 93,02654654... .

3. Verilmiş dövri onluq kəsrləri cədvəldə göstərildiyi kimi araşdırın:
0,777...; 0,54222...; 9,8101010...; 3023,555...; 29,00787878...; 8,0020202...; 0,191919...; 3,678678678...; 0,73827382...; 12,8(23); 0,(92); 2,09(254).

Ədəd	Qısa yazılış	Tam hissə	Dövr edən rəqəmlər qrupu	Dövrə qədərki rəqəmlər	Dövr edən rəqəmlərin sayı	Dövr etməyən rəqəmlərin sayı
1,090909...	1,(09)	1	09	–	2	0
78,12666...	78,12(6)	78	6	12	1	2

4. Verilmiş kəsrləri onluq kəsr şəklində yazın. Onlardan hansının sonlu, hansının dövri onluq kəsr olacağını əvvəlcədən müəyyən edin.

$\frac{1}{3}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{11}{21}$; $\frac{17}{28}$; $\frac{30}{32}$; $\frac{10}{48}$; $\frac{21}{50}$; $\frac{16}{72}$; $\frac{10}{75}$; $\frac{20}{99}$; $\frac{84}{200}$; $\frac{465}{555}$; $\frac{999}{1000}$.

5. İlahə $\frac{3}{12}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{49}{14}$; $\frac{18}{36}$; $\frac{121}{55}$ kəsrlərini sonlu onluq kəsrlərə çevirməyin mümkün olduğunu iddia edir. Sizcə, o, haqlıdırmı? Fikirlərinizi əsaslandırın.

İPUCU: Verilmiş kəsrlərin ixtisar olunmayan kəsr olduğuna əmin olduqdan sonra məxrəcdəki ədədləri sadə vuruqlara ayırın.

6. Qarışıq ədədi dövri onluq kəsrə çevirmə alqoritmini araşdırın:

1) Qarışıq ədədi tam və kəsr hissəsinin cəmi şəklində yazın və kəsr hissənin surətini məxrəcinə bölün.
Məsələn: $5\frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = 5 + 0,(3)$

2) Tam hissələri toplayın: $5 + 0,(3) = 5,(3)$.
Alınmış ədəd axtarılan ədəddir.

Bu alqoritmə əsasən $1\frac{11}{15}$; $3\frac{7}{12}$; $\frac{45}{12}$; $2\frac{41}{49}$ ədədlərini dövri onluq kəsr şəklində göstərin. Onların növünü müəyyən edin.

7. Əhməd $\frac{53}{12}$ kəsrini onluq kəsrə çevirərək 4,416(6) ədədini aldı. Əhmədin aldığı nəticə doğrudurmu?

8. Məxrəci 9; 99; 999; 9999 olan bir neçə kəsr ədəd yazın və onları dövri onluq kəsrə çevirin. Bu kəsrlər hansı xüsusiyyətə malikdir? Fikrinizi izah edin.



9. **Kalkulyator:** Kalkulyatordan (onlayn kalkulyatordan istifadə edə bilərsiniz: https://www.calculator.net/, https://okcalc.com/ru/) istifadə edərək $\frac{21}{22}$; $\frac{19}{48}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{11}{900}$; $\frac{92}{999}$; $\frac{37}{75}$; $\frac{15}{22}$ kəsrlərini onluq kəsrlərə çevirin.
Kalkulyatorun ekranında görünən ədədin yazılışına fikir verin. Alınan cavablarda sonuncu rəqəm haqqında fikirlərinizi deyin. Dövr edən ədədi müəyyən edərək yazın.



10. 0,05 və 0,75 ədədləri arasında yerləşən hər hansı dövri onluq kəsr yazın. Belə ədədlərin sayı haqqında fikirlərinizi söyləyin. İstənilən iki rasional ədəd arasında neçə dövri onluq kəsr var?

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 2

3 Dövri onluq kəsrin adi kəsrə çevrilməsi

Diqqət:
Dövri onluq kəsrlər rasional ədədlərdir.
Nə üçün?

Adi kəsri dövri onluq kəsrə çevirmək mümkün olduğu kimi, dövri onluq kəsri də adi kəsrə çevirmək olur. Saf və qarışıq dövri onluq kəsrlərin adi kəsrə çevrilməsi qaydası fərqlidir.

SAF DÖVRİ ONLUQ KƏSRİN ADİ KƏSRƏ ÇEVRİLMƏSİ:

Saf dövri onluq kəsri adi kəsrə çevirdikdə tam hissə olduğu kimi qalır, kəsr hissənin məxrəcində dövr edən rəqəmlərin sayı qədər "9", surətdə isə dövr edən ədəd yazılır.

Çoxrəqəmli ədəd hərflərlə $\overline{bcd...k}$ kimi yazılır. **Məsələn,** $\overline{abc}$ ədədi üçrəqəmli ədədin hərflərlə yazılışıdır.

$0,(8)=\frac{8}{9}$ — Dövr edən rəqəmlərin sayı və məxrəcdəki "9"-ın sayı eynidir (bir).

$1,(034)=1\frac{34}{999}$ — Dövr edən rəqəmlərin sayı və məxrəcdəki "9"-ın sayı eynidir (üç).

$a,(\overline{bcd...k})=\frac{\overline{bcd...k}}{99...9}$ — m sayda

QARIŞIQ DÖVRİ ONLUQ KƏSRİN ADİ KƏSRƏ ÇEVRİLMƏSİ:

Qarışıq dövri onluq kəsri adi kəsrə çevirdikdə tam hissə kəsrin qarşısında olduğu kimi qalır, kəsr hissənin məxrəcində əvvəlcə dövr edən rəqəmlərin sayı qədər "9", sonra isə vergüldən dövrə qədərki rəqəmlərin sayı qədər "0" yazılır. Vergüldən sonrakı ədəddən dövrə qədərki ədəd çıxılır və alınan fərq kəsrin surətində yazılır.

0,12(3) qarışıq dövri onluq kəsrində:
- tam hissə 0,
- vergüldən sonrakı ədəd 123,
- vergüldən dövrə qədərki ədəd 12,
- dövrdəki ədəd isə 3-dür.

$$0,12(3)=\frac{123-12}{900}=\frac{111}{900}=\frac{37}{300}$$

Dövrə qədərki rəqəmlərin sayı və məxrəcdəki "0"-ın sayı 2-dir.

Dövr edən rəqəmlərin sayı və məxrəcdəki "9"-un sayı 1-dir.

ÇALIŞMALAR

Bir ulduz bir rəqəmi ifadə edir.

1. Verilmiş bərabərliklərdə * işarəsinin yerinə lazımi rəqəmi yazın:

a) $0,(8)=\frac{8}{*}$; **b)** $1,(7)=*\frac{*}{9}$; **c)** $10,(45)=10\frac{*}{*}$;

d) $0,1(6)=\frac{*}{6}$; **e)** $8,7(5)=8\frac{**}{90}$; **f)** $15,2(34)=**\frac{232}{***}$.

2. a) Verilmiş saf dövri onluq kəsrləri adi kəsrə çevirin:
0,(2); 1,(3); 3,(54); 21,(23); 0,(673); 7,(256); 16,(002); 0,(0001); 5,(01).

b) Verilmiş qarışıq dövri onluq kəsrləri adi kəsrə çevirin:
0,1(3); 1,2(5); 7,0(4); 2,23(7); 10,1(45); 0,25(83); 16,5(02); 0,000(1).

3. **a)** 2,(7) və 2,4(7); **b)** 0,(54) və 0,3(54) ədədlərini adi kəsr şəklində yazın. Çevirmədə olan fərqi müzakirə edin.



Diqqət: Dövri onluq kəsrləri adi kəsrə çevirmənin başqa üsulları da var.

4. Cədvəli tamamlayın:

N	Dövri onluq kəsr	Adi kəsr	Surət	Məxrəc	Tam hissə
1)	0,(28)				
2)		$\frac{6}{11}$			
3)			17	51	
4)	6,2(46)				
5)		$\frac{101}{90}$			
6)			35	45	1

5. Aşağıdakı dövri onluq kəsrləri nümunədə verildiyi kimi mərtəbə toplananlarının cəmi şəklində göstərməklə adi kəsrə çevirin:

a) 1,2(5); **b)** 0,23(4); **c)** 7,9(2);
d) 1,5(4); **e)** 0,64(7); **f)** 0,25(14).

Nümunə:
$3{,}1(7) = 3 + 0{,}1 + 0{,}0(7) =$
$= 3 + \frac{1}{10} + \frac{7}{90} =$
$= 3 + \frac{9}{90} + \frac{7}{90} = 3\frac{16}{90} =$
$= 3\frac{8}{45} = \frac{143}{45}$

6. **a)** $8,(m) = 8\frac{m}{10}$; **b)** $0,a(bc) = \frac{\overline{abc} - a}{999}$; **c)** $1,m(nmm) = 1\frac{\overline{mnm} - m}{90}$

yazılışlarında olan səhvləri müəyyən edin. Düzgün yazılış necə olar?

7. $0,(a)$ və $7,b(a)$ ədədlərini adi kəsr şəklində yazın (burada a və b hər hansı rəqəmdir).

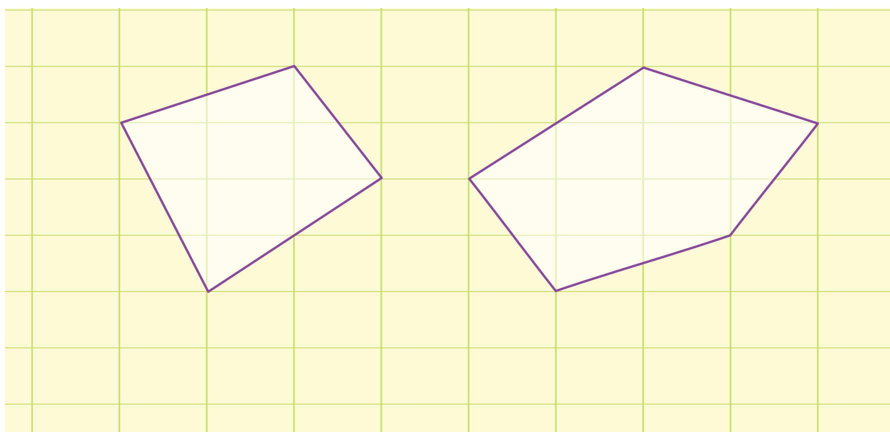
8. 1,(9) = 2; 3,(9) = 4; –2,(99) = –3; 6,56(9) = 6,57; 0,2(999) = 0,3 bərabərliklərinin doğruluğunu araşdırın. Oxşar qayda ilə 7,(9999); 0,12(99); –3,8(999) dövri onluq kəsrləri hansı ədədə çevrilər? Burada dövri onluq kəsrlərin nə üçün sonlu onluq kəsrə və ya tam ədədə çevrildiyini izah edin.

Diqqət: $0,(9) = \frac{9}{9} = 1$

9. Şəkildə verilmiş fiqurların sahəsini tapın. Hər xananın sahəsinin S_0 = 2,(6) sm² olduğunu nəzərə alın. Fiqurun sahəsini mm² ilə ifadə edin.

Qeyd: Hesablamaları apararkən dövri onluq kəsrləri adi kəsrə çevirin və sahənin palet vasitəsilə hesablanması qaydasını yada salın:

S = (tam kvadratların sayı + natamam kvadratların sayı : 2) S_0.



Özünüzü yoxlayın

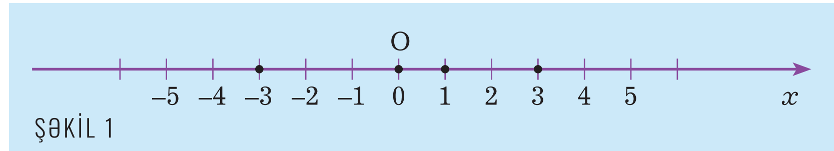


BÖLMƏ 2

4 Rasional ədədlərin ədəd oxunda göstərilməsi

Üzərində hesablama başlanğıcı, müsbət istiqamət və vahid parça seçilmiş düz xəttə **ədəd oxu** deyilir.

Siz artıq bilirsiniz ki, müsbət tam ədədlər ədəd oxu üzərində "0"-dan sağda, mənfi tam ədədlər isə solda yerləşir (şəkil 1). Adi kəsrlərin də ədəd oxu üzərində yerini müəyyən edə bilirsiniz.

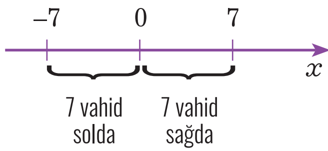


ŞƏKİL 1

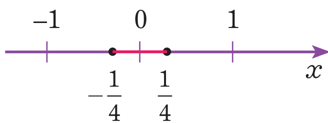
Yadda saxlayın: Ədəd oxuna koordinat oxu da deyilir. Bu zaman hesablama başlanğıcı koordinat başlanğıcı adlanır.

İndi rasional ədədlərin ədəd oxu üzərində necə yerləşdiyini araşdıraq. Məsələn, $-\frac{1}{4}$ rasional ədədinin ədəd oxu üzərində yerini müəyyən edək. Tam ədədlərdə olduğu kimi, müsbət rasional ədədlər ədəd oxunda "0"-dan sağda, mənfi rasional ədədlər isə solda yerləşir. Onda $-\frac{1}{4}$ mənfi rasional ədəd olduğuna görə "0"-dan solda yerləşər.

$-\frac{1}{4}$ ədədi $\frac{1}{4}$ ədədinin əksidir. Əks ədədlər ədəd oxu üzərində hesablama başlanğıcından, yəni "0"-dan eyni məsafədə yerləşir (məsələn, 7 və –7 ədədləri "0"-dan uyğun olaraq yeddi vahid sağda və yeddi vahid solda yerləşir (şəkil 2)). Eyni qayda ilə $\frac{1}{4}$ və $-\frac{1}{4}$ rasional ədədləri də ədəd oxu üzərində uyğun olaraq "0"-dan sağda və solda eyni məsafədə yerləşər. Bilirik ki, $\frac{1}{4}$ rasional ədədi 0 və 1 tam ədədləri arasında yerləşir, onda $-\frac{1}{4}$ rasional ədədi –1 və 0 tam ədədləri arasında yerləşər (şəkil 3).



ŞƏKİL 2



ŞƏKİL 3

Beləliklə, ədəd oxu üzərində hər bir rasional $r \in \mathbf{Q}$ ədədinə yeganə A nöqtəsi uyğundur. Ədəd müsbət olduqda bu nöqtə ədəd oxu üzərində O hesablama başlanğıcından sağda, mənfi olduqda isə O nöqtəsindən $|r|$ məsafədə solda yerləşir:

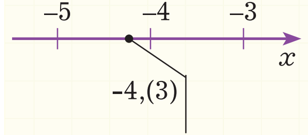
$$OA = |r|.$$

MİSAL: A(-3,6), B($-2\frac{3}{4}$), C(0,5), D(-4,(3)) nöqtələrini ədəd oxu üzərində qeyd edin.

HƏLLİ: Verilmiş nöqtələrin koordinatları kəsr ədəd, adi və dövri onluq kəsr şəklində ədədlərdir. Bu ədədləri ədəd oxu üzərində yerləşdirək.

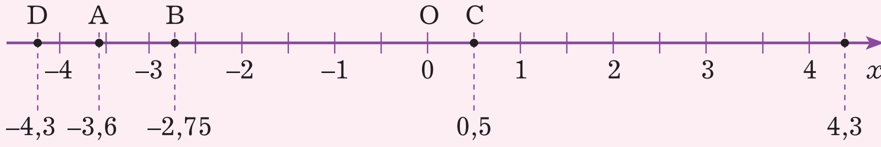
- –3,6 ədədi mənfidir və –4 ilə –3 tam ədədləri arasında yerləşir.
- $-2\frac{3}{4}$ = –2,75 ədədi də mənfidir və –3 ilə –2 tam ədədləri arasında yerləşir.

- 0,5 ədədi müsbətdir və 0 ilə 1 tam ədədləri arasında yerləşir.
- –4,(3) dövri onluq kəsri də mənfi rasional ədəddir və onun yeri –5 və –4 tam ədədləri arasındadır, çünki onun əksi olan 4,(3) ədədi 4 və 5 tam ədədləri arasında yerləşir (şəkil 4).



ŞƏKİL 4

Beləliklə, verilmiş nöqtələri ədəd oxu üzərində aşağıdakı kimi göstərə bilərik (şəkil 5):



ŞƏKİL 5

ÇALIŞMALAR

1. a) Ədəd oxu üzərində hesablama başlanğıcından sağda, solda yerləşən, hesablama bağlangıcı ilə üst-üstə düşən nöqtələrin koordinatları haqqında fikirlərinizi söyləyin.

b) Hesablama başlanğıcından eyni məsafədə yerləşən nöqtələrin koordinatları necə ədədlərdir?

c) Ədəd oxu üzərində ən kiçik və ya ən böyük koordinata malik nöqtə varmı?

2. Aşağıdakı təkliflərin doğru olub-olmadığını araşdırın:

a) –3,2 ədədi –3 və –2 tam ədədləri arasında yerləşir;

b) 9,0(67) ədədi 9 və 9,1 ədədləri arasında yerləşir;

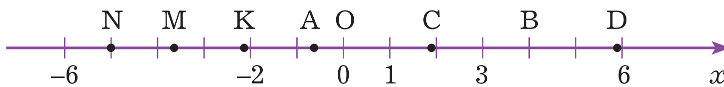
c) 8,(9) ədədi 8 və 9 ədədləri arasında yerləşir;

d) –11,3(6) ədədi hesablama başlanğıcından $11\frac{11}{30}$ qədər sağda yerləşir.

3. Ədəd oxu üzərində verilmiş ədədlərə uyğun nöqtələri qeyd edin:

$-4\frac{1}{2}$; $-3,4$; $-1,2$; $-0,8$; $0,(6)$; $1\frac{3}{5}$; $4,(5)$; $7,8(4)$; $-2\frac{2}{9}$.

4. Ədəd oxu üzərində verilmiş nöqtələrin koordinatını təxmini müəyyən edin:



C və K nöqtələrinə uyğun elə koordinat yazın ki, o, dövri onluq kəsr olsun.

5. Ədəd oxu üzərində hesablama başlanğıcından A(5,8), B(-2,78), C(0,(56)), D(-3,67(4)) nöqtələrinə qədər neçə vahid olduğunu müəyyən edin.

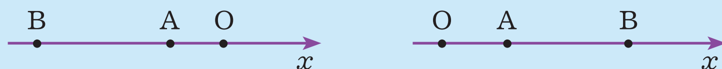


Koordinatı məlum olan iki nöqtə arasındakı məsafə necə tapılır?

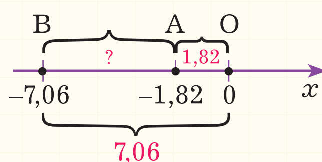
ƏDƏD OXU ÜZƏRİNDƏ İKİ NÖQTƏ ARASINDAKI MƏSAFƏNİN TAPILMASI

Ədəd oxu üzərində qeyd edilmiş ixtiyari iki nöqtə arasındakı məsafəni tapaq. Burada 2 hala baxmaq lazımdır.

Verilmiş nöqtələr O hesablama başlanğıcından eyni tərəfdə yerləşir. **Məsələn,** A və B nöqtələri hər ikisi O nöqtəsindən solda və ya sağdadır (şəkil 6):



ŞƏKİL 6

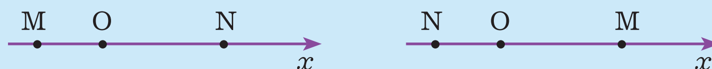


ŞƏKİL 7

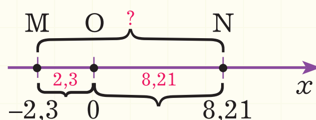
Araşdırma 1: Tutaq ki, A(–1,82) və B(–7,06) nöqtələri arasındakı məsafəni müəyyən etmək lazımdır. Göründüyü kimi, A və B nöqtələri hesablama başlanğıcından eyni tərəfdə, yəni solda yerləşirlər (şəkil 7). Bilirik ki, O nöqtəsindən A nöqtəsinə qədər məsafə: $OA = |-1,82| = 1,82$ uzunluq vahidinə, O nöqtəsindən B nöqtəsinə qədər məsafə isə: $OB = |-7,06| = 7,06$ uzunluq vahidinə bərabərdir.

Onda $AB = OB - OA = 7,06 - 1,82 = -1,82 - (-7,06) = 5,24$ olar.

Verilmiş nöqtələr O hesablama başlanğıcından müxtəlif tərəflərdə yerləşir. **Məsələn,** M və N nöqtələri O nöqtəsindən müxtəlif tərəflərdədir (şəkil 8):



ŞƏKİL 8



ŞƏKİL 9

Araşdırma 2: Tutaq ki, M(–2,3) və N(8,21) nöqtələri arasındakı məsafəni müəyyən etmək lazımdır. Göründüyü kimi, M və N nöqtələri hesablama başlanğıcından müxtəlif tərəflərdə yerləşir (şəkil 9). O nöqtəsindən M nöqtəsinə qədər məsafə: $OM = |-2,3| = 2,3$ vahidə, O nöqtəsindən N nöqtəsinə qədər məsafə isə: $ON = |8,21| = 8,21$ vahidə bərabərdir.

Onda $MN = OM + ON = 2,3 + 8,21 = 8,21 - (-2,3) = 10,51$ olar.

Hər iki araşdırmadan aydın görünür ki, iki nöqtə arasındakı məsafəni taparkən sağdakı nöqtənin koordinatından soldakı nöqtənin koordinatı çıxıldı.

Ədəd oxu üzərində iki $A(x)$ və $B(y)$ nöqtələri arasındakı məsafə bu nöqtələrin koordinatlarının fərqinin moduluna bərabərdir: $AB = |x - y|$

ÇALIŞMALAR

1. Koordinatları verilmiş iki nöqtə arasındakı məsafəni tapın:

a) $A(3{,}46)$ və $B(7{,}89)$; b) $M(-2{,}45)$ və $N(-9{,}2)$;

c) $C(-2{,}(4))$ və $D(0{,}(7))$; d) $F(-7{,}8(4))$ və $D(-1{,}(45))$;

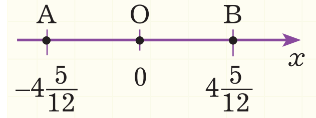
e) $K\left(-\frac{3}{11}\right)$ və $F\left(-\frac{7}{21}\right)$; f) $E\left(3\frac{6}{7}\right)$ və $H\left(-2\frac{3}{5}\right)$.

2. Şəkil 10-da:

a) Verilmiş A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

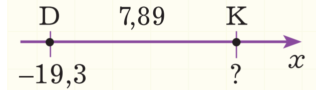
b) Ədəd oxu üzərində koordinatları əks olan iki nöqtə arasındakı məsafəni tapmaq üçün daha səmərəli üsul müəyyən edin.

c) A və B nöqtələri arasında koordinatı tam ədəd olan ixtiyari C nöqtəsi qeyd etməklə AC və BC parçalarının uzunluğunu tapın.



ŞƏKİL 10

3. Şəkildə verilmiş K nöqtəsinin (şəkil 11) koordinatını tapmaq üçün hansı əməldən istifadə edilməlidir? K-nın koordinatını tapın.



ŞƏKİL 11

4. Tapın:

a) $MN = 3{,}54$ və $M(-2{,}9)$ olarsa, N nöqtəsinin koordinatını;

b) $MN = 6{,}(8)$ və $N(4{,}35)$ olarsa, M nöqtəsinin koordinatını.

5. a) Ədəd oxu üzərində koordinatı 5 olan nöqtədən 11 vahid məsafədə olan nöqtələrin koordinatını müəyyən edin və onların cəmini tapın.

b) Ədəd oxu üzərində koordinatı –3 olan nöqtədən 8 vahiddən az məsafədə yerləşən nöqtələrin yerini müəyyən edin. Bu nöqtələrdən koordinatı tam ədəd olanları göstərin.

c) Ədəd oxu üzərində koordinatı –25 olan nöqtədən 100 vahiddən çox məsafədə olan hər hansı üç nöqtənin koordinatını yazın.

6. $A(-3)$, $B(-2{,}5)$, $C(13)$, $D(0)$, $K(-100)$ olarsa, $AB + AC - BC + DK - DC$-ni hesablayın.

7. Ədəd oxu üzərində birincisi $A(-5)$, sonuncusu isə $B(x)$ olan 30 nöqtə qeyd edilib. İstənilən iki qonşu nöqtə arasındakı məsafə 4 sm-dir. Kənar nöqtələr arasındakı məsafəni tapın.

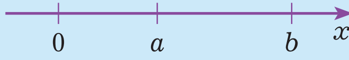
Özünüzü yoxlayın



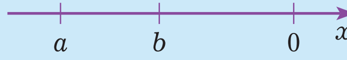
5 Rasional ədədlərin müqayisəsi

Natural ədədlərin, tam ədədlərin və adi kəsrlərin müqayisəsi qaydaları ilə artıq tanışsınız. Bilirsiniz ki, müxtəlif işarəli ədədlərdən işarəsi müsbət olan ədəd işarəsi mənfi olan ədəddən və sıfırdan böyükdür (nə üçün?). Mənfi işarəli ədədləri müqayisə edərkən modulu böyük olan ədəd modulu kiçik olan ədəddən kiçik götürülür (*məsələn:* $-12{,}6<-9{,}3$). Rasional ədədlərin müqayisəsi də oxşar qaydalarla aparılır.

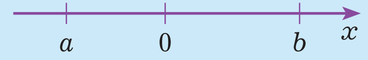
Rasional ədədlərin ədəd oxu üzərində yerləşməsinin 3 vəziyyətinə baxaq:



a və *b* rasional ədədləri ədəd oxu üzərində O hesablama başlanğıcından sağda yerləşir.



a və *b* rasional ədədləri ədəd oxu üzərində O hesablama başlanğıcından solda yerləşir.



a və *b* rasional ədədləri ədəd oxu üzərində O hesablama başlanğıcından müxtəlif tərəflərdə yerləşir.

Yadda saxlayın: Ədəd oxu üzərində verilmiş iki ədəddən sağda yerləşən ədəd həmişə böyükdür.

MİSAL: 2,(34) və 2,34 rasional ədədlərini müqayisə edin.

HƏLLİ: Verilmiş rasional ədədlər eyni işarəli olduğuna görə onları müqayisə edərkən ən yüksək mərtəbədən başlayaraq eyni mərtəbədə yerləşən ədədlərə baxacağıq.

2,(34) dövri onluq kəsrdir. Onu açıq şəkildə yazaq: $2,(34) = 2{,}343434...$.

2,34 ədədi isə sonlu onluq kəsrdir. Onun sonuna sonsuz sayda sıfır yaza bilərik: $2{,}34 = 2{,}34000...$

Göründüyü kimi, hər iki ədədin yazılışında tam hissədə, onda bir və yüzdə bir mərtəbədə yerləşən ədədlər eynidir. Lakin 2,(34) ədədində mində bir mərtəbədə 3 ədədi, 2,34 ədədində isə 0-dır. Deməli, $3 > 0$ olduğuna görə $2,(34) > 2{,}34$ olar.

CAVAB: $2,(34) > 2{,}34$.

−2,343434 ...
−2,340000...

$-2,(34)$ və $-2{,}34$ ədədlərini müqayisə edərkən modulu böyük olan ədədi digərindən kiçik götürürük:

$$|2,(34)| > |2{,}34|.$$

Onda $-2,(34) < -2{,}34$ olar.

ÇALIŞMALAR

1. Rasional ədədləri müqayisə edin:

a) 5,(8) və –12,(9);
b) 3,(5) və 3,55;
c) –2,(67) və -2,676;
d) 11 və 10,(99);
e) 21,56(5) və 21,5657;
f) –0,78(3) və –0,(78).

2. >, < və ya = işarələrindən istifadə edərək müqayisə edin:

a) $\frac{-5}{7}\square\frac{2}{3}$; b) $\frac{-4}{5}\square\frac{-5}{7}$; c) $\frac{-7}{8}\square\frac{14}{-16}$;

d) $\frac{-8}{5}\square\frac{-7}{4}$; e) $\frac{-1}{3}\square\frac{1}{-4}$; f) $\frac{-5}{11}\square\frac{5}{-11}$;

g) $0\ \square\ \frac{-2}{9}$; h) $\frac{-5}{9}\square-0,5$.

Eyni işarəli kəsrləri ortaq məxrəcə gətirməklə müqayisə etmək olar.



Başqa hansı üsulla müqayisə edə bilərsiniz?



3. Verilmiş rasional ədədlər hansı iki qonşu tam ədəd arasında yerləşir?

$2,(87)$; $-0,2(3)$; $\frac{2}{7}$; $\frac{11}{9}$; $-\frac{66}{12}$; $31,(9)$; $-581,1(9)$.

Həmin ədədlərə 0,5 qədər yaxın olan rasional ədədlər hansılardır?

4. Verilmiş ədədlərin yerini ədəd oxu üzərində təxmini qeyd edərək müqayisə aparın.

a) $1,2$ və $1,(2)$; b) $-3,55$ və $-3,(5)$;

c) $-2\frac{23}{99}$ və $-2\frac{23}{90}$; d) $\frac{17}{45}$ və $\frac{1}{3}$

5. $A\left(\frac{7}{99}\right)$, $B(-1(23))$, $C(-4,0(9))$, $D(-3,5)$, $E(-3(5))$, $K\left(-\frac{58}{19}\right)$ nöqtələrini ədəd oxu üzərində təxmini qeyd etməklə onlardan ən sağda və ən solda yerləşən nöqtələri müəyyən edin. Həmin nöqtələr arasındakı məsafəni tapın.

6. a) Verilmiş ədədləri artan sırada yazın:

$\frac{-3}{5}$; $\frac{-3}{5}$; $\frac{-3}{5}$; $-\frac{15}{7}$; $\frac{4}{-15}$; $-3\frac{1}{12}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{25}{7}$; $-0,3$; $-3,(5)$.

b) Verilmiş ədədləri azalan sırada yazın:

$-2,3$; $\frac{-2}{9}$; $\frac{13}{11}$; $\frac{-34}{34}$; $-\frac{1}{5}$; $\frac{4}{-17}$; $-1\frac{1}{13}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{20}{27}$; $0,5$; $-2,(3)$.

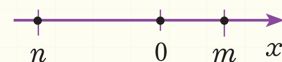
Artan sırada hər sonrakı ədəd özündən əvvəlkindən böyük olur. Bəs azalan sırada necə olar?

7. Ədəd oxu üzərində m və n ədədləri qeyd edilmişdir (şəkil 12). Aşağıdakı sualları cavablandırın:

a) m və n ədədlərinin işarələri haqqında hansı fikirləri söyləyə bilərsiniz? Həmin ədəd oxu üzərində $-m$, $-n$, $2m$, $3n$, $\frac{1}{3}m$, $1\frac{1}{2}n$ ədədləri harada yerləşər?

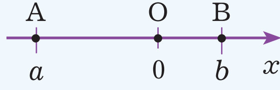
b) $3n$ və $\frac{1}{3}n$ ədədlərindən hansı böyükdür?

c) n və ya $0,5\ m$ ədədlərindən hansının modulu kiçikdir?

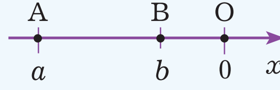


ŞƏKİL 12

8. Ədəd oxu üzərində koordinatları a və b olan nöqtələr təsvir edilmişdir (şəkil 13, a, b, c).



ŞƏKİL 13, a



ŞƏKİL 13, b



ŞƏKİL 13, c

a) Bu ədəd oxu üzərində koordinatları $b + a$, $a - b$ və $b - a$ olan nöqtələrin yerini təxmini qeyd edin.

b) Hansı ədədin böyük olduğunu müəyyən edin:
$a + b$, $a - b$, yoxsa $b - a$?

c) $a + b$, $a - b$ və $b - a$ ədədlərindən hansının modulu ən kiçikdir?

9. a) Bir ədədin modulu ikincinin modulundan böyükdürsə, birinci ədədin ikincidən böyük olduğunu söyləmək olarmı?

b) Hər hansı iki mənfi ədəddən birinin modulu digərinin modulundan böyükdürsə, bu ədədlərin müqayisəsi haqqında nə demək olar?

10. Nümunələr göstərməklə aşağıdakı suallara cavabınızı əsaslandırın:

a) İki ədədin cəmi toplananların birindən böyük, digərindən kiçik ola bilərmi?

b) İki ədədin cəmi toplananların hər birindən kiçik ola bilərmi?

c) İki ədədin cəmi toplananların hər birindən böyük ola bilərmi?

d) İki ədədin hasili vuruqların hər birindən böyük ola bilərmi?

e) İki ədədin cəmi onların hasilinə bərabər ola bilərmi?

f) İki ədədin cəmi onların hasilindən böyük ola bilərmi?

İPUCU: Ədəd oxu üzərində təsvir etməklə araşdırın.



11. Araşdırma: 1) p və k ədədləri mənfi işarəyə malik olarsa,

a) $|p| > |k|$; **b)** $p > k$; **c)** $p < k$

bərabərsizliklərini izah edin.

2) m və n ədədləri hər ikisi mənfi işarəyə malik olarsa, bu ədədlərin modulunu müqayisə edin (bütün hallara baxın).

3) a və b ədədləri müxtəlif işarəyə malik olarsa, bu ədədlərin modulunu müqayisə edin (bütün hallara baxın).

BÖLMƏ 2

6 Modullu və ikiqat bərabərsizliklər

Ədəd oxu üzərində götürülmüş iki nöqtə arasındakı ixtiyari nöqtənin koordinatı soldakı nöqtənin koordinatından böyük, sağdakı nöqtənin koordinatından isə kiçikdir.

Məsələn, şəkil 14-də A nöqtəsinin koordinatı x olsun. Şəkildən göründüyü kimi, $x<5$ və $x>-3$ (və ya $-3<x$)-dür. Bu iki bərabərsizliyi birlikdə $-3<x<5$ şəklində yaza bilərik.

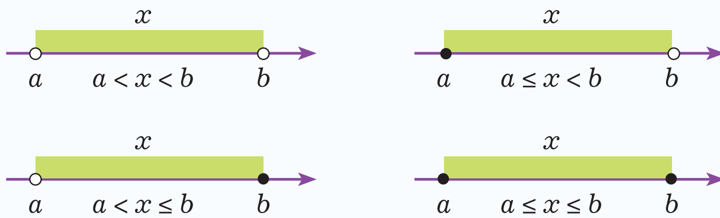


ŞƏKİL 14

$\boldsymbol{a<x<b}$, $\boldsymbol{a\le x<b}$, $\boldsymbol{a<x\le b}$ və ya $\boldsymbol{a\le x\le b}$ şəklində verilmiş bərabərsizlik **ikiqat bərabərsizlik** adlanır (burada a və b məlum rasional ədəd, x isə axtarılan ədəddir).

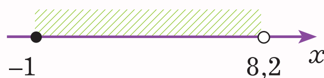
İkiqat bərabərsizliklər, əsasən, < və ya ≤ işarələrinin köməyi ilə yazılır. Lakin bu bərabərsizlikləri > və ya ≥ işarələrinin köməyi ilə də yazmaq olar: $b>x>a$, $b>x\ge a$, $b\ge x>a$ və ya $\boldsymbol{b\ge x\ge a}$.

İkiqat bərabərsizliyin həllər çoxluğu ədəd oxu üzərində aşağıdakı kimi təsvir edilir (şəkil 15):



ŞƏKİL 15

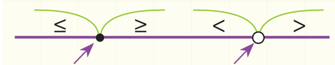
MİSAL: $-1\le x<8{,}2$ ikiqat bərabərsizliyinin həlləri olan x ədədi -1-dən böyük və ya -1-ə bərabər, $8{,}2$-dən isə kiçikdir. Ədəd oxu üzərində belə x-lər koordinatı -1-dən (-1 də daxil olmaqla) $8{,}2$-yə qədər olan nöqtələrdir (şəkil 16).



ŞƏKİL 16

Yadda saxlayın:

Bərabərsizliyin yazılışında ciddi bərabərsizlik işarəsi (< və ya >) istifadə edilirsə, həmin uc nöqtənin koordinatı bərabərsizliyin həllinə aid edilmir və ədəd oxu üzərində bu nöqtənin koordinatı "boş" təsvir edilir. Bərabərsizliyin yazılışında qeyri-ciddi bərabərsizlik işarəsi (≤ və ya ≥) yazılarsa, həmin uc nöqtənin koordinatı həllə aid edilir və ədəd oxu üzərində bu nöqtənin koordinatı "dolu" təsvir edilir.



Nöqtə bu aralıqlara aid edilir.

Nöqtə bu aralıqlara aid edilmir.



İkiqat bərabərsizliklə modul arasında hansı əlaqə var?

İKİQAT BƏRABƏRSİZLİYİN MODUL İŞARƏSİNİN KÖMƏYİ İLƏ YAZILMASI

$-7<x<7$ ikiqat bərabərsizliyinin həlli olan x ədədi –7-dən böyük və 7-dən kiçik olan istənilən rasional ədəddir.

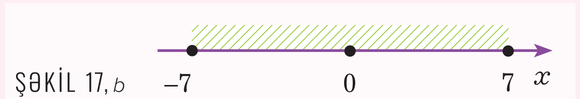
Modulu hər hansı ədəddən kiçik olan bərabərsizliklər

a) $-7<x<7$ bərabərsizliyini modul işarəsinin köməyi ilə $|x|<7$ şəklində yaza bilərik. Doğrudan da, modulu 7-dən kiçik olan bütün rasional ədədlər $(-7;\ 7)$ aralığına aiddir (şəkil 17*a*).



ŞƏKİL 17, *a*

b) $|x| \le 7$ bərabərsizliyi isə $-7 \le x \le 7$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür, yəni onun həllər çoxluğu $[-7;\ 7]$ parçasına aid olan nöqtələrin koordinatlarıdır (şəkil 17*b*).



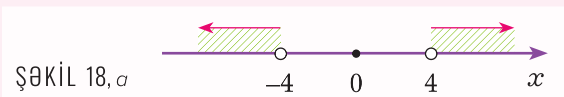
ŞƏKİL 17, *b*

Eynigüclülük eyni həllər çoxluğuna malik olmaq deməkdir.

$|x|<a$ bərabərsizliyi $\boldsymbol{-a<x<a}$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür,
$|x| \le a$ bərabərsizliyi isə $\boldsymbol{-a \le x \le a}$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

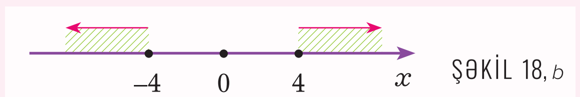
Modulu hər hansı ədəddən böyük olan bərabərsizliklər

a) $|x|>4$ bərabərsizliyinin həlli elə x ədədidir ki, onunla hesablama başlanğıcı ("0") arasındakı məsafə 4 vahiddən böyükdür (yəni həlli –4-dən kiçik və ya 4-dən isə böyükdür). Koordinatı bu ədədlər olan nöqtələr ədəd oxu üzərində "–4"-dən solda və ya "+4"-dən sağda yerləşir (şəkil 18, *a*-da göstərildiyi kimi): $x<-4$ və ya $x>4$.



ŞƏKİL 18, *a*

b) $|x| \ge 4$ bərabərsizliyinin həlli elə x ədədidir ki, onunla hesablama başlanğıcı ("0") arasındakı məsafə 4 vahiddən kiçik deyil (yəni məsafə 4-ə bərabər və ya 4-dən böyükdür). Burada –4 və 4 ədədləri də həllər çoxluğuna aiddir (şəkil 18, *b*-də göstərildiyi kimi): $x \le -4$ və ya $x \ge 4$.



ŞƏKİL 18, *b*

$a>0$ olduqda, $|x|>a$ bərabərsizliyi $\boldsymbol{x<-a}$ və $\boldsymbol{x>a}$ bərabərsizlikləri ilə, $a \ge 0$ olduqda isə $|x| \ge a$ bərabərsizliyi isə $\boldsymbol{x \le -a}$ və $\boldsymbol{x \ge a}$ bərabərsizlikləri ilə eynigüclü olar.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ikiqat bərabərsizlikləri oxuyun və onları iki bərabərsizlikdən istifadə etməklə yazın:

a) $-0{,}8<x<3{,}4$; b) $6{,}8 \le y < 11$; c) $-100 \le a \le 112$;

d) $\frac{1}{3} < b \le 3\frac{1}{3}$; e) $2\frac{5}{8} \ge m > 0$; f) $-4{,}(5) > n \ge -8\frac{2}{9}$.

2. İfadələri ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın:

a) a ədədi 8-dən böyük, 12,3-dən isə kiçikdir;

b) y ədədi –3,(4)-dən böyük, 0-dan kiçik və ya bərabərdir;

c) 5,6 ədədi x-dən böyük və ya bərabər və x ədədi 0,75-dən böyük və ya bərabər;

d) m ədədi –11,9(3) ədədi ilə 4,5 ədədi arasında yerləşir;

e) p ədədi –2 ədədindən kiçik deyil və 2 ədədindən isə böyük deyil;

f) k ədədinin ən böyük tam qiyməti 100, ən kiçik tam qiyməti isə –25-dir.



3. İki bərabərsizliyi ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın:

a) $x \geq 0$ və $x \leq 4{,}2$; b) $y > -5$ və $y \leq 7{,}8(56)$; c) $a < 0$ və $a \geq -\frac{22}{7}$.

4. İkiqat bərabərsizliklərin tam həllərini yazın və sayını deyin:

a) $0{,}3 < x < 7{,}3$; b) $-11{,}6 \leq y < 11{,}6$;

c) $-45{,}1 < z \leq -40{,}5$; d) $\frac{17}{4} \leq k \leq \frac{83}{9}$.

5. İkiqat bərabərsizliklərin natural həllərini yazın və sayını deyin:

a) $-12{,}(2) < a < 5$; b) $7{,}5(7) \leq b < 10{,}1$,

c) $-5{,}9 < c \leq 0$; d) $4\frac{1}{2} \leq d \leq \frac{53}{5}$.

6. İkiqat bərabərsizliklərin ən kiçik və ən böyük tam həllərini tapın:

a) $9{,}1 < m < 12$; b) $-5{,}(3) \leq n < -1{,}(9)$,

c) $-129 < k \leq 0$; d) $-3\frac{3}{5} \leq p \leq \frac{35}{12}$.

7. –4; –7,6; –0,2; 0; 1,2; 3,45; 7,6(12) ədədlərindən aşağıdakı bərabərsizliklərin həllər çoxluğuna daxil olanları seçin:

a) $-8 \leq x \leq -0{,}4$; b) $-5 \leq y < 0$; c) $|m| < -3$;

d) $|b| \geq -2$; e) $|x + 1| < 7$; f) $|y - 7| < 9$.

8. Aşağıdakı ifadələri bərabərsizlik şəklində yazın və hər hansı həllini göstərin:

a) a və –3 ədədlərinin cəmi –0,5-dən kiçikdir;

b) x ədədinin modulu 4,5(7) ədədini aşmır;

c) b ədədi ilə 11,(2) ədədinin fərqinin modulu 3-dən kiçik deyil;

d) m ədədi ilə 1,(23) ədədinin fərqi 7,4 ədədi ilə 9,(4) ədədlərinin fərqindən kiçikdir.

9. Bərabərsizlikləri oxuyun və bir neçə rasional həllini yazın:

a) $-1 \leq m \leq 2$; b) $0 \leq n \leq 11{,}2$; c) $|y| \geq -3$; d) $|x| \leq -24$;

e) $|b| \leq 0$; f) $|p| < 0$; g) $|x - 4| \leq 5$; h) $|9 - x| \geq 7$.

10. Bərabərsizlikləri ödəyən bir neçə rasional ədəd yazın:

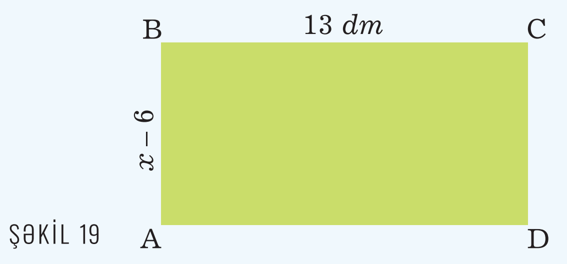
a) $|x + 2{,}1| < 3{,}5$; b) $|x - 2{,}1| > 6$; c) $|12 - x| \geq 0$;

d) $|y| + 3 < 7{,}5$; e) $2{,}3 + |m| \leq 3{,}(7)$; f) $|x| + 3|x| \geq 21$.

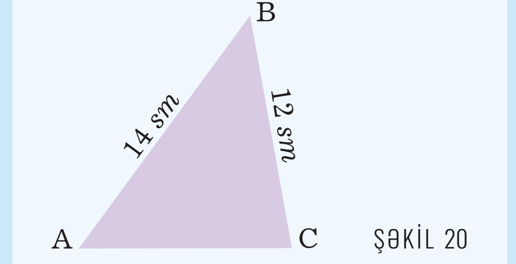
11. a) $ABCD$ düzbucaqlısının AB eni AD tərəfindən kiçikdir (şəkil 19). Düzbucaqlının enini müəyyən edən bərabərsizlik yazın. AB tərəfinin ala biləcəyi natural ədədləri tapın.

b) $ABCD$-nin (şəkil 19) perimetri 36 mm-dən kiçikdir. Bu düzbucaqlının eninin ala biləcəyi ən böyük və ən kiçik natural ədədlər hansıdır?

c) Üçbucağın perimetri 34 sm-dən böyük, 37 sm-dən kiçikdir. AB və BC tərəfləri uyğun olaraq 14 sm və 12 sm olarsa, AC tərəfinin uzunluğunun hansı iki tam ədəd arasında yerləşdiyini müəyyən edin (şəkil 20).



ŞƏKİL 19



ŞƏKİL 20

12. 1) Elə bərabərsizlik yazın ki, onun tam həllər çoxluğu

a) $x = \{2; 3; 4; ...\}$; **b)** $y = \{...; -5; -4; -3\}$;

c) $x = \{-12; -11; -10; -9\}$ kimi olsun;

2) Dəyişəni modul daxilində olan elə bərabərsizlik yazın ki, onun tam həllər çoxluğu:

a) $x = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$; **b)** $y = \{-1; 0; 1\}$;

c) $x = \varnothing$ kimi olsun.

13. Verilmiş bərabərsizliklərin ən böyük və ən kiçik tam həllini yazın:

a) $|x| \le 4$; **b)** $|m| \le 4,(6)$; **c)** $|x| < \frac{3}{5}$; **d)** $-3 < x \le 9$;

e) Sizcə, $|x| \le -2$, $|x| \le 0$, $|x| < 0$ bərabərsizliklərinin ən böyük və ya ən kiçik həlli varmı? Nə üçün?

14. $11 - m \ge 0$ və $|11 - m| \ge 0$ bərabərsizliklərinin hər ikisini ödəyən bir neçə ədəd yazın. Birinci bərabərsizliyi ödəməyən, lakin ikinci bərabərsizliyi doğru edən hər hansı bir ədəd yazın.

15. a) $a < 0$ olduqda $|x| > a$; **b)** $a > 0$ olduqda $|x| > a$;
c) $a < 0$ olduqda $|x| < a$; **d)** $a > 0$ olduqda $|x| < a$;
e) $a \le 0$ olduqda $|x| \le a$; **f)** $a \ge 0$ olduqda $|x| \le a$
bərabərsizliyinin həlləri haqqında fikirlərinizi söyləyin.

Özünüzü yoxlayın



16. Dəyişəni modul işarəsi daxilində olan elə bərabərsizlik yazın ki, onun:

a) bir həlli olsun; **b)** həlli olmasın;

c) sonsuz sayda həlli olsun.

BÖLMƏ 2

7 Rasional ədədlər üzərində əməllər və xassələri

Rasional ədədlər üzərində toplama, çıxma, vurma, bölmə əməllərini yerinə yetirmək mümkündür və bu əməllərin nəticəsi də rasional ədəddir.

TOPLAMA: Rasional ədədlərin toplanması tam və kəsr ədədlərin toplanması kimi icra edilir. Aşağıdakı rasional ədədləri toplayaq:

1) $7{,}6+2{,}(3)=7\frac{6}{10}+2\frac{3}{9}=7\frac{3}{5}+2\frac{1}{3}=7\frac{9}{15}+2\frac{5}{15}=9\frac{14}{15}.$

2) $-12\frac{11}{17}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-12\frac{44}{68}+\left(-\frac{17}{68}\right)=-12\frac{61}{68}.$

Toplamanın **yerdəyişmə qanunu:**	**Toplananların yerini dəyişdikdə cəm dəyişmir:** ***a + b = b + a***

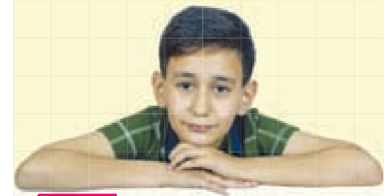
MİSAL 1: Toplananların yerdəyişmə xassəsinin ödəndiyini yoxlayın.

$$\frac{-8}{17}+\frac{-2}{51}=\frac{-24}{51}+\frac{-2}{51}=\frac{-26}{51};\qquad \frac{-2}{51}+\frac{-8}{17}=\frac{-2}{51}+\frac{-24}{51}=\frac{-26}{51}$$

Toplamanın **qruplaşdırma qanunu:**	**İki ədədin cəminin üzərinə üçüncü ədədi əlavə etmək üçün, birinci ədədin üzərinə ikinci və üçüncü ədədin cəmini əlavə etmək olar:** ***a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)***

MİSAL 2: Toplananları qruplaşdırmaqla (1,23 + 24,5) + 5,27 cəmini tapaq. Göründüyü kimi, birinci və üçüncü toplananların cəmini tapmaq daha asandır. Qruplaşdırma və ya yerdəyişmə xassələrinə görə yaza bilərik:

$(1{,}23 + 24{,}5) + 5{,}27 = (1{,}23 + 5{,}27) + 24{,}5 = 6{,}5 + 24{,}5 = 31.$



Yada salın: Eyni işarəli və müxtəlif işarəli ədədlərin cəminin tapılması qaydaları necədir?

ÇIXMA: Müxtəlif işarəli rasional ədədlərin toplanması bu ədədlərin fərqinin tapılması ilə icra edilir.

1) $2{,}6+(-5{,}8)=-(5{,}8-2{,}6)=-3{,}2.$

2) $5+\left(-\frac{3}{7}\right)=5-\frac{3}{7}=4\frac{7}{7}-\frac{3}{7}=4\frac{4}{7}.$

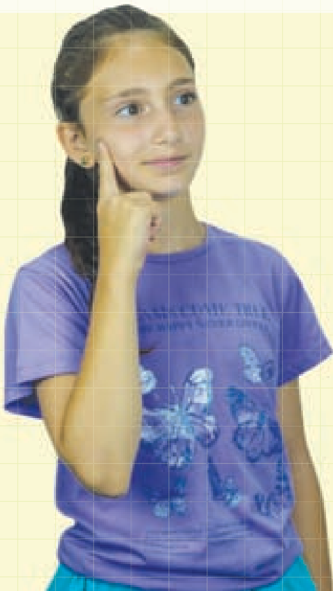
Bilirik ki, iki ədədin fərqini tapmaq üçün azalanın üzərinə çıxılanın əksini gəlmək olar:

3) $-7\frac{1}{15}-5\frac{3}{10}=-7\frac{2}{30}+\left(-5\frac{9}{30}\right)=-12\frac{11}{30};$

4) $\frac{12}{23}-\left(\frac{-5}{46}\right)=\frac{24}{46}+\frac{5}{46}=\frac{29}{46}.$

$a+b-c-d$ ifadəsinə $a+b+(-c)+(-d)$ cəmi kimi baxmaq olar.

Yada salın: Tam və kəsr ədədlərin, eyni işarəli və müxtəlif işarəli ədədlərin hasilinin tapılması qaydaları necədir?



MİSAL 3: Toplananları qruplaşdırmaqla 3,27 – 6,5 – 2,5 + 1,73 ifadəsinin qiymətini tapaq.

Fərqi cəm şəklində yazdıqdan sonra birinci və dördüncü, ikinci və üçüncü toplananları qruplaşdırmaqla cəmi tapaq:

$$3{,}27 - 6{,}5 - 2{,}5 + 1{,}73 = 3{,}27 + (-6{,}5) + (-2{,}5) + 1{,}73 = (3{,}27 + 1{,}73) + (-6{,}5 + (-2{,}5)) = 5 + (-9) = -4.$$

VURMA: Rasional ədədlərin hasili tapılarkən eyni işarəli iki ədədin hasili müsbət, müxtəlif işarəli iki ədədin hasili isə mənfi işarəli olur.

1) $\frac{-5}{11}\cdot(-3)=\frac{-5\cdot(-3)}{11}=\frac{15}{11}=1\frac{4}{11}$

2) $-0{,}3(8)\cdot 1{,}2=-\frac{35}{90}\cdot\frac{6}{5}=-\frac{35\cdot 6}{90\cdot 5}=-\frac{7}{15}$

Vurmanın **yerdəyişmə qanunu:**	**Vuruqların yerini dəyişdikdə hasil dəyişmir:** $a \cdot b = b \cdot a$

MİSAL 4: Vurmanın yerdəyişmə xassəsinin ödəndiyini yoxlayın.

$$\frac{-6}{5}\cdot\frac{1}{12}=\frac{-6\cdot 1}{5\cdot 12}=\frac{-1}{10}; \qquad \frac{1}{12}\cdot\frac{-6}{5}=\frac{1\cdot(-6)}{12\cdot 5}=\frac{-1}{10}.$$

Vurmanın **qruplaşdırma qanunu:**	**İki ədədin hasilini üçüncü ədədə vurmaq üçün birinci ədədi ikinci və üçüncü ədədin hasilinə vurmaq olar:** $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

MİSAL 5: Vuruqları qruplaşdırmaqla 1,8 · 0,25 · 64 · 0,5 hasilini tapın. Birinci vuruğu dördüncü vuruqla, ikinci vuruğu isə üçüncü vuruqla qruplaşdıraraq hasili tapa bilərik:

$$1{,}8 \cdot 0{,}25 \cdot 64 \cdot 0{,}5 = (1{,}8 \cdot 0{,}5) \cdot (0{,}25 \cdot 64) = 0{,}9 \cdot 16 = 14{,}4.$$

Paylama qanunu:

Toplamaya görə: **Ədədi cəmə vurmaq üçün bu ədədi toplananların hər birinə vurub alınan hasilləri toplamaq olar.** $a(b + c) = ab + ac$.

Çıxmaya görə: **Ədədi fərqə vurmaq üçün azalanı və çıxılanı həmin ədədə vurub birinci hasildən ikinci hasili çıxmaq olar.** $a(b - c) = ab - ac$.

MİSAL 6: Çıxmaya görə paylama xassəsini tətbiq etməklə $25\cdot\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right)$ hasilini tapın.

Azalanı və çıxılanı 25-ə vurmaqla mötərizəni açaq:

$$25\cdot\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right)=25\cdot\frac{3}{10}-25\cdot\frac{2}{5}=7{,}5-10=-2{,}5.$$



Sizcə, toplamanın və vurmanın xassələrini nə üçün tətbiq edirlər?

BÖLMƏ: Rasional ədədləri bölərkən bölünəni bölənin tərsinə vurmaq lazımdır.

MİSAL 7:

1) $-3{,}1:\left(-6\frac{1}{5}\right)=-\frac{31}{10}:\left(-\frac{31}{5}\right)=-\frac{31}{10}\cdot\left(-\frac{5}{31}\right)=\frac{1}{2}=0{,}5;$

2) $-9{,}(2):1{,}7(8)=-9\frac{2}{9}:1\frac{71}{90}=-\frac{83}{9}:\frac{161}{90}=-\frac{83}{9}\cdot\frac{90}{161}=-\frac{830}{161}=-5\frac{25}{161}.$

Rasional ədədlər üzərində əməllər yerinə yetirilərkən əməllərin yerinə yetirilmə ardıcıllığına riayət olunur.

Yada salın: Hesab əməlləri hansı ardıcıllıqla yerinə yetirilir?

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı təkliflərdən hansılar doğrudur?

a) istənilən iki natural ədədin cəmi natural ədəddir;
b) istənilən iki natural ədədin fərqi natural ədəddir;
c) istənilən tam və natural ədədin hasili natural ədəddir;
d) istənilən iki tam ədədin qisməti tam ədəddir;
e) istənilən ədədin kvadratı müsbət ədəddir.

Əgər hər hansı təkliflə razı deyilsinizsə, həmin təklifi inkar edən nümunə göstərin.

2. Əməlləri yerinə yetirin, alınmış nəticələrin hansı ədədlər çoxluğuna aid olduğunu söyləyin:

a) $7{,}3+(-22{,}8)$; b) $\frac{3}{4}-(-0{,}25)$; c) $-\frac{21}{44}+\frac{7}{22}$;

d) $-12{,}4\cdot 0{,}2$; e) $\frac{5}{6}:\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$; f) $-4{,}6+\left(-9{,}2-4\frac{2}{3}\right)$;

g) $1\frac{3}{11}:\frac{-1}{11}$; h) $1{,}5\cdot\frac{8}{9}:\frac{-5}{12}$; k) $-3\frac{1}{2}+4\frac{4}{5}-6{,}7$.

NÜMUNƏ: h) Əvvəl onluq kəsri adi kəsrə çevirək, bölmə əməlini isə bölənin tərsinə vurma ilə əvəz edərək çevrilmələr aparaq:

$$1{,}5\cdot\frac{8}{9}:\frac{-5}{12}=-\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{12}{5}=-\frac{3\cdot8\cdot12}{2\cdot9\cdot5}=-\frac{8\cdot2}{5}=-\frac{16}{5}=-3\frac{1}{5}=-3{,}2.$$

Alınan –3,2 ədədi rasional ədəddir.



3. Verilmiş ifadələrdə əməllər ardıcıllığını söyləyin və nəticənin natural, tam və ya kəsr ədəd olduğunu müəyyən edin.

a) $0,3 \cdot 3,5 - 3,7$;

b) $\frac{3}{4} : 9 + (0,732 - 0,75) : 0,009$;

c) $2\frac{4}{13} : \left(-\frac{15}{26}\right) - 3,75 \cdot 2$;

d) $481,92 : 12 - 25,16$;

e) $2\frac{11}{17} - 2\frac{4}{15} - (13,7 \cdot 1,5 - 21,55)$;

f) $\left(\frac{3}{20} + 4\frac{1}{15}\right) + \frac{25}{42} \cdot 2,1$.

4. Dəyişənlərin verilmiş qiymətlərində ifadələrin qiymətini hesablayın:

a) $m = 2,1$; $n = 3,5$ olarsa, $\frac{0,7m - 1,3}{0,29 - 0,18n}$;

b) $x = 5,3$; $y = 0,7$ olarsa, $\frac{x^2 + 1,37}{3,1y - 0,17}$.

5. Tapın:

a) $0,(12)$ ədədinin 10%-ni;

b) $1,(5)$ hissəsi 25 olan ədədi;

c) 45-in $3,(1)$ hissəsini;

d) 75%-i $10,2(7)$ olan ədədi.

6. Adilə 0,(5) hissəsi 50 olan ədədin üzərinə 15%-i 2,1(2) olan ədədi əlavə etdi. Adilə hansı ədədi aldı?

7. Aşağıdakıları müəyyən edin:

a) 1 ilin 0,(6) hissəsi neçə aydır?

b) 180 kq-ın 0,0(5) hissəsi neçə qramdır?

c) 660 ədədinin 0,4(35) hissəsi nə qədərdir?

d) 3,(5) hissəsi 4,(12) olan ədəd hansıdır?

8. a) $\frac{1}{6}$ və $\frac{5}{12}$ ədədləri arasında yerləşən hər hansı rasional ədəd yazın.

b) Həmin ədədlə $\frac{5}{12}$ arasında yerləşən hər hansı rasional ədəd yazın.

c) Bu əməliyyatı nə qədər davam etdirmək olar? Sizcə, istənilən iki rasional ədəd arasında neçə rasional ədəd yerləşər?


Yağ – ?
Zülal – ?
Karbohidrat – ?

9. Südün tərkibində 3,2% yağ, 2,5% zülal, 4,7% karbohidrat olduğu məlumdur. 1 stəkan südün (200 q) tərkibində bu maddələrin hər birindən neçə qram olduğunu müəyyən edin.

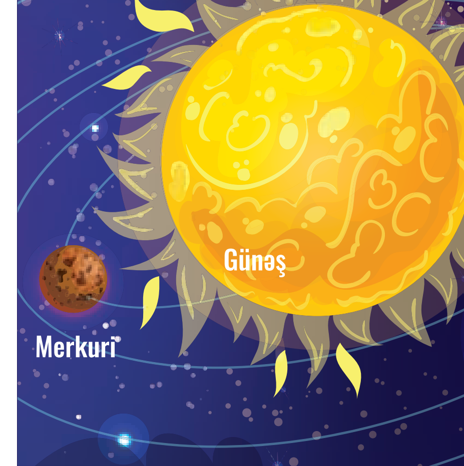
10. Araşdırma: 5-dən böyük hər bir sadə ədədi 1 vahid artırdıqda və ya azaltdıqda alınan ədədin 6-nın bölünəni olduğunu araşdırın.

1) Bu təklifi nümunələr üzərində yoxlayın.

2) Bu təklifin nə üçün doğru olduğunu müzakirə edin.

3) Təklifi əsaslandırmağa çalışın.

11. Merkuri planetinin Günəşdən məsafəsi təxmini 36000000 mildir. Bu məsafə Merkuri planetinin diametrindən təxmini 11800 dəfə böyükdür. Merkuri planetinin diametrinin uzunluğunun təxmini neçə kilometr olduğunu müəyyən edin və onun radiusunu tapın.



1 mil ≈ 1,6 km

12. İfadələrin qiymətini tapmaq üçün alqoritm tərtib edin. Əməllər sırasını müəyyən edərkən nəyə əsaslandınız?

a) $\dfrac{8}{1+\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}}$; b) $2-\dfrac{1}{-2+\frac{1}{3}}+\dfrac{9}{-\frac{7}{4}:\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}$; c) $\dfrac{\left(\frac{5}{6}+1\frac{1}{2}\right):\frac{7}{12}}{-\frac{5}{9}+\left(11-7\frac{5}{18}\right)}$;

d) $\dfrac{(2,73+4,81+3,27-2,81):\left(\frac{2}{5}-\frac{14}{15}\right)}{25\cdot37\cdot0,4}$;

e) $3:\frac{1}{3}+\frac{7}{2}\left(\left(-\frac{7}{6}\right)\cdot\frac{3}{14}-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)$.

13. Verilmiş ifadələrin qiymətini tapın və boş xanalara “>, <, =” işarələrindən uyğun gələni yazın:

a) $\frac{7}{4}:\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)\ \square\ \left(\frac{7}{4}:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{2}{5}$; b) $\dfrac{2}{-3+\frac{1}{5}}\ \square\ 1\frac{4}{7}$.

14. İfadələrin qiymətini tapın:

a) $((21,85:43,7+8,5:3,4):4,5):1\frac{2}{5}+1\frac{11}{21}$;

b) $\left(1\frac{2}{5}+3,5:1\frac{1}{4}\right):2\frac{2}{5}+3,4:2\frac{1}{8}-0,35$;

c) $\left(\dfrac{3,75+2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}-1,875}-\dfrac{2\frac{3}{4}+1,5}{2,75-1\frac{1}{2}}\right)\cdot\frac{10}{11}$; d) $\dfrac{\left(0,5:1,25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot3}{\left(1,5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}}$.

15. Dövri onluq kəsrləri adi kəsrlərə çevirməklə ifadələrin qiymətini müəyyən edin:

a) $\dfrac{\left(0,666...-\frac{1}{3}\right)\cdot0,25}{0,12333...:0,0925}+12,5\cdot0,64$;

b) $\dfrac{0,8333...-0,4(6)}{1\frac{5}{6}}\cdot\dfrac{1,125+1\frac{3}{4}-0,41(6)}{0,59}$.

Özünüzü yoxlayın



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. Nərminin kitablarının sayı Sevilin kitablarının sayından çox, Əhmədin kitablarının sayından isə azdır. Sevilin 12 kitabı var və bu Əhmədin kitablarının sayının 60%-nə bərabərdir. Nərminin ən az və ən çox neçə kitabı ola bilər?

2. $9,(5)$ və $9,554$ ədədləri arasında yerləşən bir neçə ədəd yazın.

3. $a=5,(1)$ və $b=2,12589$ ədədləri verilib. $a + b$ cəmi hansı iki qonşu natural ədədlər arasında yerləşir?

1) a və b ədədlərini: **a)** $0,1$; **b)** $0,01$; **c)** $0,001$ dəqiqliklə yuvarlaqlaşdırmaqla $a + b$ cəminin daha dəqiq sərhədlərini müəyyən edin (sərhədlər onluq kəsrlər ola bilər);

2) a və b ədədlərini $0,0001$ dəqiqliklə yuvarlaqlaşdıraraq $a-b$ fərqinin tam sərhədlərini müəyyən edin;

3) $b-a$ fərqinin onluq kəsr olan bir neçə sərhədini və ən yaxın tam sərhədlərini yazın.

4. Ədəd oxu üzərində m, n və k ədədlərinə uyğun A, B və D nöqtələri qeyd edilmişdir.



Əgər $m > n$ və $k > m$ olduğu məlumdursa, ədəd oxu üzərindəki A, B və D nöqtələrinin hər birinə uyğun gələn ədədi yazın. Şəklə uyğun olaraq m, n və k ədədlərindən və "<" işarəsindən istifadə edərək ikiqat bərabərsizlik yazın. Bu ikiqat bərabərsizliyi ">" işarəsinin köməyi ilə necə yazarsınız?

5. Birinci avtomobil x saata 700 km, ikinci avtomobil isə y saata 630 km yol getdi.

a) $x = 12,5$, $y = 10,5$; **b)** $x = y = 14$ olarsa,

hansı avtomobilin orta sürəti daha çox olar?

6. II Qarabağ müharibəsində əsgərlərimizin qəhrəmanlıqla işğaldan azad etdiyi Şuşa qalasının inşa edildiyi sahə çoxsaylı təpə və yarğanlara, qərbdən amfiteatr formasına malik dağ yaylasıdır. Yaylanın ən hündür hissəsi dəniz səviyyəsindən 1600 m, ən aşağı hissəsi isə 1300 m hündürlüyə malikdir. Qalanın dəniz səviyyəsindən h hündürlüyünün ölçüsünü ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın və bərabərsizliyin tam həllərini müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın



7. İfadələrin qiymətini hesablayın:

a) $-6,965 + 23,3$; **b)** $6,2 \cdot (-1,33)$; **c)** $53,4 : (-15)$;

d) $99 - 9,904$; **e)** $-0,016 \cdot 0,25$; **f)** $75 : 1,25$.

PARALELLİK. PERPENDİKULYARLIQ

BÖLMƏ 3

AKSİOM VƏ TEOREM

Riyaziyyatda müxtəlif düsturlar, qaydalar, təriflər, təkliflər mövcuddur. Bir çox təkliflər isbatsız qəbul edilir. Bəzi təklifləri isə isbat etmək, əsaslandırmaq lazım gəlir.

Riyazi təkliflər 2 növ olur.

- **Aksiom** – isbatsız qəbul edilən təkliflər,
- **Teorem** – isbata ehtiyacı olan təkliflər.

Riyazi təkliflər

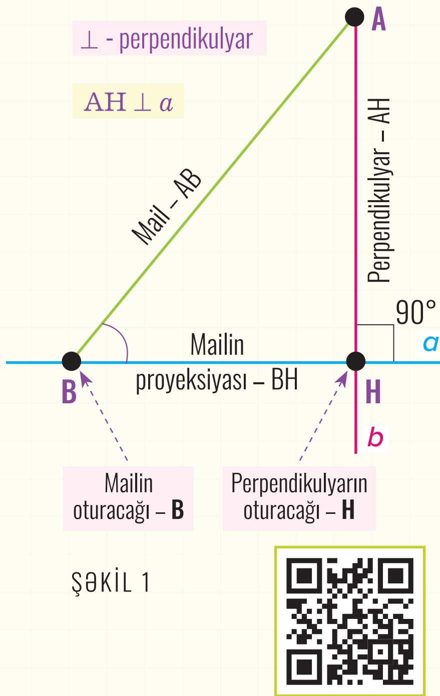
İsbatsız	İsbatlı
İsbatsız qəbul edilən təklif **aksiom** adlanır.	İsbata ehtiyacı olan təklif **teorem** adlanır.
NÜMUNƏ 1: İki nöqtədən bir və yalnız bir düz xətt keçirmək olur.	TEOREM: Hər hansı şərtlərə görə müəyyən hökmün verilməsi.
NÜMUNƏ 2: Bir düz xətt üzərində olan üç nöqtədən biri digər ikisinin arasında yerləşir.	TƏRS TEOREM: Hər hansı teoremin şərti ilə hökmünün yerini dəyişməklə alınır.





BÖLMƏ 3

1 Perpendikulyar və mail



ŞƏKİL 1



İki *a* və *b* düz xətləri kəsişdikdə təpəsi kəsişmə nöqtəsində olan dörd bucaq əmələ gəlir. Bucaqlardan biri 90° olarsa, bu düz xətlər perpendikulyar düz xətlər olur (şəkil 1).

a və *b* düz xətlərinin perpendikulyarlığı $a \perp b$ kimi yazılır.

Tutaq ki, *a* düz xətti və onun üzərində olmayan A nöqtəsi verilib (şəkil 1). A nöqtəsindən *a* düz xəttini H nöqtəsində kəsən elə AH düz xətti çəkək ki, onlar arasındakı bucaq 90° olsun. Bu halda AH parçası **perpendikulyar** adlanır. H nöqtəsi **perpendikulyarın oturacağı** adlanır. Şəkil 1-ə əsasən $AH \perp a$.

AH-ın uzunluğu A nöqtəsindən *a* düz xəttinə qədər **məsafə** adlanır.

A nöqtəsindən *a* düz xəttinə çəkilmiş və *a* düz xəttini 90°-dən fərqli bucaq altında kəsən **AB** parçası **mail** adlanır. Bu iki düz xəttin B kəsişmə nöqtəsi AB **mailinin oturacağı adlanır.** ∠ABH – **meyil bucağıdır.** Bir nöqtədən bir düz xəttə sonsuz sayda mail çəkmək olar.

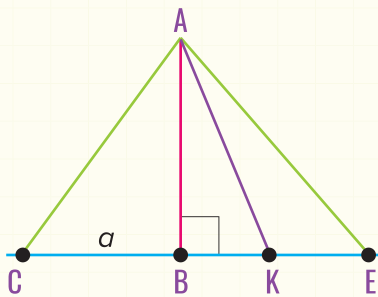
Mailin oturacağı ilə (B nöqtəsi ilə) perpendikulyarın oturacağını (H nöqtəsi) birləşdirən parça **mailin *a* düz xətti üzərindəki proyeksiyasıdır**. Şəkil 1-də BH parçası AB mailinin *a* düz xətti üzərindəki proyeksiyasıdır.

Eyni nöqtədən *a* düz xəttinə çəkilmiş istənilən mailin uzunluğu perpendikulyarın uzunluğundan böyükdür: **AB>AH**

TEOREM: İstənilən nöqtədən verilmiş düz xəttə yalnız bir perpendikulyar düz xətt çəkmək mümkündür.



Teoremin isbatı üçün QR koda baxın.



ŞƏKİL 2

ÇALIŞMALAR

1. Şəkil 2-yə əsasən aşağıdakıları göstərin:

a) mailləri; b) maillərin oturacaqlarını;
c) perpendikulyarı; d) perpendikulyarın oturacağını;
e) maillərin proyeksiyalarını;
f) A nöqtəsindən *a* düz xəttinə qədər məsafəni;
g) maillərin meyil bucaqlarını.

2. *m* düz xətti çəkin və onun üzərində olmayan M nöqtəsi qeyd edin. M nöqtəsindən *m* düz xəttinə perpendikulyar və maillər çəkin.

a) Bu parçalardan hansının uzunluğu M nöqtəsi ilə *m* düz xətti arasındakı məsafə sayılır?

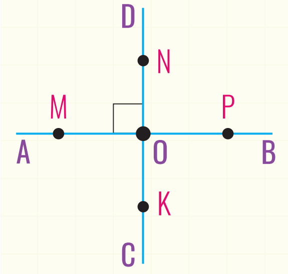
b) Sizcə, ən böyük uzunluğa malik olan mail hansı olar?

3. Şəkil 3-də verilənlərə görə yazın:

a) bir-birinə perpendikulyar olan iki cüt şüa;

b) bir-birinə perpendikulyar olan dörd cüt parça;

c) bir-birinə perpendikulyar olan üç cüt parça və şüa.



Nümunə:

a) MB və KD şüaları: $MB \perp KD$.

b) OM və KN parçaları: $OM \perp KN$.

c) OD şüası və MP parçası: $OD \perp MP$

ŞƏKİL 3

4. *a* düz xətti A bucağının tərəflərini uyğun olaraq B və C nöqtələrində kəsir. AB və AC düz xətlərinin hər ikisi *a* düz xəttinə perpendikulyar ola bilərmi? Nə üçün?

5. İtibucaqlı, düzbucaqlı, korbucaqlı üçbucaq çəkin. Bu uçbucaqların hər təpəsindən qarşı tərəfə qədər olan məsafəni əks etdirən parçanı göstərin.

6. Düzbucaqlının eni 3 sm 4 mm, uzunluğu isə bundan 3 dəfə çoxdur. Düzbucaqlının hər təpəsindən qarşı tərəfə qədər olan məsafəni tapın.

7. Düzbucaqlı paralelepipedin ölçüləri 12 sm, 15 sm və 16,2 sm-dir. Onun hər təpəsindən tillərə qədər olan məsafəni müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın



8. Düz xətt üzərində olmayan nöqtədən bu düz xəttə iki konqruyent mail çəkilmişdir. Mailin proyeksiyasının uzunluğu 8 sm olarsa, maillərin oturacaqları arasındakı məsafəni müəyyən edin.

9. M və N nöqtələrindən *a* düz xəttinə qədər olan məsafə uyğun olaraq 6 sm və 9 sm-dir. MN və *a* düz xətləri perpendikulyardır.

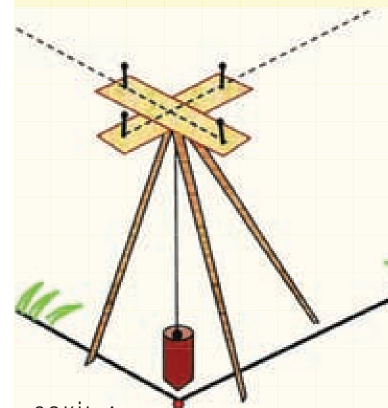
a) MN parçasının uzunluğunu tapın;

b) MN parçasının ortasından *a* düz xəttinə qədər olan məsafə nə qədərdir? Burada neçə hala baxmaq lazım gəlir?

10. K nöqtəsindən *a* düz xəttinə *c* və *d* mailləri elə çəkilib ki, bu maillərlə *a* düz xətti arasındakı meyil bucağı uyğun olaraq 60° və 30°-dir. *c* və *d* düz xətlərinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

11. D nöqtəsindən *n* düz xəttini kəsən üç düz xətt çəkilmişdir. İsbat edin ki, onlardan heç olmasa ikisi *n* düz xəttinə perpendikulyar deyil.

12. Praktik iş: Tikinti işləri apararkən yer üzərində perpendikulyar düz xətləri çəkmək üçün "**ekker**" alətindən (şəkil 4) istifadə edilir. Şəkil 4-ü nəzərdən keçirərək bu alətin köməyi ilə düz bucağın necə qurulduğunu izah edin.



ŞƏKİL 4

2 Parçanın orta perpendikulyarı



Həndəsənin əsas anlayışlarından biri “**qurma**” anlayışıdır. Bu anlayış tərifsiz qəbul edilir.

Müəyyən şərtlərlə və alətlərlə hər hansı həndəsi fiqurun qurulmasını tələb edən təklifə **qurma məsələsi** deyilir.

İndi pərgar və xətkeş alətlərindən istifadə etməklə əvvəlcə verilmiş parçaya konqruyent parçanı, sonra isə onun orta perpendikulyarını quraq.

Parçanın orta nöqtəsindən keçərək ona perpendikulyar olan düz xəttə parçanın **orta perpendikulyarı** deyilir.



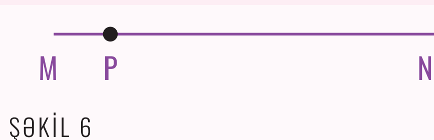
1. Verilmiş AB parçasına konqruyent parçanın qurulması



ŞƏKİL 5

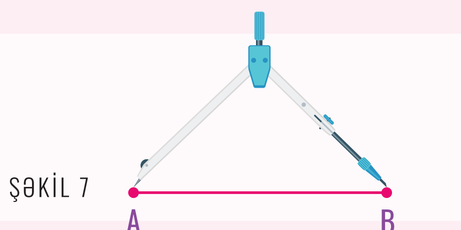
QURMANIN ALQORİTMİ:

Tutaq ki, AB parçası verilib (şəkil 5).



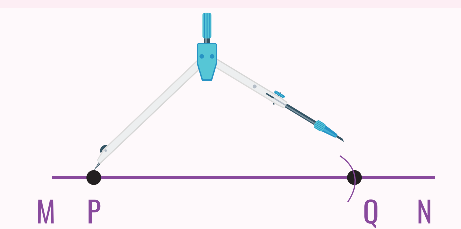
ŞƏKİL 6

Addım 1:
Xətkeş vasitəsilə hər hansı MN düz xəttini çəkək və onun üzərində P nöqtəsini qeyd edək (şəkil 6).



ŞƏKİL 7

Addım 2:
Pərgarın iti və qələm ucları arasındakı məsafəni AB parçası qədər açaq (şəkil 7).



ŞƏKİL 8

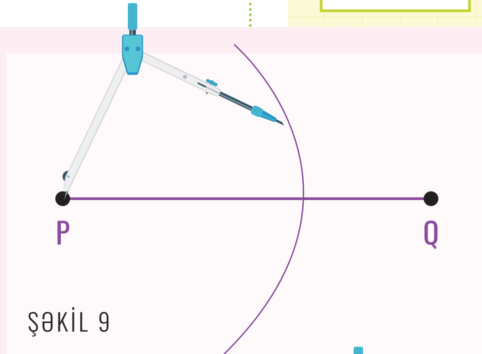
Addım 3:
Pərgarın ucları arasındakı məsafəni dəyişmədən iti ucunu MN düz xəttinin üzərindəki P nöqtəsində yerləşdirək. Pərgarın qələm olan ucu ilə MN düz xəttinin üzərində qövs çəkək və kəsişmədə alınan nöqtəni Q ilə işarə edək (şəkil 8).
Alınan PQ parçası AB parçasına konqruyentdir: $PQ \cong AB$.

Verilmiş PQ parçasının orta nöqtəsini və həmin nöqtədən parçaya perpendikulyar olan düz xətti quraq.



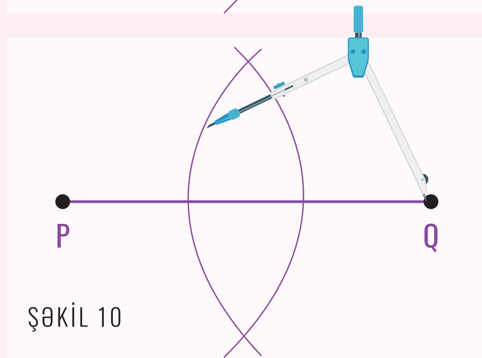
2. Orta perpendikulyarın qurulması

Addım 1:
Pərgarın iti ucunu P nöqtəsində yerləşdirək, PQ parçasını kəsən radiusu PQ parçasının yarısından kiçik olmayan yarımçevrə çəkək (şəkil 9).



ŞƏKİL 9

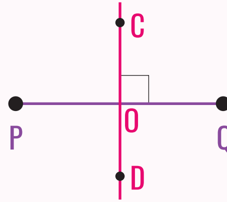
Addım 2:
Pərgarın ucları arasındakı məsafəni dəyişmədən iti ucunu Q nöqtəsində yerləşdirək və PQ parçasını kəsən ikinci yarımçevrəni çəkək (şəkil 10).



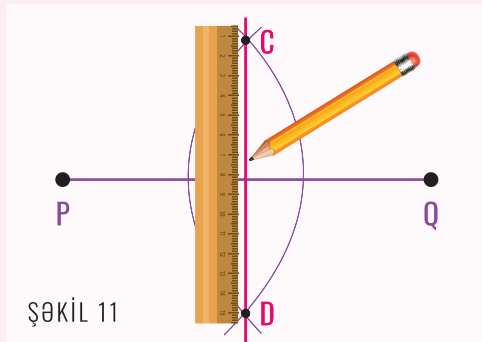
ŞƏKİL 10

Addım 3:
Yarımçevrələrin kəsişdiyi nöqtələri C və D ilə adlandırıb xətkeş vasitəsilə bu nöqtələrdən keçən düz xətt çəkək (şəkil 11).

Alınan CD düz xətti PQ parçasının orta perpendikulyarıdır (şəkil 12). O nöqtəsi isə PQ parçasının orta nöqtəsidir.



ŞƏKİL 12



ŞƏKİL 11

ÇALIŞMALAR

1. a) Üfüqi vəziyyətdə verilmiş hər hansı uzunluğa malik parça çəkin və onun orta perpendikulyarını qurun.

b) Şaquli vəziyyətdə verilmiş hər hansı uzunluğu olan parça çəkin və onun orta perpendikulyarını qurun.

c) Maili vəziyyətdə verilmiş hər hansı uzunluğu olan parça çəkin və onun orta perpendikulyarını qurun.

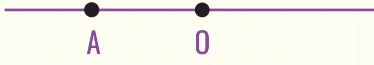
2. a) ABC üçbucağının,

b) MNPK düzbucaqlısının

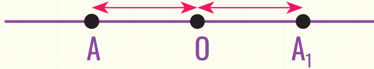
c) ABCD trapesiyasının tərəflərinin orta nöqtəsini müəyyən edin.

BÖLMƏ 3

3 Mərkəzi simmetriya



ŞƏKİL 13



ŞƏKİL 14

Hər hansı nöqtəyə nəzərən verilmiş nöqtəyə simmetrik olan nöqtəni qurmağı öyrənək. Tutaq ki, A və O nöqtələri verilib. Bu nöqtələrdən keçən düz xətti çəkək (şəkil 13).

Mərkəzi O nöqtəsində olub radiusu OA-ya bərabər olan çevrə çəkək. Bu çevrə ilə OA düz xəttinin kəsişməsindən alınan ikinci nöqtəni A_1 ilə işarə edək. A və A_1 nöqtələri O nöqtəsinə nəzərən simmetrik nöqtələrdir.

O və A nöqtəsindən keçən düz xətt üzərində $OA_1 \cong OA$ şərtini ödəyən A_1 nöqtəsinə O nöqtəsinə nəzərən A nöqtəsi ilə **simmetrik nöqtə** deyilir.

O nöqtəsi **simmetriya mərkəzi** adlanır və özü-özünə simmetrik nöqtədir.

Nöqtəyə nəzərən fiqurların simmetriyasının 2 halına baxaq.

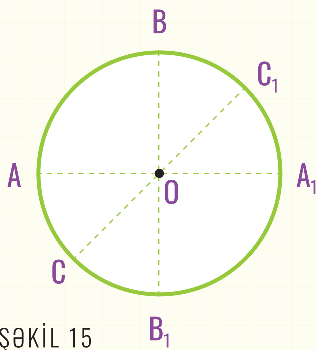
I. MƏRKƏZİ SİMMETRİK FİQURLAR

Fiqurun hər bir nöqtəsinə O nöqtəsinə nəzərən simmetrik nöqtə də fiqura aiddirsə, bu fiqura O nöqtəsinə nəzərən **mərkəzi simmetrik fiqur** deyilir və O nöqtəsi fiqurun **simmetriya mərkəzi** adlanır.



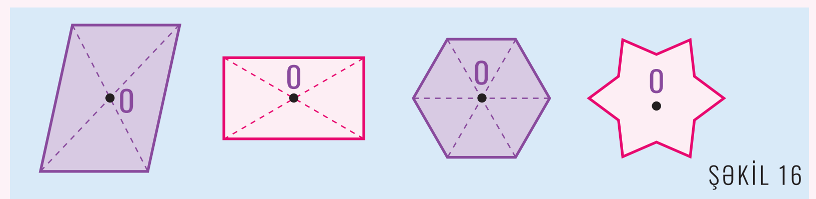
MİSAL 1: Çevrənin mərkəzinə nəzərən çevrə üzərində olan nöqtələrə simmetrik olan nöqtələri qurun.

QURMA: Verilmiş çevrənin üzərində verilmiş nöqtələrə O mərkəzinə nəzərən simmetrik olan nöqtələri quraq. A nöqtəsindən O-ya qədər olan məsafə çevrənin radiusudur. O nöqtəsindən düz xətt boyunca əks tərəfə OA radiusu qədər məsafə ayırsaq OA_1 radiusunu alarıq. Deməli, A_1 nöqtəsi çevrəyə aiddir. Eyni qayda ilə, B-yə simmetrik B_1, C-yə simmetrik C_1 və s. nöqtəsi də çevrəyə aid olar (şəkil 15). Beləliklə, O çevrə mərkəzinə nəzərən simmetriyada çevrə özünə çevrilər.



ŞƏKİL 15

QEYD: Mərkəzi simmetrik fiqurlar (şəkil 16) O mərkəzinə nəzərən simmetriyada özünə çevrilir.



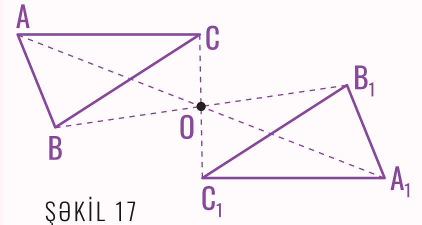
ŞƏKİL 16

II. HƏR HANSI NÖQTƏYƏ NƏZƏRƏN SİMMETRİK FİQURLAR

Hər hansı nöqtəyə nəzərən verilmiş fiqura simmetrik fiqur qurarkən həmin fiqura konqruyent fiqur alınır.

MİSAL 2: O nöqtəsinə nəzərən ABC üçbucağına (şəkil 17) simmetrik olan fiquru qurun.

QURMA: O nöqtəsinə nəzərən verilmiş üçbucağa simmetrik fiquru qurmaq üçün O nöqtəsinə nəzərən onun təpə nöqtələrinə simmetrik olan nöqtələri qurmaq və alınan nöqtələri ardıcıl birləşdirmək lazımdır. Alınan $A_1B_1C_1$ fiquru da üçbucaqdır. $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

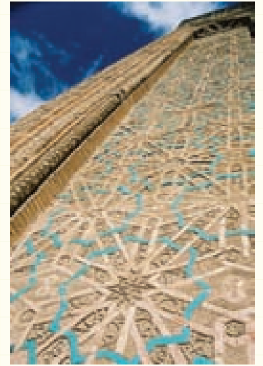


ŞƏKİL 17

MƏRKƏZİ SİMMETRİYANIN XÜSUSİYYƏTLƏRİ:

1. Mərkəzi simmetriyada məsafə saxlanılır;
2. Mərkəzi simmetriyada nöqtə nöqtəyə, düz xətt düz xəttə, şüa şüaya, parça özünə konqruyent parçaya çevrilir;
3. Mərkəzi simmetriyada fiqur özünə konqruyent fiqura çevrilir.

Simmetrik fiqurlara incəsənətdə, memarlıqda, texnikada, məişətdə tez-tez rast gəlinir. Xalçalarda, divar kağızlarında, parçalarda, tarixi abidələrdə olan naxışların əksəriyyəti simmetriya mərkəzinə malik olan fiqurlardır.


MÖMİNƏ XATUN TÜRBƏSİ

ÇALIŞMALAR

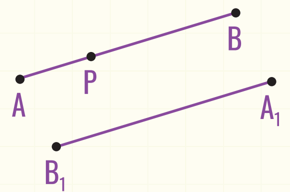
1. a) Müstəvi üzərində A, B, C, D, M nöqtələri qeyd edin. Həmin nöqtələrə M nöqtəsinə nəzərən simmetrik nöqtələr qurun.

b) Müstəvi üzərində AB düz xətti, MN şüası, PK parçası çəkin və O nöqtəsini qeyd edin. O nöqtəsinə nəzərən bu fiqurlara simmetrik olan fiqurları qurun. Alınan fiqurların xassələrini söyləyin.

2. *c* düz xətti AB parçasını O nöqtəsində kəsir və OA ≠ OB. A və B nöqtələri O nöqtəsinə nəzərən simmetrikdirmi? Nə üçün?

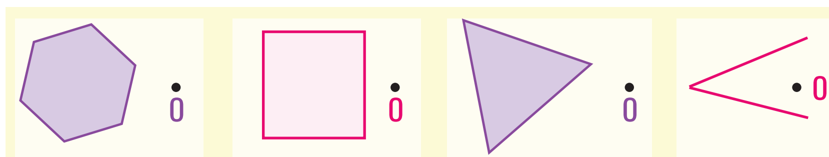
3. a) şüa; **b)** düz xətt; **c)** iki kəsişən düz xətt; **d)** kvadrat; **e)** üçbucaq fiqurlarının simmetriya mərkəzi varmı? Əgər varsa, onların simmetriya mərkəzini göstərin.

4. AB və A_1B_1 parçaları hər hansı O nöqtəsinə nəzərən simmetrik parçalardır (şəkil 18). Bu simmetriyada O nöqtəsinin yerini göstərin və P nöqtəsinə simmetrik olan nöqtənin yerini müəyyən edin.



ŞƏKİL 18

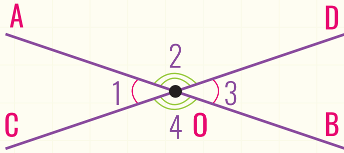
5. O nöqtəsinə nəzərən verilmiş fiqurlara (şəkil 19) simmetrik olan fiqurları qurun. Alınan fiqurlar və onların simmetriya mərkəzi haqqında danışın.



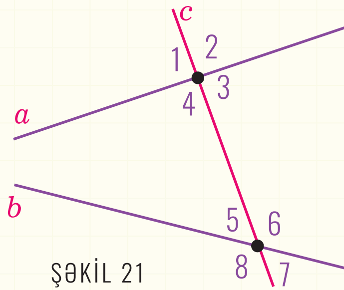
ŞƏKİL 19

BÖLMƏ 3

4 İki düz xəttin üçüncü ilə kəsişməsindən alınan bucaqlar



ŞƏKİL 20



ŞƏKİL 21

İki kəsişən AB və CD düz xətlərini çəkək. Bilirik ki, burada təpəsi kəsişmə nöqtəsində, tərəfləri başlanğıcı bu düz xətlərin kəsişmə nöqtəsi olan şüaların əmələ gətirdiyi dörd bucaq alınır (şəkil 20).

$\angle AOC = \angle 1$, $\angle AOD = \angle 2$, $\angle BOD = \angle 3$, $\angle BOC = \angle 4$ işarə edək.

Burada:

$\angle 1 \cong \angle 3$ və $\angle 2 \cong \angle 4$ (nə üçün?)

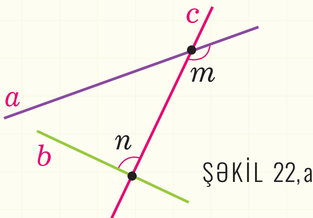
$\angle 1 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 4 = \angle 3 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = 180°$ (nə üçün?).

İndi isə ixtiyari a və b düz xətləri ilə onları kəsən c düz xətti arasında yaranan bucaqları nəzərdən keçirək. Kəsişmədən alınan bucaqları 1-dən 8-ə qədər nömrələyək (şəkil 21).

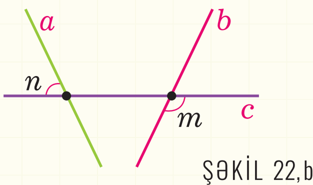
İki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi bucaqlar bu düz xətlərə və kəsənə nəzərən yerləşdiyi vəziyyətlərinə görə aşağıdakı kimi adlandırılır:

Daxili çarpaz bucaqlar:	Xarici çarpaz bucaqlar:	Daxili birtərəfli bucaqlar:	Xarici birtərəfli bucaqlar:	Uyğun bucaqlar:
$\angle 4$ və $\angle 6$;	$\angle 1$ və $\angle 7$;	$\angle 4$ və $\angle 5$;	$\angle 2$ və $\angle 7$;	$\angle 1$ və $\angle 5$;
$\angle 3$ və $\angle 5$	$\angle 2$ və $\angle 8$	$\angle 3$ və $\angle 6$	$\angle 1$ və $\angle 8$	$\angle 2$ və $\angle 6$;
				$\angle 4$ və $\angle 8$;
				$\angle 3$ və $\angle 7$

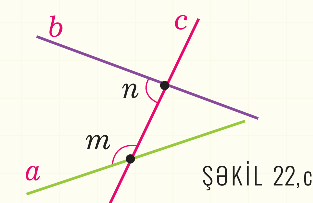
ÇALIŞMALAR



ŞƏKİL 22, a



ŞƏKİL 22, b



ŞƏKİL 22, c

1. Hər hansı m və n düz xətlərini çəkin. Onların hər ikisini kəsən k düz xətti ilə əmələ gətirdiyi bucaqları adlandırın və onları növlərinə ayırın.

2. Şəkil 21-də verilmiş daxili çarpaz bucaqlardan $\angle 4 \cong \angle 6$ olarsa, aşağıdakı təklifləri izah etməyə çalışın:

a) digər çarpaz bucaqlar da bərabərdir;

b) uyğun bucaqlar bərabərdir;

c) daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dir.

3. İki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili birtərəfli bucaqlardan $\angle 3 + \angle 6 = 180°$ olarsa (şəkil 21), aşağıdakı təklifləri izah edin:

a) $\angle 2 + \angle 7 = 180°$; **b)** daxili çarpaz bucaqlar bərabərdir;

c) uyğun bucaqlar bərabərdir.

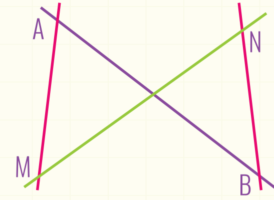
4. Şəkil 22 (a, b, c)-də verilmiş m və n bucaqların növünü söyləyin.

5. İki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi uyğun bucaqların hər hansı cütü bərabər olarsa, onda aşağıdakı təkliflərin doğruluğunu araşdırın:

a) digər cüt uyğun bucaqlar da bərabərdir;

b) daxili çarpaz bucaqlar bərabərdir;

c) daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dir.



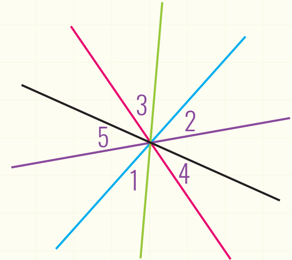
ŞƏKİL 23

6. AB və MN düz xətləri kəsişir. AM və BN düz xətlərinin MN kəsəni ilə əmələ gətirdiyi (şəkil 23):

a) daxili çarpaz bucaqları,

b) xarici çarpaz bucaqları,

c) daxili birtərəfli bucaqları göstərin.

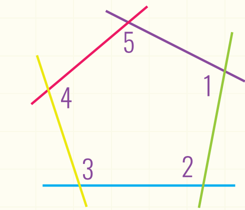


ŞƏKİL 24

7. Beş düz xətt bir nöqtədə kəsişir (şəkil 24). $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ cəmini tapın.

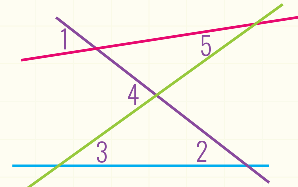
8. Beş düz xətt cüt-cüt kəsişir (şəkil 25). Alınan beşbucaqlının təpələrindən xaricdə əmələ gələn bütün bucaqlarının cəmi 1260° olarsa, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ cəmini tapın.

Qeyd: bir təpədəki bucağın 360° olduğunu nəzərə alın.



ŞƏKİL 25

9. Dörd düz xətt şəkil 26-da təsvir edildiyi kimi kəsişir. $\angle 2 + \angle 3 = 88°$ olarsa, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ cəmini tapın.



ŞƏKİL 26

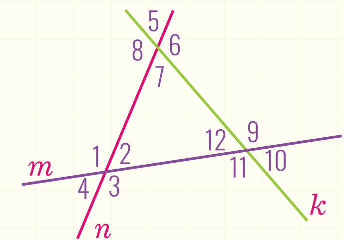
10. Kəsişən a, b və c düz xətləri üçbucaq əmələ gətirir. Bu düz xətlər arasında əmələ gələn bütün bucaqların cəmi neçə dərəcədir? Hansı halda bu düz xətlər cüt-cüt kəsişsə də, üçbucaq əmələ gətirməz?

11. m, n və k düz xətləri cüt-cüt kəsişir (şəkil 27).

a) m və n düz xətlərinin k kəsəni ilə əmələ gətirdiyi daxili və xarici birtərəfli bucaqlar cütünü yazın.

b) k və n düz xətlərinin m kəsəni ilə əmələ gətirdiyi daxili və xarici çarpaz bucaqlar cütünü yazın.

c) m və k düz xətlərinin n kəsəni ilə əmələ gətirdiyi uyğun bucaqlar cütünü yazın.



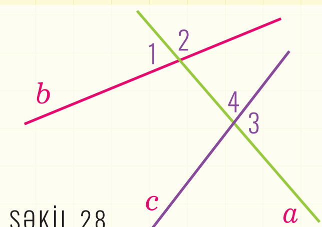
ŞƏKİL 27

12. a düz xətti b və c düz xətlərini kəsir (şəkil 28).

a) $\angle 1 = 56°$, $\angle 3 = 122°$ olarsa, $\angle 2$ və $\angle 4$-ün dərəcə ölçüsünü müəyyən edin.

b) $\angle 1 + \angle 4 = 96°$ olarsa, $\angle 2 + \angle 3$ cəmini tapın.

c) $\angle 2 - \angle 4 = 32°$ olarsa, $\angle 3 - \angle 1$ fərqini tapın.



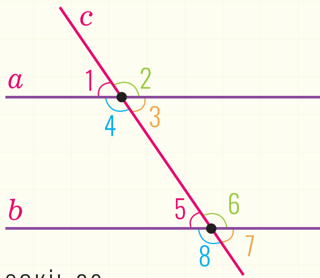
ŞƏKİL 28

5 Düz xətlərin paralellik əlamətləri

Əvvəlki mövzuda iki düz xəttin qarşılıqlı vəziyyəti ixtiyari seçilmişdir. Xüsusi halda iki düz xətt paralel olarsa, bu paralel düz xətlərin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili və ya xarici çarpaz bucaqların, daxili və ya xarici birtərəfli bucaqların, uyğun bucaqların xassələrini və düz xətlərin paralellik əlamətlərini araşdıraq.

1. UYĞUN BUCAQLAR

İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi uyğun bucaqlar konqruyentdir.



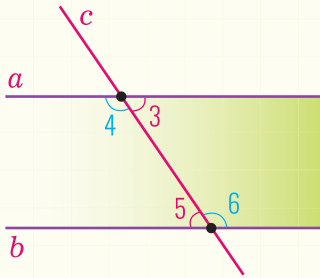
ŞƏKİL 29

Şəkil 29-da $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ və c kəsəndir. Onda: $\angle 1$ və $\angle 5$, $\angle 2$ və $\angle 6$, $\angle 4$ və $\angle 8$, $\angle 3$ və $\angle 7$ uyğun bucaqlardır. Deməli, $\angle 1 \cong \angle 5$, $\angle 2 \cong \angle 6$, $\angle 4 \cong \angle 8$, $\angle 3 \cong \angle 7$ olar.

Bu təklifin tərsi də doğrudur: Əgər iki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi uyğun bucaqlar konqruyentdirsə, onda bu düz xətlər paraleldir.

2. DAXİLİ ÇARPAZ BUCAQLAR

İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili çarpaz bucaqlar konqruyentdir.



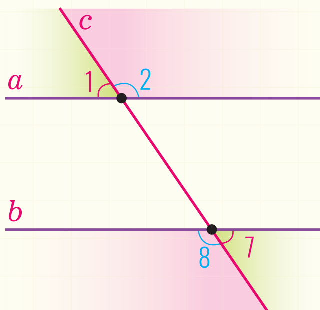
ŞƏKİL 30

Şəkil 30-da $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ və c kəsəndir. $\angle 4$ və $\angle 6$, $\angle 3$ və $\angle 5$ daxili çarpaz bucaqlardır. Deməli, $\angle 4 \cong \angle 6$, $\angle 3 \cong \angle 5$ olar.

Bu təklifin tərsi də doğrudur: Əgər iki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili çarpaz bucaqlar konqruyentdirsə, onda bu düz xətlər paraleldir.

3. XARİCİ ÇARPAZ BUCAQLAR

İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi xarici çarpaz bucaqlar konqruyentdir.



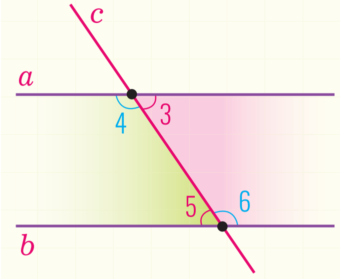
ŞƏKİL 31

Şəkil 31-də $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ və c kəsəndir. $\angle 1$ və $\angle 7$, $\angle 2$ və $\angle 8$ xarici çarpaz bucaqlardır. Deməli, $\angle 1 \cong \angle 7$, $\angle 2 \cong \angle 8$ olar.

Bu təklifin tərsi də doğrudur: Əgər iki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi xarici çarpaz bucaqlar konqruyentdirsə, onda bu düz xətlər paraleldir.

4. DAXİLİ BİRTƏRƏFLİ BUCAQLAR

İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dir.



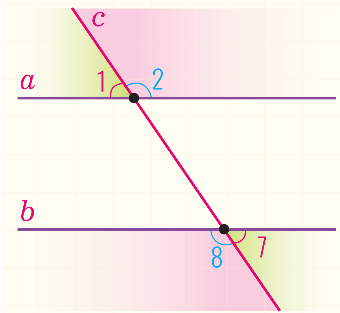
ŞƏKİL 32

Şəkil 32-də $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ və c kəsəndir. $\angle 3$ və $\angle 6$, $\angle 4$ və $\angle 5$ daxili birtərəfli bucaqlardır. Deməli, $\angle 3+\angle 6=180°$, $\angle 4+\angle 5=180°$ olar.

Bu təklifin tərsi də doğrudur: Əgər iki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dirsə, onda bu düz xətlər paraleldir.

5. XARİCİ BİRTƏRƏFLİ BUCAQLAR

İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi xarici birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dir.



ŞƏKİL 33

Şəkil 33-də $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ və c kəsəndir. $\angle 1$ və $\angle 8$, $\angle 2$ və $\angle 7$ xarici birtərəfli bucaqlardır. Deməli, $\angle 3 + \angle 6 = 180°$, $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ olar.

Bu təklifin tərsi də doğrudur: Əgər iki düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi xarici birtərəfli bucaqların cəmi 180°-dirsə, onda bu düz xətlər paraleldir.

MİSAL: **1)** $a \| b$ olduğu məlumdur və c kəsəndir. Daxili çarpaz bucaqlardan biri $35°$ olarsa, bu düz xətlərin əmələ gətirdiyi uyğun bucaqların dərəcəsini müəyyən edin.

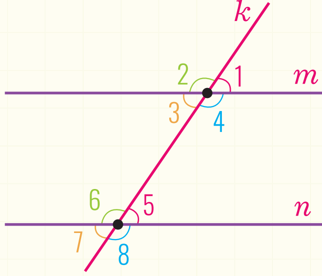
2) a və b düz xətləri c düz xətti ilə kəsişir. Bu düz xətlərin əmələ gətirdiyi xarici birtərəfli bucaqların $123°$ və $57°$ olduğu məlumdur. a və b düz xətlərinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

HƏLLİ:

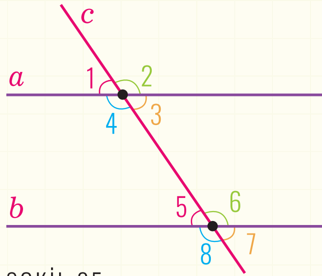
1) Şərtə görə $a \| b$ olduğu məlumdur. Onda düz xətlərin paralellik əlamətinə görə daxili çarpaz bucaqlardan ikincisi də $35°$ olar. Daxili birtərəfli bucaqların cəmi $180°$ olduğuna görə və bu bucaqlardan biri $35°$ isə, digər bucaq $180°-35°=145°$ olar. Deməli, uyğun bucaqlar $145°$ və $35°$-dir.

2) a və b düz xətlərinin əmələ gətirdiyi xarici birtərəfli bucaqların $123°$ və $57°$ olduğu məlumdur. Burada $123° + 57° = 180°$. Düz xətlərin paralellik əlamətinə görə iki düz xətt və kəsən arasında qalan xarici birtərəfli bucaqların cəmi $180°$-dirsə, bu düz xətlər paraleldir: $a \| b$.

ÇALIŞMALAR



ŞƏKİL 34



ŞƏKİL 35

1. Praktik iş: *m* ‖ *n* düz xətləri və *k* kəsəni verilmişdir (şəkil 34). Burada alınan bucaqların dərəcə ölçülərini transportir vasitəsilə ölçərək aşağıdakı sualları cavablandırın:

a) ∠1 və ∠5; ∠2 və ∠6; ∠4 və ∠8; ∠3 və ∠7 bucaqları neçə dərəcədir?

b) ∠3 və ∠5; ∠4 və ∠6 bucaqları neçə dərəcədir?

c) ∠1 və ∠7; ∠2 və ∠8 bucaqları neçə dərəcədir?

d) ∠4 + ∠5 = ?; ∠3 + ∠6 = ?

e) ∠1 + ∠8 = ?; ∠2 + ∠7 = ?

Alınan cavablara əsasən hansı nəticəyə gəldiniz? Həmin bucaqları *a* və *b* düz xətlərinin paralel olmadığı hal üçün ölçsəniz, eyni nəticə alınarmı?

2. *a* və *b* düz xətləri *c* düz xətti ilə kəsişir (şəkil 35).

a) ∠1 ≅ ∠7 olarsa,

b) ∠2 = 137°, ∠7 = 43° olarsa,

c) ∠4 = 155°, ∠1 isə ∠6-dan 130° kiçik olarsa, *a* ‖ *b* olduğunu əsaslandırın.

3. AB düz xətti MN düz xəttini A nöqtəsində, CD düz xəttini isə B nöqtəsində kəsir.

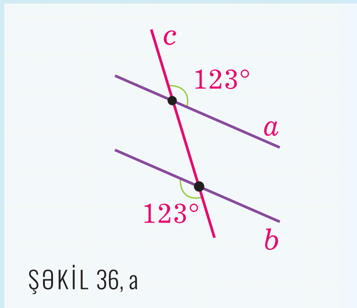
a) ∠MAB = 45°, ∠CBA = 135° olarsa,

b) ∠MAB = 60°, ∠CBA = 60° olarsa,

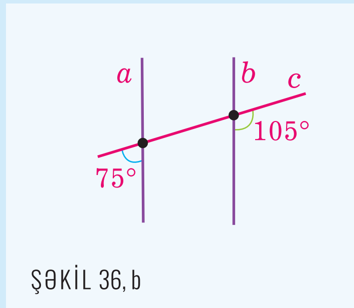
c) ∠MAB = 90°, ∠CBA = 90° olarsa,

MN və CD düz xətlərinin paralel olduğunu hökm etmək olarmı?

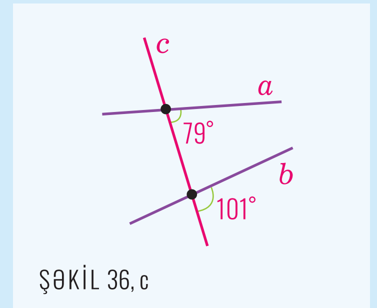
4. Şəkil 36 (a, b, c)-ya əsasən *a* və *b* düz xətlərinin paralel olduğunu hökm etmək olarmı? Nə üçün?



ŞƏKİL 36, a

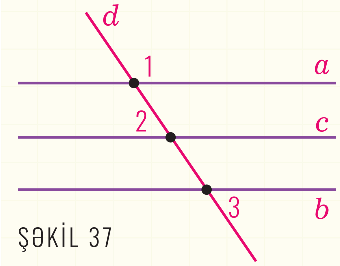


ŞƏKİL 36, b



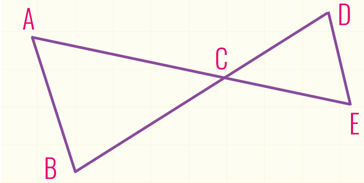
ŞƏKİL 36, c

5. Şəkil 37-də *a*, *b* və *c* düz xətləri *d* düz xətti ilə kəsişir. ∠1 = 132°, ∠2 = 48°, ∠3 = 58° olarsa, *a*, *b* və *c* düz xətlərindən hansılar paralel olar? Fikirlərinizi əsaslandırın.



ŞƏKİL 37

6. Şəkil 38-də AB ≅ AC və CE ≅ DE olduğu məlumdur. Hansı düz xətlərin paralel olduğunu hökm etmək olar? Cavabınızı əsaslandırın.



ŞƏKİL 38

7. Hər hansı *a* düz xətti çəkin və onun üzərində olmayan A nöqtəsi qeyd edin. A nöqtəsindən keçən və *a* düz xəttinə paralel olan *b* düz xəttini çəkin.

8. ABC üçbucağının C təpəsindən AB tərəfinə paralel düz xətt çəkin. C nöqtəsindən AB-yə neçə paralel düz xətt çəkmək mümkündür? Nə üçün?

9. *a* və *b* düz xətləri paraleldir. *m* düz xətti *a* düz xəttini kəsir. *m* düz xətti ilə *b* düz xəttinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin. Cavabınızı əsaslandırın.

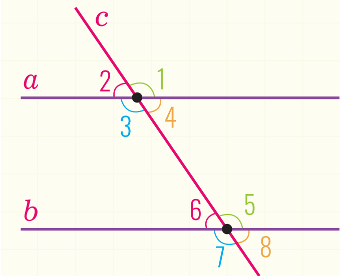
10. *a*, *b* və *c* düz xətləri verilib: *a* ∥ *b* və *c*-nin (şəkil 39) kəsən olduğu məlumdur. Aşağıdakıları müəyyən edin.

a) ∠4 = 50° olarsa, ∠6 = ?

b) ∠1 = 172° olarsa, ∠5 = ? ∠7 = ?

c) ∠5 – ∠2 = 44° olarsa, ∠8 = ?

d) ∠3 = 5·∠8 olarsa, ∠3 = ? və ∠8 = ?

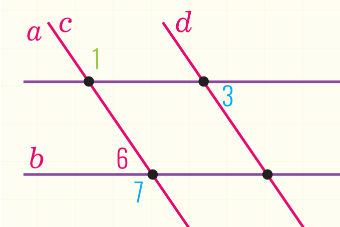


ŞƏKİL 39

11. İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi iki daxili çarpaz bucağın cəmi 150° olarsa, bu bucaqların hər biri neçə dərəcə olar? Bu bucaqlara qonşu olan bucaqların dərəcə ölçüsü nə qədər olar?

12. Hər hansı iki paralel və onları kəsən hər hansı düz xətt çəkin. Alınan bucaqlardan birini transportir vasitəsilə ölçün. Digər bucaqları təyin edin. Hər bucağın dərəcə ölçüsünü hansı xassəyə görə tapdığınızı əsaslandırın.

13. *a*, *b*, *c* və *d* düz xətləri verilib (şəkil 40). ∠1 = 103°, ∠6= 77° ∠3 = 65° olarsa, ∠6-nı tapın. *a*, *b*, *c* və *d* düz xətlərinin qarşılıqlı vəziyyətlərini müəyyən edin.



ŞƏKİL 40

14. ABC üçbucağının A təpəsindən BC tərəfinə paralel düz xətt çəkilmişdir (şəkil 41). Aşağıdakıları araşdırın:

a) $\angle BCA = 53°$ olarsa, $\angle DAC$=?

b) $\angle ABC = 71°$ olarsa, $\angle DAB$ = ?

c) $\angle CAB = 65°$ və $\angle ABC=45°$ olarsa, $\angle DAC$ = ?

d) $\angle EAB = 69°$ və $\angle DAC = 54°$ olarsa, ABC üçbucağının daxili bucaqlarını müəyyən edin.

15. ABCD paraleloqramı verilmişdir (şəkil 42). $\angle A = 115°$ olarsa, paraleloqramın digər bucaqlarını təyin edin. Cavabınızı əsaslandırın.

E A D B C
ŞƏKİL 41

A D B C
ŞƏKİL 42

16. a və b düz xətləri paralel, c düz xətti isə kəsəndir. Şəkil 43-də verilənlərə əsasən bu düz xətlər arasında qalan bucaqları müəyyən edin.

b a $5x$ c $2x+75°$
ŞƏKİL 43, a

$6x-32°$ c $4x+72°$ a b
ŞƏKİL 43, b

b c $5x-45°$ a $125°-x$
ŞƏKİL 43, c

C B a A O K M
ŞƏKİL 44

17. Şəkil 44-də a düz xəttindən kənarda verilmiş B nöqtəsindən keçən bir neçə düz xətt verilmişdir.
$\angle ABO = 86{,}8°$, $\angle KBO = 63{,}5°$, $\angle OBC = 111{,}4°$, $\angle MOB = 93{,}2°$ olarsa, bu düz xətlərdən hansı a düz xəttinə paralel olar?

18. Eyni uzunluqlu AB və CD parçaları O nöqtəsində kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. AC ∥ BD olduğunu isbat edin.

19. MNKL trapesiyasında $\angle M = 135°$ və $\angle L = 45°$ olarsa, onun paralel və paralel olmayan tərəflərini göstərin.

20. a) Eyni düz xəttə perpendikulyar olan iki düz xəttin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

b) Eyni düz xəttə paralel olan iki düz xəttin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

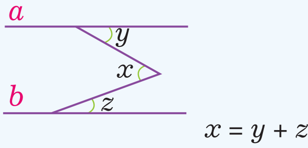
c) Eyni düz xətti kəsən iki düz xəttin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın



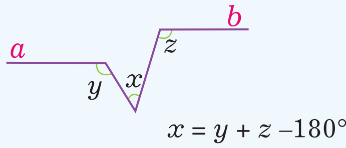
Yadda saxlayın:

$a \parallel b$ olduqda növbəti düsturlar doğrudur (şəkil 45, a, b, c).



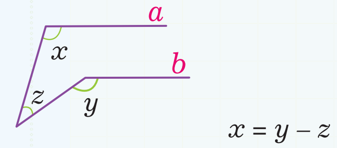
$x = y + z$

ŞƏKİL 45, a



$x = y + z - 180°$

ŞƏKİL 45, b

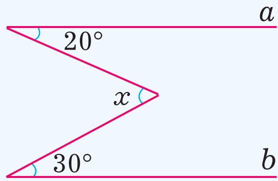


$x = y - z$

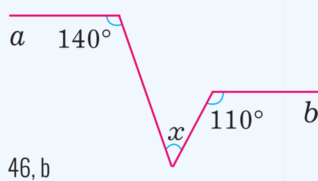
ŞƏKİL 45, c

Bu düsturlardan istifadə etməklə aşağıdakı tapşırıqları yerinə yetirin.

21. Şəkil 46, a, b-də verilmiş a və b düz xətləri paraleldir. x-i tapın.

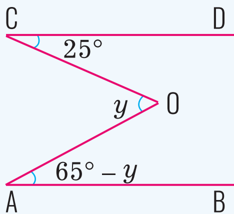


ŞƏKİL 46, a

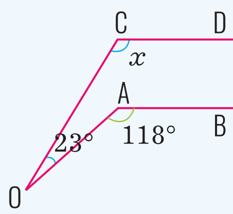


ŞƏKİL 46, b

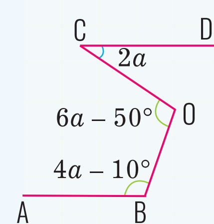
22. Şəkil 47, a, b, c-də AB || CD olduğu məlumdur. Məchul bucaqları tapın.



ŞƏKİL 47, a



ŞƏKİL 47, b

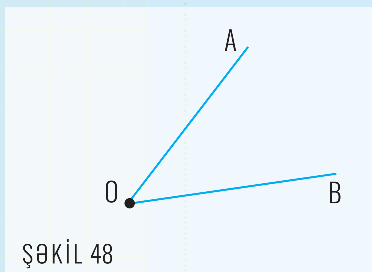


ŞƏKİL 47, c

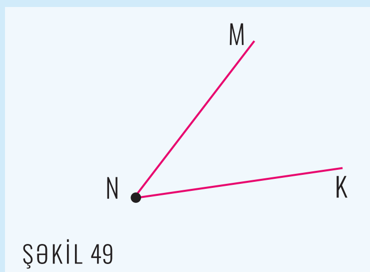
6 Uyğun tərəfləri paralel və ya perpendikulyar olan bucaqlar

I. UYĞUN TƏRƏFLƏRİ PARALEL OLAN BUCAQLAR

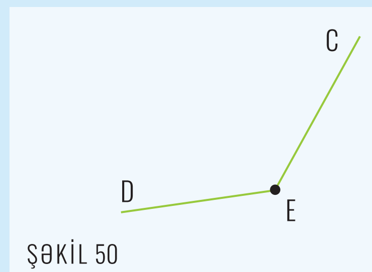
Hər hansı AOB bucağını çəkək (şəkil 48). Tərəfləri bu bucağın uyğun tərəflərinə paralel olan MNK (şəkil 49) və CED (şəkil 50) bucaqlarına baxaq.



ŞƏKİL 48



ŞƏKİL 49

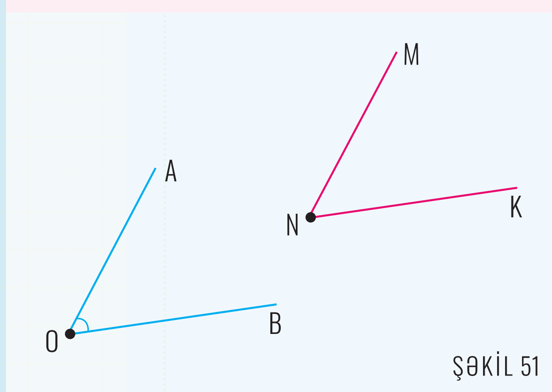


ŞƏKİL 50

Göründüyü kimi, MNK və CED bucaqlarının tərəfləri AOB bucağının uyğun tərəflərinə paraleldir: OA || NM || EC və OB || NK || ED.

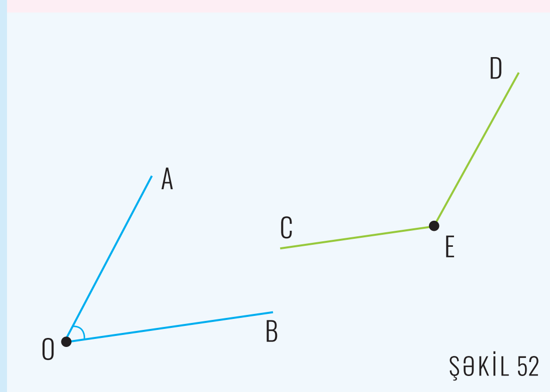
Burada AOB və MNK bucaqları eyniadlı (hər ikisi iti bucaqdır (şəkil 51)), AOB və CED bucaqları isə müxtəlifadlıdır (biri iti, digəri isə kor bucaqdır (şəkil 52)).

I. ∠MNK və ∠AOB bucağı eyniadlıdır



ŞƏKİL 51

II. ∠CED və ∠AOB bucağı müxtəlif adlıdır



ŞƏKİL 52

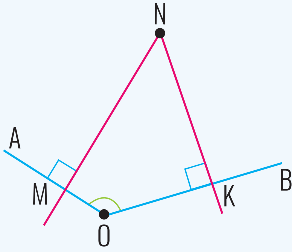
Uyğun tərəfləri paralel olan bucaqlar ya konqruyentdir (eyni adlı olduqda), ya da dərəcə ölçülərinin cəmi **180°**-dir (müxtəlif adlı olduqda).

II. UYĞUN TƏRƏFLƏRİ PERPENDİKULYAR OLAN BUCAQLAR

Hər hansı AOB bucağını çəkək (şəkil 53). Tərəfləri bu bucağın uyğun tərəflərinə perpendikulyar olan MNK (şəkil 53) və CED (şəkil 54) bucaqlarına baxaq.

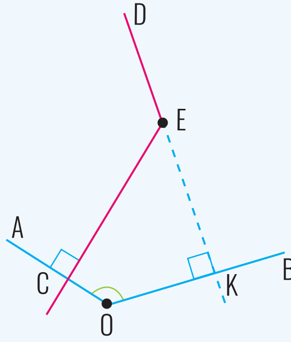
Göründüyü kimi, MNK və CED bucaqlarının tərəfləri AOB bucağının uyğun tərəflərinə perpendikulyardır: OA⊥NM, OB⊥NK (şəkil 53) və OA⊥EC, OB⊥ED (şəkil 54).

I. ∠MNK və ∠AOB bucağı müxtəlif adlıdır

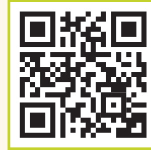


ŞƏKİL 53

II. ∠CED və ∠AOB bucağı eyniadlıdır



ŞƏKİL 54



Uyğun tərəfləri perpendikulyar olan bucaqlar ya konqruyentdir, ya da dərəcə ölçülərinin cəmi **180°**-dir.

XASSƏLƏR:

- Uyğun tərəfləri paralel (perpendikulyar) olan bucaqların hər ikisi iti bucaq və ya hər ikisi kor bucaq (yəni eyniadlı) olarsa, bu bucaqlar konqruyentdir.
- Uyğun tərəfləri paralel (perpendikulyar) olan bucaqların biri iti, digəri isə kor bucaq (yəni müxtəlifadlı) olarsa, bu bucaqların cəmi 180°-dir.
- Uyğun tərəfləri paralel (perpendikulyar) olan bucaqların biri düz bucaq olarsa, digəri də düz bucaqdır.

Yadda saxlayın: Cəmi 180° olan və dərəcə ölçüləri eyni olan bucaqların tərəfləri hər zaman paralel və ya perpendikulyar olmur.

MİSAL: 163°-li bucağın uyğun tərəflərinə paralel olan bucağın dərəcə ölçüsü neçə ola bilər?

HƏLLİ: Əgər uyğun tərəfləri paralel olan bucaqlar eyniadlıdırsa, dərəcə ölçüləri eynidir, müxtəlif adlıdırsa, onların cəmi 180°-dir. Yəni bu bucağın dərəcəsi ya 163°-dür, ya da $180° - 163° = 17°$-dir.

Cavab: 163° və ya 17°.

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı suallara cavab verin:

a) Verilmiş iki bucağın bir tərəfləri paralel, digər tərəfləri isə paralel olmadığı hal üçün mövzudakı təkliflər doğru olarmı? Nə üçün?

b) Verilmiş bucaqlardan hansıların tərəflərinin AOB bucağının uyğun tərəfləri ilə paralel olduğunu (şəkil 55) müəyyən edin.

c) Əgər verilmiş iki bucağın uyğun tərəfləri perpendikulyar olarsa, onların dərəcə ölçüləri aşağıda verilənlərdən hansılar ola bilər? $28°$ və $152°$; $150°$ və $30°$; $42°$ və $148°$; $90°$ və $90°$.

d) Şəkil 56-da verilmiş AOB, CED və MKP bucaqlarının uyğun tərəfləri paraleldir. Bu bucaqların dərəcə ölçülərini tapın:

ŞƏKİL 55

ŞƏKİL 56

2. a) Təpəsi verilmiş A nöqtəsində olub, uyğun tərəfləri verilmiş DOC bucağının tərəflərinə paralel olan bucağı çəkin (şəkil 57).

b) Təpəsi verilmiş K nöqtəsində olub, uyğun tərəfləri verilmiş DOC bucağının tərəflərinə perpendikulyar olan bucağı çəkin (şəkil 57).

ŞƏKİL 57

3. a) AOC açıq bucağını çəkin. Tərəfləri uyğun olaraq OA və OC tərəflərinə paralel (və ya perpendikulyar) olan BOD bucağını qurun. AOC və BOD bucaqları haqqında nə demək olar? Cavabınızı izah edin.

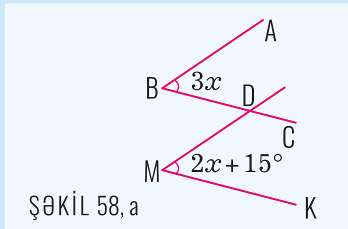
b) MNK düz bucağını çəkin. Tərəfləri uyğun olaraq NM və NK tərəflərinə paralel (və ya perpendikulyar) olan PSR bucağını qurun və növünü müəyyən edin.

4. a) $60°$-li ABC bucağını çəkin. Tərəfləri bu bucağın uyğun tərəflərinə paralel olan MNK bucağını qurun. MNK bucağı neçə dərəcə ola bilər? Nə üçün?

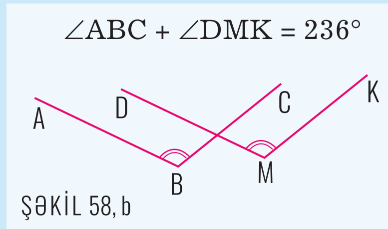
b) $105°$-li MOK bucağını çəkin. Tərəfləri MOK bucağının tərəflərinə perpendikulyar olan CDE bucağını qurun. CDE bucağının dərəcə ölçüsünü tapın və növünü müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın

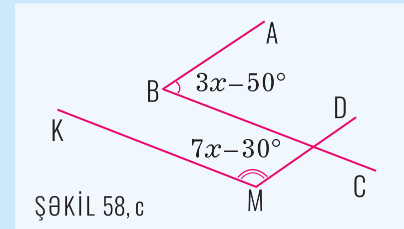
5. ABC və DMK bucaqları verilmişdir (şəkil 58 a, b, c): BA∥MD və BC∥MK. Bu bucaqların dərəcə ölçülərini müəyyən edin:



ŞƏKİL 58, a

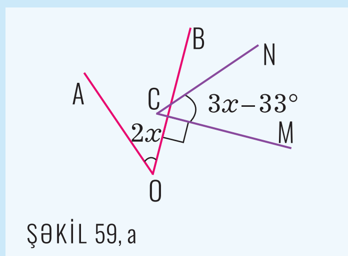


ŞƏKİL 58, b

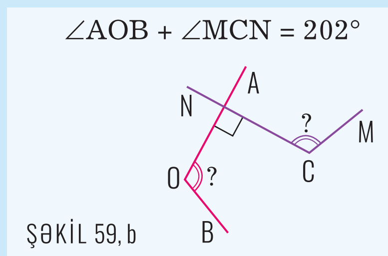


ŞƏKİL 58, c

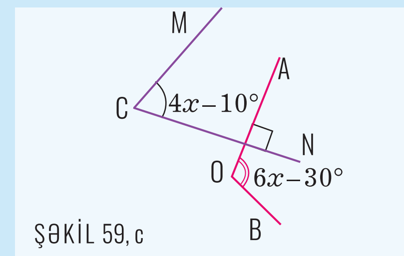
6. AOB və MCN bucaqları verilmişdir: OA⊥CN və OB⊥CM. Bu bucaqların dərəcə ölçülərini müəyyən edin (şəkil 59, a, b, c).



ŞƏKİL 59, a



ŞƏKİL 59, b



ŞƏKİL 59, c

7. Uyğun tərəfləri perpendikulyar olan AOB və CED bucaqları verilib.

a) $\angle AOB = 56°$ olarsa, $\angle CED = ?$

b) $\angle AOB : \angle CED = 2:7$ olarsa, $\angle AOB = ?$ $\angle CED = ?$

c) $\angle AOB = 3 \cdot \angle CED$ olarsa, $\angle AOB = ?$ $\angle CED = ?$

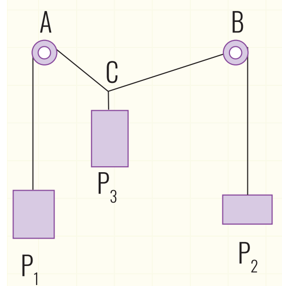
d) $\angle AOB = 20x + 44°$, $\angle CED = 10x + 46°$ olarsa, $\angle AOB = ?$ $\angle CED = ?$

8. a) Uyğun tərəfləri paralel olan bucaqlardan biri o birinin 20%-ni təşkil edir. Bu bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.

b) Uyğun tərəfləri paralel olan bucaqların nisbəti 3 : 6 kimidir. Bu bucaqların dərəcə ölçülərinin kvadratlarının fərqini tapın.

c) Uyğun tərəfləri perpendikulyar olan bucaqlardan biri o birinin $\frac{3}{5}$ hissəsinə bərabər olarsa, bu bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.

9. Kütlələri uyğun olaraq 10 kq və 5 kq olan iki P_1 və P_2 cisimləri A və B çarxlarından keçirilmiş ipdən asılmışdır (şəkil 60). Kütləsi 15 kq olan P_3 cismi isə AB ipindən C nöqtəsindən asılıb və ipi tarazlıqda saxlayır.
$\angle ACB = \angle CAP_1 + \angle CBP_2$ olduğunu əsaslandırın.



ŞƏKİL 60

10. Hər hansı: 1) AOB iti bucağını və 2) AOB kor bucağını çəkin.

a) Təpəsi O nöqtəsində olub tərəfləri uyğun olaraq OA və OB şüalarına paralel olan bucaq necə yerləşər? Bu bucaqları təsvir edin və növünü söyləyin.

b) Təpəsi O nöqtəsində olub tərəfləri uyğun olaraq OA və OB şüalarına perpendikulyar olan bucaq necə yerləşər? Bu bucaqları təsvir edin və növünü söyləyin.

Özünüzü yoxlayın



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. İki düz xəttin kəsişməsindən alınan üç bucağın cəmi 200°-dür. Bu bucaqların hər biri neçə dərəcə olar?

A) $100°, 50°, 50°$; **B)** $80°, 80°, 40°$; **C)** $160°, 20°, 20°$

2. İki paralel düz xəttin üçüncü ilə kəsişməsindən daxili çarpaz α və β bucaqları alınır. Bu halda aşağıdakı təkliflərdən hansı doğrudur:

A) $\frac{\alpha}{\beta} < 1$; **B)** $\frac{\alpha}{\beta} = 1$; **C)** $\frac{\alpha}{\beta} = 0$; **D)** $\frac{\alpha}{\beta} > 0$.

3. Təpəsi bucağın tərəfi üzərində olan nöqtədən tərəfləri bu bucağın uyğun tərəfləri ilə paralel olan bucaq qurun. Bu bucaqların tərəflərinin vəziyyətini və növünü araşdırın.

4. Samir deyir ki, AOB və MCD bucaqlarının dərəcə ölçüləri bərabərdirsə, deməli, bu bucaqların uyğun tərəfləri perpendikulyardır. Onun fikri doğrudurmu? Dərəcə ölçülərinin cəmi 180° olan iki bucağın uyğun tərəflərinin paralel və ya perpendikulyar olduğunu söyləmək olarmı?

5. İki paralel düz xəttin üçüncü ilə kəsişməsindən alınan daxili birtərəfli bucaqlardan biri digərindən 30° böyükdür. Tapın:

a) bu bucaqların fərqini; **b)** bu bucaqların ədədi ortasını;
c) bu bucaqların cəminin 25%-ni.

6. α və β bucaqları *a* və *b* düz xətlərinin *c* düz xətti ilə kəsişməsindən alınan daxili çarpaz bucaqlardır. Aşağıdakı təkliflərdən hansı ödəndikdə $a \parallel b$ olar:

A) $\alpha - \beta > 0°$; **B)** $\beta - \alpha = 0°$; **C)** $\alpha + \beta = 180°$; **D)** $\alpha + \beta = 90°$.

7. α və β bucaqları *a* və *b* düz xətlərinin *c* düz xətti ilə kəsişməsindən əmələ gələn uyğun bucaqlardır. Aşağıdakı təkliflərdən hansı ödəndikdə $a \parallel b$ olar:

A) $\alpha : \beta = 1 : 1$; **B)** $\frac{\alpha}{\beta} < 1$; **C)** $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2}$; **D)** $\alpha - \beta = 90°$.

8. *a* və *b* düz xətlərinin c düz xətti ilə kəsişməsindən əmələ gələn daxili birtərəfli bucaqlardan kiçiyi ilə böyüyünün yarısının cəmi: **a)** 100°; **b)** 120° olduğu məlumdur. *a* və *b* düz xətlərinin paralel olması üçün daxili birtərəfli bucaqlardan kiçiyi neçə dərəcə olmalıdır?

9. İki paralel düz xəttin üçüncü ilə kəsişməsindən alınan xarici birtərəfli bucaqlardan biri digərinin:

a) $\frac{3}{2}$; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** $\frac{4}{5}$; **d)** $\frac{7}{8}$ hissəsi olarsa, bu bucaqları tapın.

BİRHƏDLİLƏR. ÇOXHƏDLİLƏR

BÖLMƏ 4

Çoxhədlilər insan həyatında istifadə olunan anlayışlardan biridir. Məsələn, marketdən 3 kq un, 2 kq qənd və $1{,}5$ kq yağ aldığımız zaman beynimizdə bu ərzaqların 1 kq-nın qiymətini verilmiş ədədlərə vuraraq alınan hasilləri cəmləyirik. Yəni, tutaq ki, 1 kq un m manat, 1 kq qənd n manat və 1 kq yağ k manatdırsa, onda biz nəticədə kassaya $3m + 2n + 1{,}5k$ cəmi (çoxhədlisi) qədər pul ödəməli olarıq.

Bir mühəndis hər hansı əyriləri – qrafikləri modelləşdirərkən, inşaatçı yolları, binaları və digər tikililəri dizayn edərkən, iqtisadçılar iqtisadi artım proqnozlarını verərkən, tibb tədqiqatçıları bakteriya və virusların davranışlarını təsvir edərkən riyazi hesablamalarda çoxhədlilərə müraciət edirlər.





Bu fəsildə birhədli və çoxhədli anlayışları ilə tanış olacaq və onlar üzərində əməllərin yerinə yetirilməsi qaydalarını öyrənəcəksiniz.

BÖLMƏ 4

1 Birhədlilər və onların hasili

Ədədlər, dəyişənlər və ya onların natural üstlü qüvvətlərinin hasilindən ibarət olan ifadəyə birhədli deyilir. Xüsusi halda yalnız hərf və ya yalnız ədəd də birhədlidir. Hərflə işarə olunan vuruqlara dəyişən də deyilir.

Birhədli (nümunələr): $-\frac{1}{2}$; k; mn^6k; 0; $8y^2z^3$; $4x$; $9ab\cdot(-3ab^6c)$

Birhədlidə olan ədədi vuruqların hasilindən alınan ədəd **əmsal adlanır**.

$k = k^1$
$k = 1 \cdot k$

$-\frac{1}{2}$ birhədlisi yalnız əmsaldan ibarətdir,

k birhədlisində əmsal $\mathbf{1}$, dəyişən $\boldsymbol{k}$-dır.

$4x$ birhədlisində əmsal $\mathbf{4}$, dəyişən isə $\boldsymbol{x}$-dir.

$8y^2z^3$ birhədlisində əmsal $\mathbf{8}$, dəyişənlər isə $\boldsymbol{y}$ və $\boldsymbol{z}$-dir.

$9ab\cdot(-3ab^6c)$ birhədlisində əmsal $\mathbf{9\cdot(-3)=-27}$, dəyişənlər isə $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ və $\boldsymbol{c}$-dir.

Birhədlinin dərəcəsi: birhədlinin hərfi vuruqlarının (dəyişənlərin) dərəcələrinin cəmi birhədlinin **dərəcəsi** (qüvvəti) adlanır. Birhədlidə dəyişən iştirak etmirsə, onun dərəcəsi sıfır qəbul edilir.

$-\frac{1}{2}$ birhədlisinin dərəcəsi sıfırdır (hərfi vuruq olmadığı üçün).

$\boldsymbol{4x}$ birhədlisinin dərəcəsi $\mathbf{1}$-dir: $4x = 4x^1$.

$\boldsymbol{8y^2z^3}$ birhədlisinin dərəcəsi $\mathbf{5}$-dir: $2 + 3 = 5$.

$\boldsymbol{-27a^2b^7c}$ birhədlisinin dərəcəsi $\mathbf{10}$-dur: $2 + 7 + 1 = 10$.

Əhali: Azərbaycanın əhalisinin sayı 10000000 nəfərdən çoxdur.

Bu ədədi qısa olaraq:

$$10000000 = \underbrace{10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10}_{7\ vuruq} = 10^7$$

kimi yaza bilərik.

Hər biri a-ya bərabər olan n sayda vuruğun hasilinə a ədədinin n-ci **dərəcədən natural üstlü qüvvəti** deyilir və a^n kimi işarə edilir. Burada $n \geq 1$.

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ sayda} = a^n$$

Oxunuşu: a üstü n və ya a-nın n-ci dərəcədən qüvvəti.

a^2 və a^3 qüvvətlərinin necə oxunduğunu yada salın.

a^n — n: dərəcə; a: əsas

Təkrarlanan vuruq, yəni a – natural üstlü qüvvətin **əsası** adlanır.

Təkrarlanmaların sayı, yəni n – natural üstlü qüvvətin **dərəcəsi** adlanır.

Xüsusi halda

$a^1 = a,\quad a^2 = a\cdot a,\quad a^3 = a\cdot a\cdot a,\quad a^4 = a\cdot a\cdot a\cdot a.$

YADDA SAXLAYIN:

- $1^n = 1$,
- $0^n = 0$,
- $a \neq 0$ olarsa, $a^0 = 1$.

Araşdırma: Birhədlinin vuruqları əsası eyni olan natural üstlü qüvvətlər olarsa, onların hasili aşağıdakı kimi tapılır:

$$m^3 \cdot m^5 \cdot m = \overbrace{\underbrace{(m \cdot m \cdot m)}_{m^3} \cdot \underbrace{(m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m)}_{m^5} \cdot \underbrace{m}_{m^1}}^{9 \ sayda} = m^9$$

Birhədlini birhədliyə vurduqda alınan ifadə yenə birhədli olur:

$$9ab \cdot (-3ab^6c) = 9 \cdot (-3) \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b^6 \cdot c = -27a^2b^7c.$$

Burada $9ab$ və $(-3ab^6c)$ birhədlilərinin hasilini tapdıq və onu yığcam şəkildə yazdıq.



Əgər birhədlidə ədədi və hərfi vuruqların hər biri bir dəfə yazılırsa, belə birhədli **standart şəkildə yazılmış birhədlidir**. Standart birhədlidə, adətən, birinci yerdə ədədi vuruq, sonra hərfi vuruqlar əlifba sırası ilə yazılır.

Məsələn, $7m^2 \cdot 0,8n$ yazılışı birhədlinin standart (yığcam) olmayan yazılışıdır. Çünki burada ədədi vuruq (əmsal) iki dəfə iştirak edir. Ədədi vuruqların hasilini tapmaqla birhədlini standart şəkildə yazaq:

$$7m^2 \cdot 0,8n = 7 \cdot 0,8\ m^2 n = 5,6m^2 n.$$

Əsasları eyni olan natural üstlü qüvvətlərin hasili:

İstənilən a rasional ədədi və m, n natural ədədləri üçün

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

YADDA SAXLAYIN: $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

Məsələn: $2^{11} = 2^{7+4} = 2^7 \cdot 2^4$;

$2^{11} = 2^{1+2+3+5} = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5$;

$\left(\frac{1}{2}\right)^m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{m+n}$

NÜMUNƏLƏR:

$x^4 \cdot x^2 = x^6$; $(-2)^2 \cdot (-2)^7 = (-2)^9$;

$3^5 \cdot 3^7 = 3^{12}$; $-y^2 \cdot y^{11} = -y^{13}$;

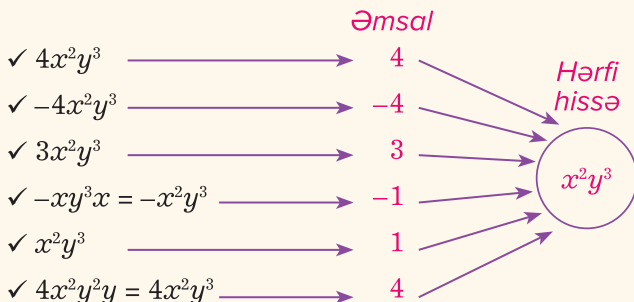
$10^8 \cdot 10 \cdot 10^6 = 10^{8+1+6} = 10^{15}$.

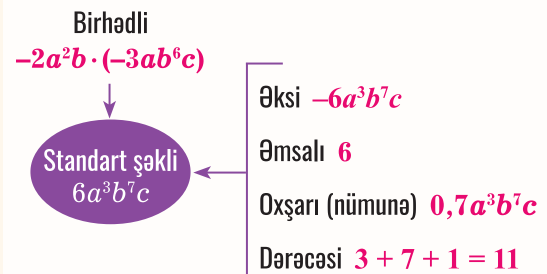
Yalnız işarəsi ilə fərqlənən iki birhədliyə **əks birhədlilər** deyilir.

Məsələn: $2abc^2$ və $-2abc^2$; $-x$ və x; $0,3m$ və $-0,3m$ əks birhədlilərdir.

Bir-birinə bərabər və ya bir-birindən yalnız əmsalları ilə fərqlənən birhədlilərə **oxşar birhədlilər** deyilir.

Məsələn: Aşağıda verilən birhədlilər oxşar birhədlilərdir.





ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı ifadələrdən hansılar birhədlidir?

a) $2{,}5x^3y$; b) $a^2 + a$; c) $a^2 - b^4$; d) $-m$; e) c^{10};

f) $-7xy^4$; g) a^6a; h) $-2\frac{4}{13}m^2m^3m$; k) $0{,}6$; m) $\frac{10}{c}$;

n) $a \cdot (-0{,}5)$; p) $3(x + y)^2$ q) 1; s) -23; r) $\frac{2x}{y}$.

2. Natural üstlü qüvvətlərin hasilini tapın:

a) $5^2 \cdot 5^5$; b) $(-0{,}7)^4 \cdot (-0{,}7)$; c) $9^{12} \cdot 9^3$;

d) $x^6 \cdot x^5 \cdot x \cdot x^2$; e) $a^2 \cdot a \cdot a^3$; f) $-y^4 \cdot y^5$.

3. Nail, Fərid, Yusif, Mələk $7ab^5c^2$ birhədlisinə oxşar birhədliləri aşağıdakı cədvəl şəklində yazdılar. Onların cavablarından hansının doğru olduğunu müəyyən edin. Yanlış cavabların nə üçün doğru olmadığını izah edin:

Birhədli	Nailin cavabı	Fəridin cavabı	Yusifin cavabı	Mələyin cavabı
$7ab^5c^2$	$13ab^5c^2$	$-9ab^5c^2$	ab^5c^2	$7a^5bc^2$

Aşağıdakı birhədlilərə oxşar olan hər hansı birhədli yazın.

mn^2c^2	$-42x^6y$	$2abc$	-56	$2{,}34t^7$

4. Birhədlinin standart şəklə gətirilməsi alqoritminə əsasən vurmanı yerinə yetirin: $6a \cdot 3ab \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)a^2b$

Alqoritm:

1) Hasildə iştirak edən bütün ədədi vuruqların hasilini tapın:

$6 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -15.$

2) Birhədlilərdə olan dəyişənləri (hərfi vuruqları) əlifba sırası ilə hasil şəklində yazın: $a \cdot a \cdot a^2 \cdot b \cdot b = a^4b^2$.

3) Hasili standart (yığcam) birhədli şəklində yazın: $-15\,a^4b^2$.

Ümumi yazılış:

$$6a \cdot 3ab \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)a^2b = 6 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot a \cdot a \cdot a^2 \cdot b \cdot b = -15a^4b^2$$

Tətbiq: Aşağıdakı hasilləri taparaq birhədliləri yığcam şəkildə yazın:

a) $3a \cdot (-5a^4)$; b) $-7b^4 \cdot (b^8) \cdot b$; c) $-0{,}5c^3d \cdot (-9c^6)d^7$;

d) $10xy^5 \cdot (-x^6y)$; e) $4x^2 \cdot 3y^3$; f) $0{,}2a \cdot c^3 \cdot (-7b)$;

g) $(-a)^2 \cdot (-a)^3$; h) $-1{,}2m^2n \cdot 0{,}3m$; m) $-3bc^3 \cdot (-y^4) \cdot \frac{5}{9}c^3y$.

5. Yazılı riyaziyyat:

a) Əmsalı 14, dəyişənləri a, b və c, dərəcəsi 11 olan birhədli yazın. Onu iki birhədlinin hasili şəklində göstərin.

b) Əmsalı -15, dəyişənləri x və y, dərəcəsi 8 olan standart şəkildə olmayan birhədli yazın. Onu standart şəkildə göstərin.

c) Standart şəkildə verilmiş hər hansı birhədli göstərin və onun əksini yazın.

6. m və n dəyişənlərindən istifadə edərək elə birhədlilər tərtib edin ki, onların:

a) əmsalları eyni, hərfi vuruqları isə müxtəlif olsun;

b) hərfi vuruqları eyni, əmsalları isə müxtəlif olsun.

Hansı halda oxşar birhədlilər alındı?

7. Birhədliləri standart şəklə gətirin, əmsalını və dərəcəsini müəyyən edin.

a) $3mndm \cdot 7md^2$; b) $(-0,1kx^4)^2 \cdot 30x^2$; c) $2,3cab^3 \cdot \left(\frac{1}{3}ac\right)^2$;

d) $14yx^2 \cdot xy \cdot \left(-\frac{5}{7}yx\right)$; e) $(5ab)^3 \cdot (-0,2a^2b)^2$; f) $1,3(-n)a \cdot (0,2bn^2)^3$.

8. Qüvvətə yüksəltmə əməlini yerinə yetirin:

a) 2^7; b) 5^3; c) $(1,4)^2$; d) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$; e) $\left(1\frac{1}{3}\right)^5$

f) $\left(-\frac{4}{5}\right)^3$ g) $(1,(5))^2$; h) 3^5; k) $(-0,7)^3$; m) $\left(-\frac{7}{12}\right)^2$;

n) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$; l) $(-0,(6))^2$.

9. Aşağıda verilən qüvvətləri eyni əsaslı qüvvətlərin hasili şəklində yazın:

a) 7^{2+3}; b) 9^{a+b}; c) $(-11)^5$; d) $\left(\frac{7}{15}\right)^{p+q}$; e) m^{12}; f) b^{x+y+z}.

10. x-in və natural n ədədinin aşağıda verilmiş qiymətlərinə görə x^n-i hesablayın:

a) $x = 1,(2)$; $n = 3$; b) $x = 0,0(7)$; $n = 2$; c) $x = 1,(2)$; $n = 4$.

11. a) $n = 2$ olarsa, $3^n + 2^n$ ifadəsinin;

b) $a = -\frac{3}{4}$ olarsa, $a^4 - a^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.

12. Göstərin:

a) hər hansı ədədin kvadratı şəklində: $0,49$; $0,64$; 169; $1\frac{11}{25}$; $1,44$; $\frac{100}{121}$.

b) hər hansı ədədin kubu şəklində: 64; -216; $0,001$; $-\frac{8}{125}$; $4\frac{17}{27}$; $-1\frac{127}{216}$.

c) 5-in qüvvəti şəklində: 25; 125; 625; 15625.

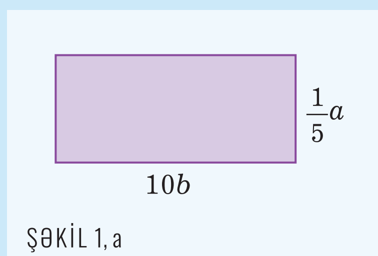
Özünüzü yoxlayın



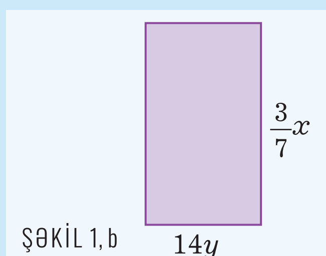
13. a) $8 \cdot 32$; b) $4 \cdot 32$; c) $16 \cdot 64$; d) $128 \cdot 2$;
e) $256 \cdot 64$; f) $8 \cdot 1024$
hasillərini hesablamaq üçün 2 əsaslı qüvvətdən istifadə edin.

14. a) $9 \cdot 3$; b) $27 \cdot 81$; c) $3^4 \cdot 9$; d) $243 \cdot 32$;
e) $729 \cdot 27$; f) $81 \cdot 3^6$
hasillərini hesablamaq üçün 3 əsaslı qüvvətdən istifadə edin.

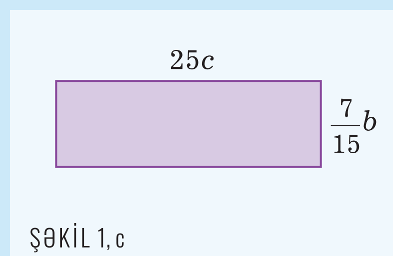
15. Tərəfləri verilmiş düzbucaqlıların sahəsini (şəkil 1, a, b, c) tapın. Nəticədə alınan birhədlinin əmsalını və qüvvətini müəyyən edin.



ŞƏKİL 1, a

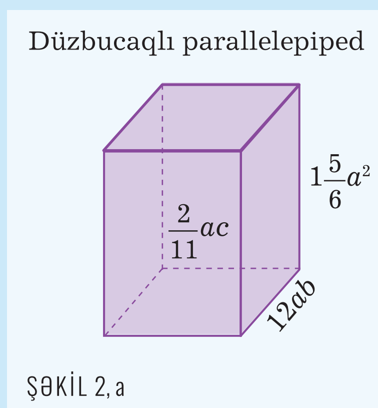


ŞƏKİL 1, b

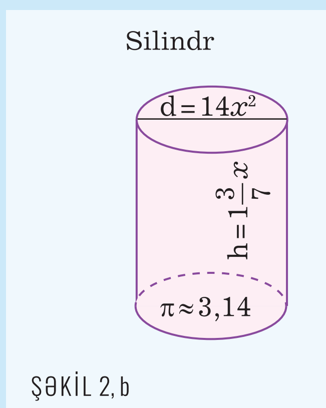


ŞƏKİL 1, c

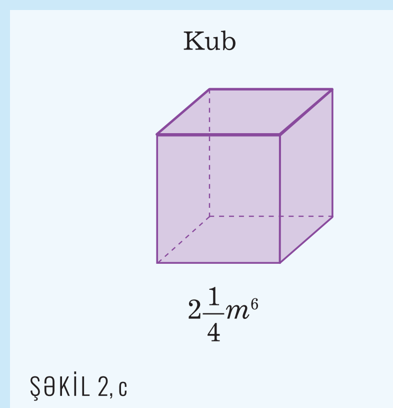
16. Ölçüləri verilmiş fiqurların həcmini tapın (şəkil 2, a, b, c). Nəticədə alınan birhədlinin əmsalını və qüvvətini müəyyən edin:



ŞƏKİL 2, a



ŞƏKİL 2, b



ŞƏKİL 2, c

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 4

2 Birhədlilərin nisbəti

Kəsrin surət və məxrəcinin vahiddən fərqli ortaq vuruğa bölünməsinə **kəsrin ixtisarı** deyilir.

Məsələn, $\frac{18x^7}{2x^3}$ kəsrini ixtisar edək. Bunun üçün əvvəlcə surət və məxrəcdəki birhədliləri vuruqlara ayıraq:

$$\frac{18x^7}{4x^3} = \frac{\cancel{2}\cdot 9\cdot \cancel{x}\cdot \cancel{x}\cdot \cancel{x}\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{x}\cdot \cancel{x}\cdot \cancel{x}} = \frac{9\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{2} = \frac{9x^4}{2} = 4{,}5x^4.$$



Göründüyü kimi, surətdə və məxrəcdə olan eyni birhədlilər ixtisar olundu.

Yuxarıdakı nümunədə x^7 birhədlisinin x^3 birhədlisinə bölünməsinə diqqət edək:

$$\frac{x^7}{x^3} = x^7 : x^3 = x^4$$

7 – 3 = 4

Beləliklə, eyni əsaslı natural üstlü qüvvətlərin nisbətinin tapılması qaydası alınır:

Sıfırdan fərqli istənilən a rasional ədədi və m, n natural ədədləri ($m > n$) üçün

$$\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}}$$

Bərabərliyin tərəflərinin yerini dəyişmək olar:

$$\boldsymbol{a^{m-n} = a^m : a^n}$$

NÜMUNƏLƏR:

$x^9 : x^2 = x^7$; $(-2)^{13} : (-2)^8 = (-2)^5$;

$3^7 : 3^5 = 3^2$; $y^8 : y^8 = y^{8-8} = y^0 = 1$;

$19^{41} : 19 : 19^{23} = 19^{41-1-23} = 19^{17}$.

YADDA SAXLAYIN:

$$\boldsymbol{a^0 = 1}$$

$1 = a^n : a^n =$

$= a^{n-n} = a^0$.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş nümunələrdə səhvləri düzəldərək nəticələri doğru şəkildə yazın və izah edin:

a) $a^8 : a^7 = a^{15}$;
b) $x^{16} : x^2 = a^8$;
c) $b^{30} : b^5 \cdot b = b^8$;
d) $m^{12-8} = m^{12} - m^8$;
e) $a^3 \cdot a^3 : a^2 \cdot a^5 = a^3$;
f) $k^{44} \cdot k^2 = k^{22}$;
g) $n^{11} : n^5 = n^{10}$;
h) $b^{13} - b^8 - b^2 = b^3$.

2. Verilmiş birhədlilərin nisbətini tapın:

a) $\frac{5x^4}{25x}$; b) $\frac{8ab^5}{2ab^3}$; c) $\frac{x^{24}}{x^{18}}$;

d) $m^{15} : m^7$; e) $\frac{(-2)^{17}}{(-2)^{13}}$; f) $\frac{\left(3\frac{1}{2}\right)^9}{(3{,}5)^5}$.

3. $a^k : a^m \cdot a$ ifadəsi verilmişdir. Bu ifadəni *a* əsaslı qüvvət şəklində yazın və $a = 3, k = 2, m = 4$ olduqda alınan qüvvətin qiymətini hesablayın.

4. $m^8 : m^2 : m^3$ ifadəsini qüvvət şəklində yazın. Alınan ifadənin qiymətini

a) $m = 3$; **b)** $m = 10$; **c)** $m = -2$; **d)** $m = 17$

olduqda hesablayın.

5. Ədədləri qüvvət şəklində göstərərək cədvəli tamamlayın:

$(3,2)^{24} : (3,4)^4 =$	$5^7 : 5^5 : 5^2 =$	$(-0,16)^4 : (-0,16) =$
$(a - b)^{15} : (a - b)^7 =$	$7^{20} : 7^4 : 7 =$	$21^2 : 21 \cdot 21^5 =$
$(x - 2y)^{19} : (x - 2y)^{10} =$	$11^4 : 11 \cdot 11^9 =$	$1,7 \cdot 1,7^8 : 1,7^6 \cdot 1,7 =$
$\left(\frac{3}{4}\right)^{21} : \left(\frac{3}{4}\right)^{18} : \left(\frac{3}{4}\right)^{9} =$	$x^{15} : x^7 \cdot x : x^3 =$	$(1,(5))^{13} : (1,(5))^6 =$

6. Sadələşdirin:

a) $\frac{-15x^4}{5x^2}$; **b)** $\frac{-24a^9}{-8a^7}$; **c)** $\frac{16a^{12}b^7}{8a^{10}b^5}$; **d)** $\frac{28m^9n}{-4m^2n}$;

e) 200^0; **f)** m^0; **g)** $\frac{62x^4yz^7}{14xy^5z^5}$; **h)** $\frac{6a^0b^8}{18b^3}$.

7. Natural üstlü qüvvətlərin nisbətinin tapılması qaydasından istifadə edərək ifadələri sadələşdirin:

a) $\frac{\left(2\frac{5}{6}\right)^9}{\left(2\frac{5}{6}\right)^7}$; **b)** $\frac{\left(-1\frac{1}{6}\right)^{18}}{\left(-1\frac{1}{6}\right)^{11}}$; **c)** $\frac{(-0,7)^{29}}{(-0,7)^{27}}$; **d)** $\frac{3^9 \cdot 27}{3^5 \cdot 81}$; **e)** $\frac{16 \cdot 2^{19}}{2^{22}}$;

f) $\frac{7^{12}}{7^7 \cdot 49}$; **g)** $\frac{5^{17} \cdot 125}{5^7 \cdot 625}$; **h)** $\frac{(0,(21))^{15}}{(0,(21))^{14}} \cdot \frac{\left(4\frac{5}{7}\right)^8}{\left(4\frac{5}{7}\right)^7}$; **k)** $\frac{(0,7)^9 \cdot \frac{7}{10}}{(0,7)^7 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^2}$.

8. Verilmiş qüvvətləri nümunəyə əsasən bir neçə qüvvətin hasili və nisbəti şəklində göstərin:

a) x^{10}; **b)** y^6; **c)** 11^7; **d)** 4^{13}; **e)** 9^{14}; **f)** 5^{22}.

9. Geriyə düşünün: Ulduz işarəsinin yerinə əsası *c* olan elə qüvvət yazın ki, bərabərliklər doğru olsun. Cavablarınızı bölmə əməli vasitəsilə əsaslandırın:

a) $c^2 \cdot * = c^8$; **b)** $ccc \cdot * = c^{10}$;

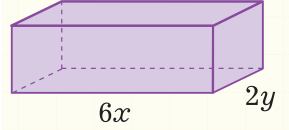
c) $cc^7 \cdot * = c^{18}$; **d)** $* \cdot c^{14} = c^{21}$;

e) $* \cdot cc^4 = c^9$; **f)** $* \cdot c^{15} \cdot c^3 = c^{43}$.

10. Məchulu tapın:

a) $x : 7^2 = 7^8$; b) $11^6 : y = 11^3$; c) $a : 45^9 = 45^{12}$.

11. **Həndəsə:** Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi $12x^2y$ birhədlisi ilə ifadə olunmuşdur (şəkil 3). Onun hündürlüyü hansı birhədli ilə ifadə edilər?



ŞƏKİL 3

12. İfadələri sadələşdirin:

a) x^4x^0; b) $a^9 : a^0$; c) $\frac{m^0}{k^7}$; d) $n^0 - m^0$; e) $p^0 + c^0$.

13. İfadələri sadələşdirin:

a) $7^{n+1} : 7^n$; b) $a^k : a^{k-1}$; c) $11^{a+2} : 11^{a-1}$;
d) $3^{m+4} : 3^{m-5} \cdot 3^{10}$; e) $4^a : 4^{a-7} : a^0$; f) $m^{a+1} : m^{a-2}$.

14. $a^{n+1} : a^m$ ifadəsində m və n-in yerinə elə ədəd yazın ki, qismətin dərəcəsi:

a) 8-ə; b) 11-ə; c) 7-yə bərabər olsun.

15. **Bölünmə əlamətləri:** n-nin istəlinən natural qiymətində aşağıda verilən kəsrlərin qiymətinin natural olduğunu əsaslandırın:

a) $\frac{10^n - 1}{9}$; b) $\frac{10^n + 8}{9}$; c) $\frac{10^n - 4}{3}$.

İPUCU:
3-ün qüvvətlərini araşdırın.



16. k-nın istənilən natural qiymətində:

a) 3^{4k} ədədinin vahidlə qurtardığını;

b) $10^k - 1$ ədədinin isə 3-ün bölünəni olduğunu göstərin.

17. **Müqayisəli öyrənin:**

a) $0 < a < 1$; b) $-1 < a < 0$; c) $a > 1$; d) $a < -1$ olduqda a, a^2 və a^3 ədədlərini artan sırada düzün.

18. *-un yerinə hansı birhədlini yazmaq olar?

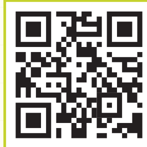
a) $5x^{13}y^{11} : * = \frac{1}{5}x^6y^4$; b) $-24a^{21}b^9 : * = 3{,}5a^6$;

c) $* : 3\frac{3}{4}m^8n^{11}k^7 = mk^4$.

19. $8x^7$ birhədlisini $2xy$ birhədlisinə elə bölmək olarmı ki, qismətdə yenə birhədli alınsın.

20. Düzbucaqlı şəklində olan həyətyanı sahənin uzunluğu 3 dəfə artırılıb, eni 2 dəfə azaldılsa, sahəsi necə dəyişər?

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 4

3 Birhədlilərin hasilinin və nisbətinin qüvvətə yüksəldilməsi

Araşdırma: $(2^3)^4$ ifadəsinin qiymətini tapaq.

$(2^3)^4 = (2^3)\cdot(2^3)\cdot(2^3)\cdot(2^3) = (2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2) = 2^{12}$.

Deməli, $(2^3)^4 = 2^{12}$ olar. **$3 \cdot 4 = 12$**

Ümumi halda aşağıdakı xassəni söyləmək olar.

Natural üstlü qüvvətin qüvvətə yüksəldilməsi:

İstənilən a rasional ədədi, m və n natural ədədləri üçün

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

NÜMUNƏLƏR:

$(x^9)^2 = x^{18}$; $(-8^5)^3 = (-8)^{5\cdot3} = (-8)^{15}$;

$(3^7)^5 = 3^{35}$; $((0,2)^2)^4 = (0,2)^8$;

$((m^3)^4)^2 = m^{3\cdot4\cdot2} = m^{24}$.

Natural üstlü qüvvəti qüvvətə yüksəltdikdə, əsas olduğu kimi qalır, üstlərin hasili isə qüvvətdə yazılır.

YADDA SAXLAYIN:

$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$.

NÜMUNƏ:

$2^{15} = (2^5)^3 = (2^3)^5$.

Doğrudan da,

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n \text{ sayda}} = a^{\overbrace{m + m + \ldots + m}^{n \text{ sayda}}} = a^{mn}$$

Hasilin qüvvətə yüksəldilməsi:

İstənilən a və b rasional ədədləri, m natural ədədi üçün

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m$$

NÜMUNƏ:

$(3a^5bc^4)^2 = 3^2 \cdot (a^5)^2 \cdot (b^1)^2 \cdot (c^4)^2 =$

$= 9a^{10}b^2c^8$.

Nisbətin qüvvətə yüksəldilməsi:

İstənilən a və b $(b \neq 0)$ rasional ədədləri, m natural ədədi üçün

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

NÜMUNƏ:

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{5^2}{9^2} = \frac{25}{81}$$

Nisbəti qüvvətə yüksəltmək üçün surət və məxrəcdəki hər birhədlini həmin qüvvətə yüksəltmək lazımdır.

YADDA SAXLAYIN:

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

NÜMUNƏ:

$$\frac{6^m}{11^m} = \left(\frac{6}{11}\right)^m$$



ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş bərabərliklərdən səhv olanları düzəldin və cavabınızı əsaslandırın:

a) $(x^3)^2 = x^5$; b) $(a^9)^3 = a^{27}$; c) $(m^7)^5 = m^2$;
d) $x^5 \cdot (x^{10})^0 = x^{15}$; e) $(x^3)^3 : x^5 = x^1$; f) $(n^2)^4 \cdot (n^9)^2 = n^{25}$;
g) $(m^5)^2 = m^{25}$; h) $(a^{23})^2 = a^{46}$.

2. Verilmiş bərabərliklərdə x-in yerinə elə ədəd yazın ki, doğru bərabərlik alınsın. Cavablarınızı əsaslandırın:

a) $(3^4)^x = 3^{12}$; b) $(a^x)^{10} = a^{40}$; c) $x^5 \cdot x^3 = 7^8$;
d) $(x^4)^{25} = 3^{100}$; e) $(8^3)^x : 8^5 = 8^{10}$; f) $5^x \cdot 5^x = 5^{26}$.

3. Sevil $16a^4b^8$ birhədlisini $(4a^2b^4)^2$ şəklində, Samir isə $(2ab^2)^4$ şəklində göstərdi. Onlardan hansının yazdığı ifadə doğrudur? Fikrinizi izah edin.

4. Birhədlini qüvvətə yüksəldin:

a) $4x^2y$ kvadrata; b) $-2m^3n^2$ kuba;
c) $-4ax^3$ dördüncü dərəcəyə.

5. Verilmiş birhədliləri hər hansı birhədlinin kvadratı şəklində yazın:

a) $81x^2y^4$; b) $144\ a^4b^2c^6$; c) $169\ y^{12}$; d) $0{,}04m^{10}$; e) $\frac{9}{25}b^8$.

6. Verilmiş birhədliləri hər hansı birhədlinin kubu şəklində yazın:

a) $64x^9$; b) $125\ a^6c^6$; c) $216\ y^{12}$; d) $0{,}027m^{15}$; e) $-\frac{8}{27}b^9$.

7. a) Elə kəsr ədəd yazın ki, onu hər hansı kəsrin kvadratı şəklində göstərmək mümkün olsun.

b) Elə kəsr ədəd yazın ki, onu hər hansı kəsrin kubu şəklində göstərmək mümkün olsun.

c) Elə kəsr ədəd yazın ki, onu hər hansı kəsrin kvadratı və kubu şəklində göstərmək mümkün olsun.

8. 2^{20} qüvvətini əsası: a) 2^2; b) 2^4; c) 2^5; d) 2^{10} olan qüvvət şəklində göstərin. Bunun üçün hansı xassədən istifadə etdiyinizi deyin.

9. Qüvvətə yüksəltmə əməlini yerinə yetirin:

a) $(3x^2)^3$; b) $(-2m^4n^2)^3$; c) $(-x^2yz^4)^5$; d) $(-0{,}6a^3bc^4)^2$;
e) $(-2xy^3)^4$; f) $(-x^2y^5z^4)^5$; g) $\left(-\frac{1}{2}k^7\right)^3$; h) $\left(2\frac{2}{5}abc^3\right)^2$.

10. a) a^6b^{12}; b) $1000000x^{24}$ c) $0{,}000001p^{18}$

birhədlisini hansı birhədlinin kvadratı və ya kubu şəklində göstərmək olar?

11. Aşağıdakı təklifləri əsaslandırın:

a) əks birhədlilərin kvadratları bərabərdir;

b) əks birhədlilərin kubları əks ədədlərdir;

c) əks birhədlilərin cüt və ya tək qüvvətləri haqqında nə deyə bilərsiniz?

d) əks birhədlilərin modulu bərabərdir.

12. İfadələri sadələşdirin:

a) $(-xy^2)^3 \cdot (-x^4y)^2$; b) $(x^4y^2)^3 \cdot (-3xy^4)^2$; c) $-\left(\frac{1}{2}ab^5c\right)^3 \cdot (-4ab)^3$;

d) $(-2x^2y^3)^4 \cdot (-3y^3)^2$; e) $(-0{,}5abc^6)^2$; f) $\left(\frac{1}{3}m^3n\right)^3 \cdot (9mn^2)^5$;

g) $\left(-\frac{2}{7}ab^4\right)^3 \cdot \left(-3\frac{1}{2}a^5b\right)^2$; h) $\left(\frac{2}{5}xz^4\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}x^5z\right)^3$.

13. Bölməni yerinə yetirin:

a) $(9x^4y^6)^3 : (3xy^5)^2$; b) $(-2x^3y^5)^6 : (-4xy^3)^2$; c) $\left(\frac{1}{4}x^6\right)^2 : \left(\frac{1}{2}x^5\right)^2$.

14. Qüvvəti nisbət şəklində yazın:

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; b) $\left(\frac{-5}{9}\right)^5$; c) $\left(2\frac{1}{4}\right)^3$;

d) $\left(\frac{m}{nk}\right)^9$; e) $\left(\frac{abc}{9}\right)^4$.

15. Nisbəti qüvvət şəklində yazın:

a) $12^5 : 6^5$; b) $\frac{25a^2b^2}{16}$; c) $\frac{32m^5n^{10}}{k^{15}}$.

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 4

4 Çoxhədli və onun standart şəkli

Birhədlilərin cəmi və fərqi yeni bir anlayış yaradır. Məsələn, $4x^2y$; $-0{,}5xy^2$; 8, $-3x$ birhədlilərinin cəmini: $4x^2y + (-0{,}5xy^2) + 8 + (-3x)$ şəklində yaza bilərik.

Birhədlilərin cəminə **çoxhədli** deyilir.

Çoxhədlini əmələ gətirən birhədlilər çoxhədlinin **hədləri** adlanır.

$4x^2y + (-0{,}5xy^2) + 8 + (-3x) = 4x^2y - 0{,}5xy^2 + 8 - 3x$ çoxhədlidir. Onun hədləri $4x^2y$; $-0{,}5xy^2$; 8 və $-3x$ birhədliləridir. Bu çoxhədlinin dörd həddi var. Hədlərinin sayına görə çoxhədlilər birhədli, ikihədli, üçhədli və s. adlandırılır.



Birhədli	Bir həddi olan çoxhədlidir: **məsələn**, a; $2x^2y^3$; $-b^3$.
İkihədli	İki həddi olan çoxhədlidir: **məsələn**, $a + 2x^2y^3$; $-b^3 + 7$.
Üçhədli	Üç həddi olan çoxhədlidir: **məsələn**, $2x + 5x^2y^3 - 7b^3$.
Çoxhədli və ya n-hədli	Hədlərinin sayı üçdən çox olan çoxhədlidir: **məsələn**, $-4ab^3 - 11b + xy^2 - 13 + 0{,}2ab$.

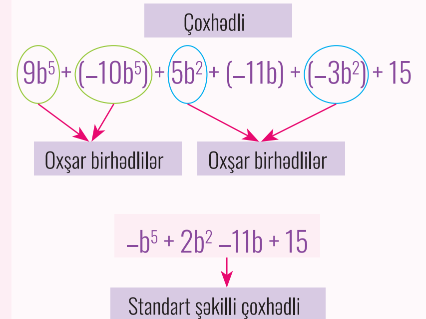
Hər bir həddi standart şəkildə olan və oxşar hədləri olmayan çoxhədliyə **standart şəkilli çoxhədli** deyilir. Çoxhədlini standart şəklə gətirmək üçün oxşar birhədliləri toplamaq (islah etmək) və hər bir həddini standart birhədli şəklində göstərmək lazımdır. Standart şəkilli çoxhədlidə hədlər ən böyük dərəcəli həddən ən kiçik dərəcəli həddə qədər azalan sıra ilə ardıcıllıqla düzülür.

Standart şəklə gətirilmiş çoxhədlidə iştirak edən ən yüksək dərəcəli birhədlinin dərəcəsinə çoxhədlinin **dərəcəsi** deyilir.

Çoxhədlidə iştirak edən sıfır dərəcəli birhədli **sərbəst hədd** adlanır.

MİSAL 1: $9x^7y - 6x^5y^2 + 4x^3 - 8xy + 2$ standart şəkildə yazılmış çoxhədlidir.

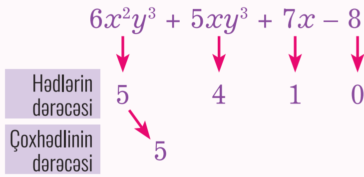
- ✓ *Hədləri*: $9x^7y$; $-6x^5y^2$; $4x^3$; $-8xy$; 2.
- ✓ *Dərəcəsi*: 8. ($9x^7y^1$ birhədlisinin dərəcəsi: $7 + 1 = 8$)
- ✓ *Əmsallar:* 9; -6; 4; -8; 2.
- ✓ *Sərbəst hədd*: 2.
- ✓ *Baş (birinci) əmsal*: 9.



MİSAL 2: $x^6 + 3xyx + x^2y + 4yx^2 - 7xxy - 6yyx + y^3y - 19$ çoxhədlisini standart şəklə gətirin, sərbəst həddi və dərəcəsini müəyyən edin.

HƏLLİ: Çoxhədlinin hədlərini standart şəklə gətirək və oxşar toplananları islah edək:

$$x^6 + 3xyx + x^2y + 4yx^2 - 7xxy - 6yyx + y^3y - 19 = x^6 + 3x^2y +$$
$$+ x^2y + 4x^2y - 7x^2y - 6xy^2 + y^4 - 19 = x^6 + y^4 + x^2y - 6xy^2 - 19.$$



$x^6 + y^4 + x^2y - 6xy^2 - 19$ çoxhədlisi standart şəkilli çoxhədlidir. Bu çoxhədlidə iştirak edən birhədlilərin dərəcələri uyğun olaraq 6; 4; 3; 3; 0-dır. Onlardan dərəcəsi ən böyük olan birhədli x^6-dır. Çoxhədlinin dərəcəsi 6-dır. Bu çoxhədlinin sərbəst həddi –19-dur.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş çoxhədlilərin hədlərini nümunədə göstərildiyi kimi cədvələ yazın və çoxhədlinin dərəcəsini qeyd edin.

Çoxhədli	I hədd	II hədd	III hədd	IV hədd	Sərbəst hədd	Dərəcə
$4x^6y - 11x^3y + 0{,}5xy^2 + x - 9$	$4x^6y$	$-11x^3y$	$0{,}5xy^2$	x	-9	7

a) $2x + 5y - 12$;
b) $-6x^4 + y^3 - 5y + 11$;
c) $14a^5b + ab^2 - a^2b - a^2b + 8a - 7b$;
d) $8{,}2mnk - 1{,}02m^2n + 11a - 9$;
e) $\frac{1}{2}a - 0{,}6b - 3\frac{7}{9}c + 12ab - c + 7{,}1$.

2. Verilmiş çoxhədlilərin hədlərini və dərəcəsini müəyyən edin:

a) $3x^5 + 2x^3 - 4$;
b) $2a^4 - 3a + 2$;
c) $y^5 + y^4 - 2y^2 - 1$;
d) $2m^5 + 7$;
e) $4xy^6 + xy^2 - x^2 + y^8$;
f) $a^4 - bc^2 - 6$.

3. Oxşar toplananları islah edərək çoxhədliləri standart şəklə gətirin:

a) $10xy - 6xy + 3xy$;
b) $4x^4 - 5x + 9x^2 - 7x^4 + 6x$;
c) $6ab - 11ab + 3a^2b$;
d) $5a^3 + a^2 - 12 + 2a^3 + a^2 - a - 20$.

4. Verilmiş çoxhədlilərdən $3a^2 + b$ ikihədlisinə bərabər olanı müəyyən edin:

a) $4a^2 - 4b - a^2 + 17b - b$;
b) $12a^3 - 9b - 9a^2 + 6b + b$;
c) $-0{,}7a^2 - 7b - 2{,}3a^2 + 8b$;
d) $1{,}8a^2 - 4{,}2b + 1{,}2a^2 + 5b + 0{,}2b$.

5. Çoxhədliləri standart şəklə gətirin. Bu çoxhədlilərdən hansının sərbəst həddi sıfırdan fərqlidir? Hər çoxhədlinin dərəcəsini yazın.

a) $-4p^4 + 21p^3 + 4p^4 - 8p^2 + 7p^2$;

b) $2aa^2 + a^2 - 6a^2 + a^3 - a$;

c) $8xx^5 + 3xx^4 - 5x^2x^3 - 6xx^2$;

d) $5a \cdot 4b^2 - 0{,}8b \cdot 4b^2 - 2ab \cdot 3b + b \cdot 3b^2 - 1$.

6. Çoxhədlilərin dərəcəsini müəyyən edin:

a) $4a^6 - 2a^7 + a - 1$;   b) $5p^3 - p - 2$;

c) $1 - 3x$;   d) $4xy + xy^2 - 5x^2 + y$;

e) $8x^4y + 5x^2y^3 - 11$;   f) $xy + yz + xz - 1$.

7. Verilmiş çoxhədlilərdə oxşar hədləri islah edin və dəyişənlərin verilmiş qiymətlərində çoxhədlinin qiymətini tapın:

a) $2a^3 + 3ab - b^2 - 6a^3 - 7ab + 2b^2$, $a = 2$; $b = -6$;

b) $mn - 6mn^2 - 8mn - 6mn^2$, $m = 0{,}5$; $n = -2$;

c) $10xy^2 + x^2y + xy^2$, $x = \frac{1}{3}$, $y = 9$.

8. $4a, -3ab, 7a^2, -8a^2, 9ab, 5a$ birhədlilərindən istifadə etməklə:

a) standart şəkilli çoxhədli,

b) oxşar hədləri olan çoxhədli tərtib edin.

9. Verilmiş ifadələri çoxhədli şəklində yazın:

a) $\overline{cba}$;   b) $\overline{abc} - \overline{ab}$;   c) $\overline{a0c} + \overline{ac}$;

d) $\overline{cab} + \overline{ca}$;   e) $\overline{abcd} + \overline{bcda}$;   f) $\overline{ab9} + \overline{7a}$.

10. Araşdırma:

a) $4555 - 4$;   b) $9111 - 9$;   c) $7666 - 7$

fərqinin 37-yə tam bölünməsini yoxlayaraq istənilən a və b rəqəmləri üçün $\overline{abbb} - a$ fərqinin hər zaman 37-yə bölündüyünü əsaslandırmaq olarmı? Fikirlərinizi söyləyin.

11. Standart şəkildə olan və standart şəkildə olmayan çoxhədlilərin oxşar və fərqli cəhətlərini deyin.

$\overline{mnpk}$ – dördrəqəmli ədəddir. Onu mərtəbə toplananlarının cəmi kimi açsaq:

$\overline{mnpk} =$
$= 1000m + 100n + 10p + k$

çoxhədlisini alarıq.



BÖLMƏ 4

5 Çoxhədlilərin toplanması və çıxılması

Çoxhədliləri standart şəklə gətirməklə siz birhədlilər arasında toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirdiniz. Çoxhədlinin hədlərinin birhədli olduğunu bilirik. Deməli, çoxhədlilər arasında da toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirmək mümkündür.

MİSAL 1: $6x^2 + 8x - 5$ və $-3x^2 + 7x - 11$ üçhədlilərini toplayın.

HƏLLİ: $(6x^2 + 8x - 5) + (-3x^2 + 7x - 11)$. Bu əməli yerinə yetirmək üçün mötərizələr açılır, oxşar toplananlar islah edilir və cəm standart çoxhədli şəklində yazılır:

$$(6x^2 + 8x - 5) + (-3x^2 + 7x - 11) =$$
$$= \underline{6x^2} + \underline{8x} - 5 - \underline{3x^2} + \underline{7x} - 11 = 3x^2 + 15x - 16.$$

MİSAL 2: $-x^3 + 7x^2 - 8x + 9$ çoxhədlisi ilə $4x^2 - 3x + 1$ üçhədlisinin fərqini tapın.

HƏLLİ: $(-x^3 + 7x^2 - 8x + 9) - (4x^2 - 3x + 1)$. Bu əməli yerinə yetirmək üçün mötərizələr açılır, oxşar toplananlar islah edilir və alınan fərq standart çoxhədli şəklində yazılır:

$$(-x^3 + 7x^2 - 8x + 9) - (4x^2 - 3x + 1) =$$
$$= -x^3 + \underline{7x^2} - \underline{8x} + 9 - \underline{4x^2} + \underline{3x} - 1 = -x^3 + 3x^2 - 5x + 8.$$

Yada salın:
Mötərizələrin açılması qaydalaraını yada salın. Mötərizənin qarşısında "–" işarəsi olduqda mötərizənin daxilindəki işarələr necə dəyişir?

Beləliklə, iki və daha çox çoxhədlinin cəmi və fərqi də çoxhədlidir.

ÇALIŞMALAR

1. $2a^3 - 7a + 8$ və $a^3 - 11a - 3$ çoxhədliləri üzərində aşağıdakı əməlləri yerinə yetirin və alınan nəticəni sadələşdirin.

a) birinci və ikinci çoxhədlinin cəmini;
b) ikinci və birinci çoxhədlinin cəmini;
c) birinci və ikinci çoxhədlinin fərqini;
d) ikinci və birinci çoxhədlinin fərqini.

Alınan nəticələri müzakirə edin.

2. Əməlləri yerinə yetirin və nəticəni standart çoxhədli şəklində yazın:

a) $(1 + 4a) + (a^2 - 3a)$;
b) $(7x^2 + 2x) + (-x^2 + 5)$;
c) $(y^2 - 6y) + (4y - y^2)$;
d) $(c^2 - c + 7) - (c^2 + c + 3)$;
e) $(8n^3 - 6n^2) - (1 + 8n^3 - 5n^2)$;
f) $(m^2 + 9m + 2) - (m^2 + 9m - 2)$.

3. İfadələri sadələşdirin:

a) $3,5x - (7,4x + 3,1x^2)$; b) $9a^2 + (3 - a^2) - (5,8a^2 - 2)$;

c) $-2,7k^2 + 1,6k + (4,1k - k^2)$; d) $(1,7b - b^2 + 4) + 0,2b^2 - (8,7b - b^2)$.

4. Standart şəkilli çoxhədliyə çevirin:

a) $(4a + 5b - c) + (8a - 6b + c)$; b) $(3a^2 + 8a - 4) - (3 + 8a - 5a^2)$;

c) $(b^3 - 3b^2 + 4b) - (b + 2b^2 + b^3)$; d) $(0,1x^2 + 0,02y^2) + (0,17x^2 - 0,08y^2)$.

5. a) $P = 5a^2 + b$; $Q = -4a^2 - b$ olarsa, P + Q çoxhədlisini yazın.

b) $A = a^2 - b^2 + ab$; $B = 2a^2 + 3ab - 5b^2$; $C = -4a^2 + 2ab - 3b^2$ olarsa, A + B – C çoxhədlisinin dərəcəsini müəyyən edin.

6. Məchul toplananın, azalanın və çıxılanın tapılması qaydalarından istifadə edərək A çoxhədlisini müəyyən edin, dərəcəsini yazın.

a) $A + (12y^2 + 6y - 1) = -10y + 9$;

b) $(-6x^2 + 7x - 11) - A = 2x^2 + 2x - 1$;

c) $A - (6a^2 - 5ab + b^3) = 4b^3 - 11ab$;

d) $(25x^5 - 13x^3 + 7) + A = 15x^5 - 13x^2$.

7. Cədvəldə Samirin, Nağının, Yusifin və Nazirin bank hesabındakı pulunun məbləği göstərilmişdir. Cədvələ əsasən müəyyən edin:

a) Hansı iki hesabın fərqi $(5x + 13)$-ə bərabərdir?

b) Hansı iki hesabın fərqi $(8x - 24)$-ə bərabərdir?

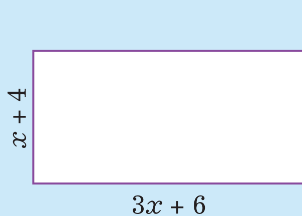
c) Hansı iki hesabın fərqi $(3x - 37)$-yə bərabərdir?

d) $x = 100\$$ olarsa, hər kəsin balansını hesablayın, kimin hesabında neçə manat pul olduğunu müəyyən edin (burada $1\$ = 1,70$ ₼ götürülmüşdür).

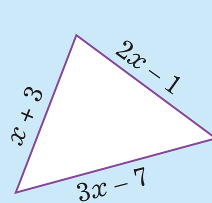
Bank hesabı

Ad	Balans
Samir	$6x + 7$
Nağı	$7x - 10$
Yusif	$12x + 3$
Nazir	$4x + 27$

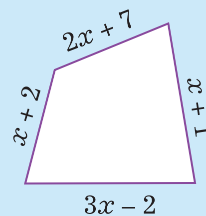
8. Verilmiş fiqurların (şəkil 4 a, b, c, d) perimetrini müəyyən edin. Alınan çoxhədlilərdə sərbəst həddi qeyd edin.



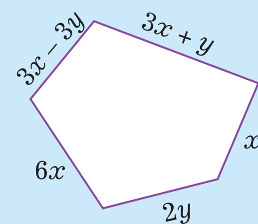
ŞƏKİL 4, a



ŞƏKİL 4, b



ŞƏKİL 4, c



ŞƏKİL 4, d

9. Aşağıdakı təklifləri əsaslandırın:

a) ardıcıl iki tək ədədin cəmi 4-ə tam bölünür;

b) ardıcıl dörd tək ədədin cəmi 8-ə tam bölünür;

c) ardıcıl beş natural ədədin cəmi 5-ə tam bölünür.

10. Çoxhədlilər üzərində əməlləri yerinə yetirin:

a) $(4a + 5b - 6c) + (3a - 7b + 2c) - (2a - b + 7c)$;

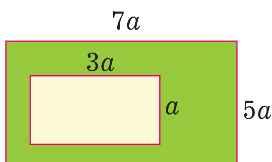
b) $(3x^3 - 7x + 21) - (-x^3 - 2x^2 - 3x) + (4x^3 - 21)$;

c) $(9ax^3 - 5ax^2 + 6ax) - (-3ax^3 - 6ax^2 - 7ax) - (5ax^3 + ax)$;

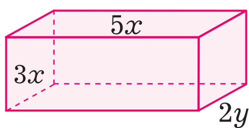
d) $(a^3 - 0{,}12b^3) + (0{,}39a^3 - b^3 - 9) + (0{,}01a^3 - 1{,}88b^3 + 11)$.

11. a) $(a - b) + (b - c) + (c - a)$ ifadəsinin 0-a;

b) $(x^2 - 5xy) - (12 - 3xy) + (2xy - x^2)$ ifadəsinin 12-yə bərabər olduğunu göstərin.



ŞƏKİL 5, *a*



ŞƏKİL 5, *b*

12. Müzakirə: Şagirdlərə $x = -0{,}25$ olduqda aşağıdakı ifadənin qiymətini tapmaq təklif olunur:
$(7x^3 - 6x^2y + 5xy^2) + (5x^3 + 7x^2y + 3xy^2) - (10x^3 + x^2y + 8xy^2)$.
Gülay dedi ki, bu ifadənin qiymətini tapmaq üçün y-in də qiymətini bilməliyik. Sizcə, Gülay haqlıdırmı?

a) Gülay hansı halda doğru söyləmiş olar?

b) Çevrilmə aparın.

c) Nəticə çıxarın.

13. Fiqurların sahəsinin və həcminin çoxhədlilərlə əlaqəsini araşdırın.

a) Şəkil 5, *a*-da verilmiş fiqurun yaşıl rəngli hissəsinin sahəsini tapın.

b) Şəkil 5, *b*-də verilmiş düzbucaqlı paralelepipedin həcmini tapın.

14. $5x^2 + 3y^2 - 2xy + 6$ çoxhədlisinə hansı çoxhədlini əlavə etmək və ya çıxmaq lazımdır ki, nəticədə alınan çoxhədlidə:

a) x dəyişəni iştirak etməsin;

b) y dəyişəni iştirak etməsin.

15. Aviasiya: Təyyarənin maksimum ümumi $T_{üm.}$ kütləsi $T_s + T_m + T_y + T_a$ çoxhədlisi ilə hesablanır. Burada T_s – boş təyyarənin kütləsi, T_m – mühərrikin kütləsi, T_y – yanacağın kütləsi, T_a – sərnişin və yükün kütləsidir.

Bu məlumatdan istifadə edərək aşağıdakı sualları cavablandırın:

1) Mühərrikin və özünün kütləsi məlum olan hər hansı təyyarə üçün verilmiş çoxhədlinin hədlərindən hansılar sabit həddir?

2) Tutaq ki, təyyarənin ümumi kütləsi maksimum həddədir və yanacaq miqdarı təyyarənin qət edəcəyi məsafəyə çatacaq qədərdir. Yanacağın kütləsinin artırılması digər dəyişənlərin miqdarına necə təsir edər?

16. Aşağıdakı ifadənin qiymətinin *x* dəyişənindən asılı olmadığını göstərin:

$$\left(\frac{3}{4}x^2 - 0{,}4xy - 1{,}5y + 1\right) - \left(y^2 - \frac{2}{5}xy + 0{,}6x^2\right).$$

17. Aşağıdakı ifadələrin qiymətinin dəyişəndən asılı olmadığını göstərin:

a) $1{,}9 - 17b^2 - (1 - 3b^2) + (9{,}6 + 14b^2)$;

b) $1 - y^2 - (3y - 2y^2) + (2 + 3y - y^2)$.

18. $A = 2\frac{3}{5}b - \frac{3}{4}b^3$; $B = \frac{1}{4}b^3 - 1\frac{3}{5}b$; $C = 1\frac{1}{4}b^3 + 6\frac{3}{5}b$ olarsa,

a) A + B – C; **b)** A – B + C; **c)** B – A + C; **d)** C – B – A

ifadələrini müəyyən edin.

19. Verilmiş çoxhədliləri hər hansı iki ikihədlinin cəmi şəklində yazın:

a) $4b^3 - 6b^2 + 12 - 8{,}2b$; **b)** $-5a^4 + 4a^3 + 3a^2 - 4a$.

20. Verilmiş çoxhədliləri hər hansı iki ikihədlinin fərqi şəklində yazın:

a) $-x^3 + 3x^2 + x - 8$; **b)** $3y^4 + 7y^3 + 4y^2 - 6$.

21. Bölmənin xassələri: n-nin bəzi natural qiymətlərində $n^3 + n$ ikihədlisinin 30-a tam böldündüyü məlumdur. n-nin həmin qiymətlərində:

a) $n^3 + 31n$; **b)** $n^3 - 29n$ ifadələrinin də 30-un bölünəni olduğunu söyləmək olarmı? Fikirlərinizi əsaslandırın.

22. Naməlum birhədlini müəyyən edin:

a) $(3a^2 + 2a - 4) + (\square + 5a^2 - 9) = 8a^2 - 5a - 13$;

b) $(6x^2y + 7xy - 9y^2) - (8x^2y - 2y^2 + \square) = -2x^2y + 9xy - 7y^2$.

23. Siz ədədləri sütun şəklində yazaraq toplaya və ya çıxa bilirsiniz. Çoxhədliləri necə, sütun şəklində yazmaqla toplamaq və ya çıxmaq mümkündürmü? Sizcə, çoxhədliləri sütun şəklində toplamaq və ya çıxmaq üçün onun hədlərini sütunda necə yazmaq lazımdır? Fikirlərinizi söyləyin.

NÜMUNƏ:

$$\begin{array}{r} 4a - 3b + 5c \\ + \; (8a + 2b - 2c) \\ \hline 12a - \;\; b + 3c \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4a - 3b + 5c \\ - \; (8a + 2b - 2c) \\ \hline -4a - 5b + 7c \end{array}$$

Oxşar hədlər bir-birinin altında yazılır.

Aşağıdakı çoxhədliləri sütun şəklində yazmaqla əməlləri yerinə yetirin:

a) $(5k + 3r + t) + (r + 8t - 6k)$; **b)** $-4p + q - 2 + (11 + p + 5q)$;

c) $8y^4 + 7y^2 - 3 - (2y^4 - y^2 + 7)$; **d)** $z^3 + 4z^2 - z - (3z^3 - 2z^2 + 5z)$.

24. $y = -2m$ olduqda aşağıdakı çoxhədlilər hansı çoxhədliyə çevrilər?

a) $y^2 + 5y - 4$; **b)** $3y^3 - 5y^2 + 2y - 5$; **c)** $y^5 - 0{,}5y^3 + 6y^2 - 11y$.

25. Bu mövzuda öyrəndikləriniz sizdə hansı bacarıqları formalaşdırdı? Siz daha öncə bilmədiyiniz hansı biliyə yiyələndiniz? Fikirlərinizi söyləyin.

Özünüzü yoxlayın



Yada salın:
Cəmin ədədə bölünməsi üçün toplananlar necə olmalıdır?

Bilirsinizmi?
Çoxhədliləri də sütun şəklində yazmaqla toplamaq və ya çıxmaq olar.



BÖLMƏ 4

6 Birhədlinin çoxhədliyə vurulması

Yada salın:
Vurmanın paylama xassəsini söyləyin.

Siz vurmanın toplamaya və çıxmaya görə paylama xassəsini bilirsiniz.

$a(b + c) = ab + ac$ və ya $a(b - c) = ab - ac$.

Birhədlinin çoxhədliyə hasili vurmanın toplama və çıxmaya görə paylama xassəsinin tətbiqini xarakterizə edir.

Birhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün birhədlini çoxhədlinin hər bir həddinə vurub alınan hasilləri cəm şəklində yazmaq lazımdır.



MİSAL: $-3a^2$ birhədlisi ilə $(4a^3-a+1)$ üçhədlisinin hasilini tapın.

HƏLLİ: $-3a^2 \cdot (4a^3 - a + 1) = -3a^2 \cdot 4a^3 - (-3a^2 \cdot a) + (-3a^2 \cdot 1) =$
$= -12a^5 + 3a^3 - 3a^2$.

ÇALIŞMALAR

1. Vurmanı yerinə yetirin:

a) $5(2x + 7)$;
b) $3m(m + 9)$;
c) $(b - 11) \cdot 8b$;
d) $x(-3x + 6)$;
e) $2x(5x^2 - 3x)$;
f) $(10c^5 + 2c^3) \cdot (-2c^2)$;
g) $6(a^2 - 2a + 6)$;
h) $2x(x^2 - 7x + 1)$;
k) $(y^2 - 1,2y + 4) \cdot 1,7y$;

Yadda saxlayın:
Birhədlinin çoxhədliyə hasili çoxhədlidir!

2. Hasili çoxhədli şəklində yazın:

a) $-10x^5(-4x^3 - 3x^2 + 5)$;
b) $n^2(7n^3k^4 + 11n^2k - nk^4 + 15)$;
c) $2ab(4a^2b^3 + 5ab^3 - 2,1ab)$;
d) $-3x^2y^3(-1,1 - 2xy^2 + 0,5x - 2,3y^3)$.

3. Çoxhədli şəklində göstərin:

a) $\frac{2}{5}x(1,5x^3 - 2,5xy)$;
b) $\frac{3}{8}mn(\frac{2}{3}m^3n + \frac{4}{9}n^3 - \frac{1}{3}mn)$;
c) $-\frac{1}{7}a^2(1,4b^7 - 4,9ab)$;
d) $-\frac{5}{6}p^3k^2(5p^5k - \frac{3}{10}p^3k - 1\frac{1}{5}k^4)$.

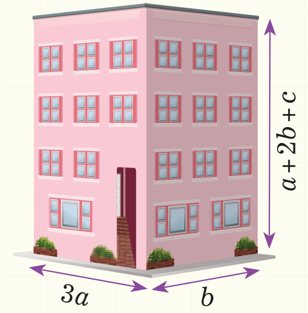
4. İfadələri sadələşdirin və qiymətini tapın:

a) $6(x-2)+5(1-3x)$, $x=-1{,}3$;

b) $14a-7(2a-1)+2(9-5a)$, $a=11$;

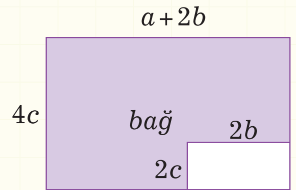
c) $y-2(10y-2)+(8y-3)$, $y=-0{,}6$;

d) $19(3-2m)+12m-9(m+1)$, $m=2$.



ŞƏKİL 6

5. Düzbucaqlı paralelepiped şəklində olan binanın (şəkil 6) uzunluğu $3a$, eni b, hündürlüyü isə $(a+2b+c)$-dir. Bu binanın həcmi hansı çoxhədli ilə ifadə edilir?



ŞƏKİL 7

6. Şəkil 7-də bağın planı verilmişdir. Dəyişənlərin $a = 8$ sm, $b = 5$ sm, $c = 3$ sm qiymətlərində bağın plandakı sahəsini müəyyən edin. Miqyasın 1 : 200 olduğunu bilərək bağın həqiqi sahəsini tapın.

7. Əsaslandırın:

a) x-in istənilən qiymətində $x(2x+1)-x^2(x+2)+(x^3-x+3)$ ifadəsi eyni qiymət alır;

b) $y(3y^2-y+12)-(3y-16+2y^3)-y(2+y^2-y)$ ifadəsinin qiyməti y-dən asılı deyil;

c) $a(b+c-bc)-b(c+a-ac)+c(b-a)$ ifadəsi 0-a bərabərdir;

d) $2x(x-6)-3(x^2-4x+1)$ ifadəsi həmişə mənfi qiymət alır.

8. Nümunəyə əsasən sütunlu vurma üsulundan istifadə edərək birhədli və çoxhədlinin hasilini tapın:

a) $2x^2$ — $5x^3+3x^2-5x-2$

b) $-7a^2b$ — $-2a^5-6a^3b-5a-3b$

c) m^2n^2k — $1-0{,}5m^3n+m+4n-k$

NÜMUNƏ:

$$\begin{array}{r} -4x^2 \\ 2x^5+\ \ x\ -5 \\ \hline -8x^7-4x^3+20x^2 \end{array}$$

9. İfadələri sadələşdirin:

a) $(6m-4m+9n)\left(-\frac{1}{6}m^2\right)$;

b) $-0{,}5x^2(2x^2+6x-7)$;

c) $2a(a-b)-a(a-2b)$;

d) $-x(x^2-7)+x^2(x-3)$;

e) $(1+3a-a^4)\cdot 5a$;

f) $3a^4x\,(a^2-2ax+x^3-1)$;

g) $\frac{2}{7}x(1{,}4x^2-3{,}5y)$;

h) $\frac{1}{2}ab\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{3}{4}ab+\frac{4}{5}b^2\right)$;

k) $-\frac{1}{3}c^2\left(1{,}2d^2-6b^2\right)$;

m) $-\frac{2}{5}a^2y^5\left(5ay^2-\frac{1}{2}a^2b-\frac{5}{6}a^3\right)$.

10. Tənlikləri həll edin:

a) $5x + 3(x - 1) = 6x + 11$;

b) $3x - 5(2 - x) = 54$;

c) $8(y - 7) - 3(2y + 9) = 15$;

d) $0,6 - 0,5(y - 1) = y + 0,5$;

e) $6 + (2 - 4x) + 5 = 3(1 - 3x)$;

f) $0,15(x - 4) = 9,9 - 0,3(x - 1)$.



11. Dəyişənin hansı qiymətində:

a) $2(3 - 5c)$ ifadəsinin qiyməti $4(1 - c)$ ifadəsinin qiymətindən 1 vahid kiçikdir?

b) $-3(2x + 1)$ ifadəsinin qiyməti $(8x + 5)$ ifadəsinin qiymətindən 20 vahid böyükdür?

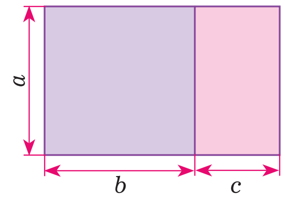
c) $(5x + 7)$ ifadəsinin qiyməti $(61 - 10x)$ ifadəsinin qiymətindən 3 dəfə azdır?

d) $8 - y$ ifadəsinin qiyməti $(7 + y)$ ifadəsinin qiymətindən 2 dəfə çoxdur?

12. Həndəsə: Üçbucağın perimetri 44 sm-dir. Onun tərəflərindən biri ikincisindən 4 sm kiçik, üçüncü tərəfin uzunluğundan isə 2 dəfə böyükdür. Üçbucağın tərəflərinin uzunluğunu müəyyən edin.

Yadda saxlayın:
Həndəsi məna dedikdə verilmiş düsturun həndəsi fiqurların xassələrinə uyğun izah edilməsi başa düşülür.

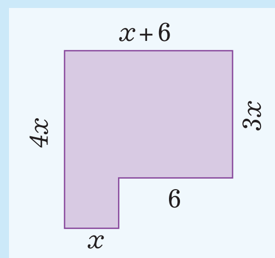
13. Həndəsə: Şəkil 8-də verilənlərə əsaslanaraq a, b və c dəyişənlərinin istənilən müsbət qiymətləri üçün $a(b + c) = ab + ac$ bərabərliyinin həndəsi mənasını izah edin.



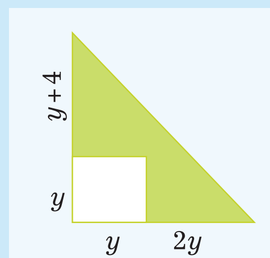
ŞƏKİL 8

14. Şəkil 9-dakı fiqurların rənglənmiş hissələrinin sahəsini ifadə edən çoxhədlini yazın.

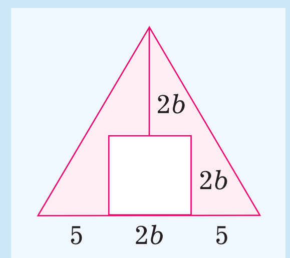
Yada salın:
Fiqurları düzbucaqlıya tamamlamaqla sahəsini tapmağı öyrənmisiniz.



ŞƏKİL 9, a

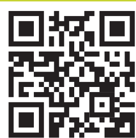


ŞƏKİL 9, b



ŞƏKİL 9, c

Özünüzü yoxlayın



7 Çoxhədlinin çoxhədliyə vurulması

Birhədlini çoxhədliyə vurma qaydasını öyrəndiniz. İndi isə çoxhədlinin çoxhədliyə hasilinin necə tapıldığını araşdıraq.

Araşdırma: $(x + 5)(x + 2)$ ikihədlilərinin hasilini tapaq. Əvvəlcə bu hasili həndəsi firuqlar üzərində izah edək.

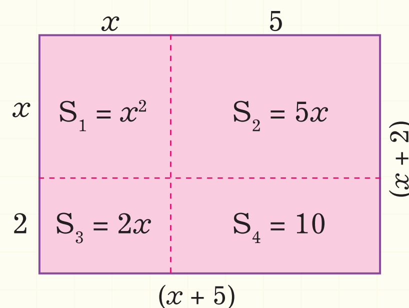
Şəkil 10-dakı model tərəflərinin uzunluğu ikihədli şəklində, yəni $(x + 5)$ və $(x + 2)$ kimi verilmiş düzbucaqlıdır.

Şəkildəki düzbucaqlının sahəsi $S = (x + 5)(x + 2)$ ilə tapılır və bu düzbucaqlının sahəsi onu əmələ gətirən fiqurların sahələri cəminə bərabərdir. $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$.

$$\mathbf{S = (x + 5)(x + 2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10.}$$

Beləliklə, iki ikihədlinin hasilini tapmaq üçün vurmanın paylama xassəsi tətbiq edildi:

$(x + 5)(x + 2)= x(x + 2) + 5(x + 2) = x^2 + 7x + 10.$



ŞƏKİL 10

DİQQƏT:
$(x + 5)(x + 2)$ hasilini aşağıdakı kimi də yazmaq olar:
$(x + 5)(x + 2) =$
$= x\,(x + 5) + 2(x + 5) =$
$= x^2 + 5x + 2x + 10 =$
$= x^2 + 7x + 10.$
Nəticə dəyişmir.

Çoxhədlini çoxhədliyə vurmaq üçün birinci çoxhədlinin hər bir həddini ikinci çoxhədlinin hər bir həddinə vurub alınan hasilləri cəm şəklində yazmaq lazımdır.

$$\mathbf{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.}$$

MİSAL: $(x + 3)(x^3 + 2x^2 – 8)$ hasilini standart çoxhədli şəklində yazın.

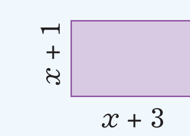
HƏLLİ: Əvvəlcə ikihədlinin hər bir həddini üçhədlinin hər bir həddinə vurub alınan hasilləri cəm şəklində yazırıq. Sonra oxşar hədləri islah edərək çoxhədlini standart şəkilə gətiririk.

$$(x + 3)(x^3 + 2x^2 – 8) =$$
$$= x \cdot x^3 + x \cdot 2x^2 + x \cdot (–8) + 3 \cdot x^3 + 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot (–8) =$$
$$= x^4 + 2x^3 – 8x + 3x^3 + 6x^2 – 24 =$$
$$= x^4 + 5x^3 + 6x^2 – 8x – 24.$$

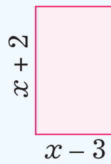
QEYD: İkihədlinin hər bir həddini üçhədliyə vurub sonra mötərizələri açmaq da olar:
$(x + 3)(x^3 + 2x^2 – 8) =$
$= x(x^3 + 2x^2 – 8) +$
$+ 3(x^3 + 2x^2 – 8) = ...$

ÇALIŞMALAR

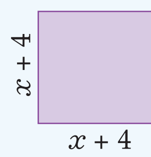
1. Şəkil 11 (a, b, c, d)-də modelləşdirilmiş düzbucaqlıların sahəsini çoxhədli ilə ifadə edin.



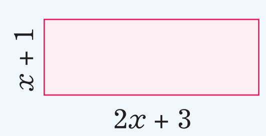
ŞƏKİL 11, a



ŞƏKİL 11, b



ŞƏKİL 11, c



ŞƏKİL 11, d

2. Verilmiş ikihədlilərin hasilini düzbucaqlı modeli qurmaqla yazın.

a) $(x + 3)(x + 3)$; b) $(x + 1)(x + 4)$; c) $(2x + 1)(x + 3)$;
d) $(3x + 1)(x + 2)$; e) $(x + 4)(2x + 3)$; f) $(3x + 1)(x + 1)$.

3. Verilmiş çoxhədlilərin hasilini çoxhədliyə çevirin:

a) $(x^2 + 2)(x - 3)$; d) $(5x^2 - 6y^2)(6x^2 - 5y^2)$;
b) $(3x^2 - 5x)(2 - x)$; e) $(a^2 + 2b)(2a + b^2)$;
c) $(c - 4)(c + 4)$; f) $(x^2 + 2x + 1)(x + 3)$.

4. Çoxhədlilərin hasilini taparkən birhədlinin çoxhədliyə hasilindən istifadə edin:

NÜMUNƏ: $(3a^2 - 3a + 5)(a - 7)$ hasilini çoxhədliyə çevirək.

$$(3a^2 - 3a + 5)(a - 7) = 3a^2 \cdot (a - 7) - 3a \cdot (a - 7) + 5 \cdot (a - 7) =$$
$$= 3a^3 - 21a^2 - 3a^2 + 21a + 5a - 35 = 3a^3 - 24a^2 + 26a - 35.$$

a) $(2x^2 + 7x - 3)(x + 3)$; b) $(x^3 - 11xy + 5y)(xy - x)$;

c) $(a - b - c + k)(1 - ac)$; d) $(9m^2 - 5mn + n^2)(3m - n)$;

e) $\left(\frac{3}{4}ab - 2b^2 + \frac{1}{2}\right)(a + 6b)$; f) $(-p^3 + q)(-\frac{3}{5} - q^2 + p)$.

5. Sevinc hesablama apararaq $x = \frac{1}{2}$ olduqda $(5x - 1)(x + 3) - (x - 2)(5x - 4)$ ifadəsinin qiymətinin 49-a bərabər olduğunu müəyyən etdi. Onun nəticəsinin doğruluğunu əlverişli yolla necə yoxlamaq olar?

6. Verilmiş ifadələri sadələşdirin:

a) $(x + 3)(x - 3) + (4 - x)x - 3x$;

b) $x(1 - 2x) - (x - 3)(x + 3) + 3x^2$;

c) $x^2(3 - x) - (2 - x^2)(x + 1) - 4x^2$;

d) $(x + 2)(x + 2) - x(5 - x) - 2x^2$.

x-in hansı qiymətində bu ifadələrin qiymətinin a-ya bərabər olduğunu müəyyən edin.

7. İfadələri sadələşdirin:

a) $M = a - 3$, $N = a^2 - 8a + 5$, $P = a - 8$, $Q = a^2 - 3a + 5$ olarsa, MN-PQ;

b) $A = x^2 - 3x + 2$, $B = 2x + 5$, $C = 2x^2 + 7x + 17$, $D = x - 4$ olarsa, AB-CD.

8. Aşağıdakı təklifləri əsaslandırın.
n-nin istənilən natural qiymətlərində:

a) $n(n + 22) - (n - 2)(n + 12)$ ifadəsi 12-yə bölünür;

b) $(n + 8)(n + 9) - n(n - 7)$ ifadəsi 24-ə bölünür.

9. İfadələrin qiymətini tapın:

a) $x = -2\frac{10}{11}$ olarsa, $(x - 5)(x - 3) - (x + 1)(x + 2)$;

b) $a = 0{,}51$ olarsa, $(a + 6)(a - 2) - (a - 7)(a + 1)$;

c) $a = -1\frac{1}{3}$, $b = -1\frac{1}{8}$ olarsa, $(a^2 - ab + 2b^2)(a - b) - (a^2 + 2ab - b^2)(a + 2b)$;

d) $a = -1\frac{1}{9}$, $x = 0{,}27$ olarsa, $(a^2 + 4ax + x^2)(a - 2x) - (a^2 - 5ax - 2x^2)(a + x)$.

10. Nöqtələrin yerinə elə ifadələr yazın ki, bərabərliklər doğru olsun:

a) $(2a - 5b)(\ldots - \ldots) = 6a^3 - 15a^2b - 14ab + \ldots$;

b) $(\ldots - \ldots)(6x^2 - 5y^2) = 12x^3 + 42x^2y - \ldots - 35y^3$;

c) $(\ldots - \ldots)(\ldots - \ldots) = 24c^4 - 18a^3 - 4ab^3 + \ldots$;

d) $36y^5 - 54y^4 + 10y - \ldots = (\ldots - \ldots)(\ldots + \ldots)$.

11. Tənlikləri həll edin.

a) $12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2$;

b) $(x + 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) = 0$;

c) $10x^2 - (2x - 3)(5x - 1) = 31$;

d) $(x - 2)(x - 3) - (x + 2)(x - 5) = 0$.

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 4

8 Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması

Vuruqlara ayırma nədir? Siz əvvəlki mövzuda çoxhədlilərin hasilini tapmağı öyrəndiniz. $A = B \cdot C$ ifadəsində A-ya hasil, B və C-yə isə vuruq deyirik. Burada A hasili B və C kimi vuruqlara ayrılmış şəkildə yazılıb.

Çoxhədlinin, hər birinin dərəcəsi 1-dən kiçik olmayan çoxhədlilərin hasili şəklində göstərilməsi çoxhədlinin vuruqlara ayrılması adlanır.

Məsələn, $(x + 3)$ və $(x^2 - 1)$ ikihədlilərinin hasili $x^3 + 3x^2 - x - 3$ çoxhədlisinə bərabərdir. Burada $(x + 3)$ və $(x^2 - 1)$ vuruqlar, $x^3 + 3x^2 - x - 3$ çoxhədlisi isə hasildir.

$$\underbrace{x^3 + 3x^2 - x - 3}_{\text{Çoxhədli}} = \underbrace{(x+3)\cdot(x^2-1)}_{\text{Vuruqlar}}$$

DİQQƏT:
İstənilən çoxhədlini həmişə vuruqlara ayırmaq olmur.

Məsələn, $2a + 6$ ikihədlisini hasil şəklində

$$2a + 6 = 1 \cdot (2a + 6) = 2 \cdot (a + 3) = -2\cdot(-a - 3)$$

və s. kimi yazmaq olar. Lakin bu əməliyyat vuruqlara ayırma hesab edilmir. Çünki, 1, 2, –2 ədədlərinin dərəcəsi sıfıra bərabərdir. Yəni belə ifadələrdə hər zaman ədədi vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaq mümkündür.

ƏBOB (50; 75) və ƏKOB (50; 75) necə tapılır?

Birhədlilərdə ən böyük ortaq bölən və ən kiçik ortaq bölünən: Siz natural ədədləri öyrənərkən iki və daha çox natural ədədin ən böyük ortaq böləni və ən kiçik ortaq bölünəni anlayışları ilə tanış olmuşsunuz. İndi isə birhədlilərin və çoxhədlilərin ən böyük ortaq böləni və ən kiçik ortaq bölünəni anlayışlarını öyrənək.

Məsələn, $14x^2y^3$ və $21x^3y$ birhədlilərinə baxaq:

$14x^2y^3 = 2 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$ və

$21x^3y = 3 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y$

olduğu üçün

ƏBOB$(14x^2y^3; 21x^3y) = 7 \cdot x \cdot x \cdot y = 7x^2y$,

ƏKOB $(14x^2y^3; 21x^3y) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y = 42x^3y^3$

olar.

Verilmiş ifadələrdə ortaq vuruq birhədli, ikihədli və s. şəklində ola bilər.

MİSAL: $M = x(x+3)^2(x-1)$ və $N = x^2(x+3)(x-1)^2$ ifadələrinin ƏBOB-nu və ƏKOB-nu tapın.

HƏLLİ: $M = x(x+3)^2(x-1) = x \cdot (x+3) \cdot (x+3) \cdot (x-1)$ və

$N = x^2(x+3)(x-1)^2 = x \cdot x \cdot (x+3) \cdot (x-1) \cdot (x-1)$ olduğu üçün x birhədlisi, $(x+3)$ və $(x-1)$ ikihədliləri də ortaq vuruqlardır. Onda

ƏBOB(M; N) = $x(x+3)(x-1)$ və ƏKOB(M; N) = $x^2(x+3)^2(x-1)^2$ olar.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş çoxhədlilərdən hansıları vuruqlara ayırmaq olmur? Nə üçün?

a) $x^3 - 4x$; b) $y^5 + 12x$; c) $7z^2 + 6z + z$;
d) $5xy^2 + 2y$; e) $9a + b$; f) $15 - 5x^3$.

2. Verilmiş ifadələrdə ortaq vuruqları müəyyən edin:

a) a^3 və $2a^2$; b) 5 və $15x$; c) $8b^2$; $-4b$ və b^3;
d) $9x^4$ və $3x$; e) $12z^2$ və $6z^3$; f) $(y+1)$ və $(y-1)(y+1)$.

3. Verilmiş ifadələrdə ortaq olmayan vuruqları müəyyən edin:

a) b və $4b$; b) $-25x$ və x^2;
c) $(a+2)$ və $(a-1)(a+2)$; d) $2x^4$ və $5x$;
e) $3z^2$ və z^3; f) $(m+3)(m-2)$ və $(m-2)(m+3)$.

4. Verilmiş ifadələrin ən böyük ortaq bölənini müəyyən edin:

a) $2a^3$ və $4a$; b) $5xy^4$ və $10x^2y$; c) $(x-2)^2(x-1)$ və $2(x-1)^2$;
d) $-9c^3$ və $-18c$; e) $x(x+1)$ və $(x+1)^2$; f) $(b-5)(b+7)$ və $(b-5)^2$.

5. Verilmiş ifadələrin ən kiçik ortaq bölünənini müəyyən edin:

a) $3a$ və $5a^2b$; b) $3{,}5y^4$ və $7x^2y$; c) $(y-9)^2(x-1)$ və $(x-1)^2$;
d) c^3 və c; e) $x^2(x-1)$ və $(x+1)$; f) $(n-3)(n+6)$ və $(n+6)^2$.

I. VURUQLARA AYIRMA ÜSULLARI

Çoxhədliləri vuruqlara ayırmaq üçün faydalı ola biləcək bir neçə üsula baxaq.

1. Ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması

Çoxhədlinin hədlərinin ortaq vuruğu varsa, həmin vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır, digər hədlər isə mötərizənin daxilində yazılır.

Misallar:

1) $ax + bx$ ikihədlisində x vuruğu hər iki həddə aiddir, yəni ortaq vuruqdur. Onu mötərizə xaricinə çıxararaq digər vuruqları mötərizədə ikihədli şəklində yazırıq: $ax + bx = x(a + b)$.

2) $m^2 - m = m \cdot m - m \cdot 1 = m(m - 1)$.

3) $2x^2y^3 - 5xy^2 = 2 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y - 5 \cdot x \cdot y \cdot y = xy^2(2xy - 5)$.

4) $3a(a + 2) - 7(a + 2) = (a + 2)(3a - 7)$.

5) $a^2b^3x - 7ab^2x^2 + 5a^3bx^3 = abx \cdot ab^2 + abx \cdot (-7bx) + abx \cdot 5a^2x^2 =$
$= abx(ab^2 - 7bx + 5a^2x^2)$.

6) $2x^2y(3a - 2b) + 5x^3y^6(2b - 3a)$ ifadəsinin birinci toplananında $(3a - 2b)$ vuruğu, ikinci toplananda isə $(2b - 3a)$ vuruğu iştirak edir.
$(2b - 3a) = -(3a - 2b)$ olduğuna görə verilmiş ifadəni

$$2x^2y(3a - 2b) + 5x^3y^6(-(3a - 2b)) = 2x^2y(3a - 2b) - 5x^3y^6(3a - 2b)$$

şəklində yazmaq olar.

Onda $2x^2y(3a - 2b) - 5x^3y^6(3a - 2b) = (3a - 2b)(2x^2y - 5x^3y^6)$ alınar.

Gördüyünüz kimi, ikinci mötərizədəki çoxhədli də ortaq vuruqlara malikdir. Yəni: $2x^2y - 5x^3y^6 = 2 \cdot x^2 \cdot y - 5 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^5 = x^2y(2 - 5xy^5)$ olar.
Beləliklə, $2x^2y(3a - 2b) + 5x^3y^6(2b - 3a) = x^2y(3a - 2b)(2 - 5xy^5)$ alarıq.

$a - b = -(b - a)$

ÇALIŞMALAR

1. İkihədliləri vuruqlara ayırın:

a) $mx^2 - nx$; b) $6y^2 - 5y$; c) $3a^2b^4 + 9a^3b^2$;
d) $4 + 12xyz$; e) $abc^3 - a^2b^3c$; f) $0{,}5x^2t + xt^3$.

2. İfadələri vuruqlara ayırın:

a) $5x(a - 2) + 3y(a - 2)$; b) $9a(x + 6) - 7b(x + 6)$;
c) $(m - 1)^2 - 5(m - 1)$; d) $8(k + 4) + 4(k + 4)^3$.

3. Ortaq vuruğu müəyyən edərək mötərizə xaricinə çıxarın:

a) $10b(a - b) + 3a(b - a)$; b) $7x(1 - x^2) - 6(x^2 - 1)$;
c) $n(x + y) + m(y + x)$; d) $(x - y) + 6(y - x) - 3(y - x)$.

4. Verilmiş çoxhədlilərdə ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarın:

a) $a^3b^2c + a^2bc^2 - ab^2c^3$; b) $4x^2y^6 - 2xy^4 + 6x^3y^2 - 8xy^5$;
c) $-7mn^4 - 14m^4 + 21mn^2$; d) $x^5y^2 + x^4y^3 - x^6y^4 + x^2y^6$.

5. İfadələri hasil şəklində yazın:

a) $x^2y(a-2x)+x^2y^3(a-2x)$; b) $a^3b(m-n)+ab^2(m-n)$;

c) $7x^6y^2(k-2t)-14x^3y^4(2t-k)$; d) $abc^4(3x-2a)-b^3c^2(2a-3x)$.

II. QRUPLAŞDIRMA ÜSULU

Bəzən çoxhədlinin bütün hədlərinin ortaq vuruğu olmur. Buna görə də əvvəl ortaq vuruğu olan hədləri qruplaşdırmaq lazımdır. Sonra isə ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması üsulundan istifadə edərək vuruqlara ayırmanı tam yerinə yetirmək olar.

Misallar:

1) $ax+by+ay+bx$ ifadəsində birinci və üçüncü toplananda ortaq vuruq $\boldsymbol{a}$, ikinci və dördüncü toplananda isə ortaq vuruq $\boldsymbol{b}$-dir. Ona görə də bu toplananları qruplaşdıraq və ortaq vuruqları mötərizə xaricinə çıxaraq:

$$ax+by+ay+bx=(ax+ay)+(by+bx)=a(x+y)+b(y+x).$$

Sonuncu ifadədə $(x+y)$ ikihədlisi ortaq vuruq olduğuna görə verilmiş ifadəni $a(x+y)+b(y+x)=(x+y)(a+b)$ kimi vuruqlara ayıra bilərik.

Beləliklə, $ax+by+ay+bx=(x+y)(a+b)$ olar.

2) $7a^2x-by-a^2y+7bx=(7a^2x+7bx)-(by+a^2y)=$
$=7x(a^2+b)-y(a^2+b)=(a^2+b)(7x-y)$.

3) $ac+bd-bc-ad=ac-bc+bd-ad=c(a-b)-d(a-b)=(a-b)(c-d)$.

4) $2abx+aby-4acx-2acy=a((2bx+by)-(2\cdot 2cx+2cy))=$
$=a(b(2x+y)-2c(2x+y))=a(2x+y)(b-2c)$.

5) $22\cdot 27-2\cdot 3+3\cdot 22-2\cdot 27=22\cdot 27+3\cdot 22-2\cdot 3-2\cdot 27=$
$=22(27+3)-2(3+27)=22\cdot 30-2\cdot 30=$
$=30(22-2)=30\cdot 20=600$.

ÇALIŞMALAR

1. Nərgiz bir neçə çoxhədlini aşağıdakı kimi vuruqlara ayırdı. İkihədlilərin hasilini taparaq çoxhədlinin vuruqlara ayrılışının doğru və ya yanlış olduğunu müəyyən edin.

Çoxhədli	Vuruqlara ayrılışı
$x(b+c)+4b+4c$	$(x+4)(b+c)$
$2c-2d+p(c-d)$	$(2-c)(p-d)$
$mx+my+6x+6y$	$(m+6)(x+y)$

Vuruqlara ayırma yanlış olarsa, doğru cavabı yazın.

Diqqət:

Ədədləri və ifadələri nə üçün qruplaşdırırıq? Fikirləriniz önəmlidir.

Qeyd:

1-ci nümunədə birinci və dördüncü, ikinci və üçüncü toplananları da qruplaşdırmaq olar. Bu qruplaşmanı özünüz yoxlayın və alınan nəticələri araşdırın.

2. Verilmiş çoxhədliləri qruplaşdırma üsulu ilə vuruqlara ayırın:

a) $ax - by + xy - ab$;   b) $ay - 4bx^2 + 2ax^2 - 2by$;

c) $x^2 + 3x + 2x + 6$;   d) $\frac{3}{2}ax^2 + by - \frac{1}{2}axy - 3bx$.

3. Cədvəldə çoxhədlilərin vuruqlarından biri verilmişdir. Naməlum vuruğun hansının ikihədli olduğunu müəyyən edin.

Çoxhədli	I vuruq	II vuruq
a) $ax + 6(b + x) + ab$	$a + 6$	?
b) $mn - mk + xk - xn$	?	$m - x$
c) $ax - 2bx + ay - 2by$	$x + y$	?
d) $1 - bx - x + b$	$1 - x$	?

NÜMUNƏ:

$3x^3 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy =$
$= 3x^3 - 6x^2y^2 + xy - 2y^3 =$
$= 3x^2(x - 2y^2) + y(x - 2y^2) =$
$= (x - 2y^2)(3x^2 + y)$

4. Çoxhədlini vuruqlara ayırın:

a) $x^3 + x^2 + x + 1$;   b) $a^2 - ab - 8a + 8b$;

c) $y^5 - y^3 - y^2 + 1$;   d) $ab - 5b + b^2 - 5a$;

e) $a^4 + 2a^3 - a - 2$;   f) $7x - xy + 7y - x^2$;

g) $b^6 - 3b^4 - 2b^2 + 6$;   h) $kn - mn - n^2 + mk$.

Diqqət:
Bəzi üçhədlilərdə hər hansı həddi elə iki birhədlinin cəmi və ya fərqi şəklində göstərmək olar ki, alınan birhədliləri digərləri ilə qruplaşdırmaq mümkün olsun.

5. Samir $a^2 + 7a + 12$ üçhədlisində $7a$ birhədlisini $3a$ və $4a$ birhədlilərinin cəmi şəklində göstərərək qruplaşdırma yolu ilə vuruqlara ayırdı. Sizcə, Samir bunu nə üçün etdi? Namiq isə $7a$ birhədlisini $2a + 5a$ cəmi şəklində göstərdi, lakin çoxhədlini vuruqlara ayıra bilmədi. Nə üçün? Fikirlərinizi izah edin.

6. $x^2 + 6x + 5$ üçhədlisini vuruqlara ayırmaq üçün aşağıdakı alqoritmi yerinə yetirin:

I. Hasili 5, cəmi 6 olan iki natural ədəd tapın.

II. $6x$ birhədlisini elə iki birhədlinin cəmi şəklində göstərin ki, onların əmsalları birinci əmrin nəticəsində tapılan natural ədədlər olsun.

III. Qruplaşdırma aparmaqla çoxhədlini vuruqlara ayırın.

IV. Alınmış ikihədlilərin hasilini taparaq nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

Yadda saxlayın:
Bu alqoritmi həmişə tətbiq etmək olmur.

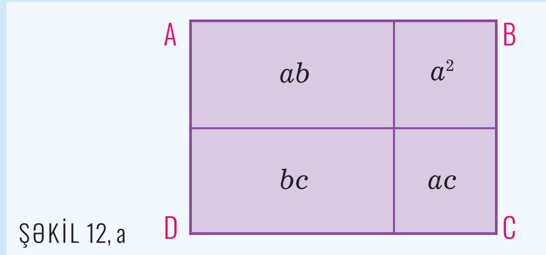
7. Bundan əvvəlki tapşırıqda verilmiş alqoritmdən istifadə etməklə aşağıdakı çoxhədliləri vuruqlara ayırın:

a) $a^2 - 5a + 4$;   b) $a^2 - 6a - 16$;

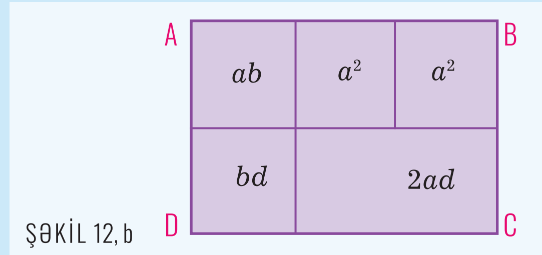
c) $x^2 + 9xy + 8y^2$;   d) $a^2 + 7ab + 6b^2$;

e) $y^2 - 9xy + 8x^2$;   f) $m^2 - 5mn + 4n^2$.

8. ABCD düzbucaqlısının (şəkil 12) sahəsini ifadə edən çoxhədlini yazın. Şəklə əsasən bu çoxhədlinin hansı ikihədlilərin hasilinə bərabər olduğunu müəyyən edin.



ŞƏKİL 12, a



ŞƏKİL 12, b

9. Verilmiş çoxhədliyə uyğun düzbucaqlı modeli qurun. Düzbucaqlının tərəflərinin hansı ikihədlilərlə ifadə edildiyini müəyyən edin.

a) $ab + ac + 2b + 2c$; **b)** $x^2 + 2xy + y^2$;

c) $8y + cz + 8z + cy$.

10. Gülnar $2am + 2an - 3bn - 3bm$ üçhədlisində $(2am + 2an) - (3bn + 3bm)$ qruplaşması apardı və vuruqlara ayırdı. Əli isə həmin çoxhədlini $(2am - 3bm) + (2an - 3bn)$ kimi qruplaşdırdı və vuruqlara ayırdı. Uşaqlardan hansı qruplaşmanı düzgün aparmışdır? Onların aldıqları nəticələr haqqında fikirlərinizi söyləyin.

11. İfadələri vuruqlara ayırın və dəyişənlərin verilmiş qiymətində hesablayın:

a) $5a^2 - 5ax - 7a + 7x$, $x = -3$, $a = 4$;

b) $m^2 - mn - 3m + 3n$, $m = 0{,}5$, $n = 0{,}25$;

c) $a^2 + ab - 11a - 11b$, $a = 6{,}6$, $b = 0{,}4$;

d) $a^2 - ab - 2a + 2b$, $a = \frac{7}{20}$, $b = 0{,}15$.

12. Hesablayın:

a) $139 \cdot 18 + 139 \cdot 21 + 261 \cdot 21 + 261 \cdot 18$;

b) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83$;

c) $44{,}7 \cdot 13 - 2 \cdot 44{,}7 + 13 \cdot 5{,}3 - 2 \cdot 5{,}3$;

d) $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} + 4{,}2 \cdot \frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{5} + 2{,}8 \cdot \frac{2}{3}$.

Özünüzü yoxlayın



Diqqət:
$a \cdot b = 0$
olarsa, a və b vuruqları haqqında nə demək olar?
$(x - a)(x - b) = 0$
hasilindən
$x = a$ və ya $x = b$
alınar.

13. İfadənin qiymətini verilmiş şərtlərə uyğun olaraq müəyyən edin:

a) $a + b = 5$ və $b + c = 3$ olarsa, $a^2 + ab - ac - bc$ ifadəsinin;

b) $y + 2 = 4$ və $3 - x = 5$ olarsa, $xy - 6 + 2x - 3y$ ifadəsinin;

c) $x - y = 3$ və $x^2 + xz - xy - yz = 12$ olarsa, $y + z$ ifadəsinin.

14. Aşağıdakı təkliflərdən hansı doğrudur?

a) Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan, heç olmazsa, biri sıfıra bərabər olmalıdır;

b) Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqların hər ikisi sıfıra bərabər olmalıdır;

c) Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqların heç biri sıfıra bərabər olmamalıdır.

15. Hasilin sıfıra bərabər olması şərtindən istifadə edərək tənlikləri həll edin:

a) $x(x - 8) + 2(x - 8) = 0$;
b) $y(y - 12) + y - 12 = 0$;
c) $a + 4 - a(a + 4) = 0$;
d) $(x^2 - 5x) + x - 5 = 0$;
e) $(x^2 + 7x) - 4x - 28 = 0$;
f) $5x^2 - 10x + (x - 2) = 0$.

16. Nöqtələrin yerinə elə birhədli yazın ki, bərabərlik doğru olsun:

a) $6a^3 - 15a^2b - 14ab + \ldots = (2a - 5b)(\ldots - \ldots)$;

b) $12x^3 + 42x^2y - \ldots - 35y^3 = (\ldots + \ldots)(6x^2 - 5y^2)$;

c) $24m^4 - 18m^3 - 4mn^3 + \ldots = (\ldots - \ldots)(\ldots - \ldots)$;

d) $36y^5 - 54y^4 + 10y - \ldots = (\ldots - \ldots)(\ldots + \ldots)$.

III. EYNİLİKLƏR

Dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində doğru olan bərabərliyə **eynilik** deyilir.

Bərabərliyin eynilik olduğunu isbat etmək üçün:

1. Sol tərəfdəki ifadəni sağ tərəfdəki ifadəyə və ya sağ tərəfdəki ifadəni sol tərəfdəki ifadəyə çevirmək olar;

2. Hər iki tərəfdəki ifadənin eyni bir ifadəyə bərabər olduğunu göstərmək olar;

3. Bərabərliyin müxtəlif tərəflərində yerləşən ifadələrin fərqinin sıfıra bərabər olduğunu göstərmək olar.

Bir ifadənin ona bərabər digər ifadəyə çevrilməsi **eynilik çevrilməsi** adlanır. Dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində uyğun qiymətləri bərabər olan ifadələrə **eyniliklə bərabər ifadələr** deyilir.

Yadda saxlayın:
Dəyişənin ifadəni doğru bərabərliyə çevirən bütün qiymətləri **dəyişənin mümkün qiymətləri** adlanır.

MİSAL: $(x + 5)(x - 4) + 12 = (x - 1)(x + 2) - 6$ eyniliyini isbat edin.

HƏLLİ: Eyniliyi isbat etmək üçün bərabərliyin hər iki tərəfinin eyni bir ifadəyə bərabər olduğunu göstərək:

$$\underbrace{(x + 5)(x - 4) + 12}_{\text{Sol tərəf}} = \underbrace{(x - 1)(x + 2) - 6}_{\text{Sağ tərəf}}$$

Sol tərəf: $(x + 5)(x - 4) + 12 = x^2 - 4x + 5x - 20 + 12 = x^2 + x - 8$

Sağ tərəf: $(x - 1)(x + 2) - 6 = x^2 + 2x - x - 2 - 6 = x^2 + x - 8$

Hər iki tərəf eyni ifadəyə bərabər olduğuna görə verilmiş bərabərlik eynilikdir.

ÇALIŞMALAR

1. Kərim $21c(a - b) = -21c(b - a)$ bərabərliyinin eynilik olduğunu iddia edir. Sizcə, o haqlıdırmı? Nə üçün? Mötərizələri açmadan bunu necə izah edə bilərsiniz?

2. a) Toplamanın yerdəyişmə və qruplaşdırma xassələrini hərfi ifadə şəklində yazın. Onların eynilik olduğunu isbat edin.
   b) Vurmanın yerdəyişmə və qruplaşdırma xassələrini hərfi ifadə şəklində yazın. Bu bərabərliklər eynilikdirmi?
   c) $a(b + c) = ab + bc$ bərabərliyi hansı xassəni ifadə edir? Bu bərabərliyin eynilik olduğunu demək olarmı?
   d) $a + 0 = 0 + a$; $a \cdot 1 = a$; $a \cdot \frac{1}{a} = 1$; $a + (-a) = 0$ bərabərlikləri haqqında fikirlərinizi söyləyin.

3. Verilmiş bərabərliklərin eynilik olub-olmadığını yoxlayın:
   a) $2a + 4b = 2(a + 4b)$;
   b) $x = x + 1$;
   c) $a + b - c = a - c + b$;
   d) $(m - n)(k - p) = (n - m)(p - k)$.

4. Verilmiş bərabərliklərin eynilik olduğunu göstərin:
   a) $(x + 1)(x + 1) = x^2 + 2x + 1$;
   b) $(3a - 2b)(3a - 2b) = 9a^2 - 12ab + 4b^2$;
   c) $(a + b)(a + b)(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
   d) $(4m - 5n)(4m + 5n) = 16m^2 - 25n^2$.
   e) $16 - (a + 3)(a + 2) = 4 - (6 + a)(a - 1)$;
   f) $(2x - 5y)(4x + 3y) - (x + 2y)(5x - 6y) = 3x^2 - 18xy - 3y^2$;
   g) $(m - a)(m - b) = m^2 - (a + b)m + ab$.

5. Verilmiş ifadələrin eynilik olması üçün bərabərliyin sağ və ya sol tərəfinə hansı birhədlini əlavə edərsiniz? Fikirlərinizi izah edin.

a) $(a + 5)(a - 12) = a^2 - 60...$;

b) $y^2 - 2... = (y + 1)(y - 1)$;

c) $(m - 7)(m + 10) = m^2 + 2m - 70...$;

d) $x^2 - 12x + 30... = (x - 7)(x - 5)$.

6. Verilmiş ifadələr hər hansı sabit ədədə bərabərdir. İfadələr üzərində çevrilmələr aparmadan həmin sabit ədədi təxmin edin. Sonra ifadələr üzərində eyniliklə çevrilmələr aparmaqla təxminlərinizin doğruluğunu yoxlayın.

a) $(a - 3)(a^2 - 8a + 5) - (a - 8)(a^2 - 3a + 5)$;

b) $(x^2 - 3x + 2)(2x + 5) - (2x^2 + 7x + 17)(x - 4)$;

c) $(b^2 + 4b - 5)(b - 2) + (3 - b)(b^2 + 5b + 2)$.

7. Eynilikləri isbat edin:

a) $a(b + c)^2 + b(a + c)^2 + c(a + b)^2 - 4abc = (a + b)(a + c)(b + c)$.

b) $(a + b + c)(ab + ac + bc) - abc = (a + b)(a + c)(b + c)$.

c) İsbat edin ki, $a + b + c = 0$ olduqda, aşağıdakılar eynilikdir:
$a(a + b)(a + c) = abc$, $b(b + a)(b + c) = abc$, $c(c + a)(c + b) = abc$.

8. * işarəsinin yerinə elə ifadə yazın ki, alınan bərabərlik eynilik olsun.

$(5a^3 - 2ab + 6b) - (*) = 4a^3 + 8b$

9. Aşağıdakı bərabərliyin sol və sağ tərəfindəki ifadələrin fərqini tapın. Hansı nəticə alındı? Alınan nəticə bərabərliyin eynilik olduğunu göstərirmi?

$(x - a)(x - b) = x^2 - x(a + b) + ab$.

10. Aşağıda verilmiş ifadənin eyniliklə 0-a bərabər olduğunu isbat edin.

$(b + c - 2a)(c - b) + (a + c - 2b)(a - c) - (b + a - 2c)(a - b)$.

11. a) Elə üçhədli yazın ki, onu ikihədlilərin hasili şəklində göstərmək mümkün olsun.

b) a və b dəyişənlərindən istifadə edərək hər hansı ikihədlinin kvadratını yazın və onu çoxhədliyə çevirin.

c) x və y dəyişənlərindən istifadə edərək hər hansı ikihədlinin kubunu yazın və onu çoxhədliyə çevirin.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. Çoxhədliləri standart şəklə gətirin və dərəcəsini yazın:

a) $-3xy + 9xy - 18xy$;

b) $12x^3 - 3x + 12x^3 - 11x^3 + 21x$;

c) $23a^4 + a^5 - 31 + 2a^4 - a^5 - 54$.

2. Verilmiş çoxhədlilərin cəmini və fərqini tapın:

a) $(-4ab + 7b - 2c)$ və $(8ab - 2b + 2c)$;

b) $(-8x^2 + 11 - 2)$ və $(1 + 7x - 5x^2)$.

3. Hasili tapın və alınmış çoxhədlinin dərəcəsini yazın:

a) $-2x^4y(x^2 - 2xy + y^3 - 7)$;

b) $(a + 12)(a - 5)$;

c) $(x^3 + 3)(x + y - 3)$.

4. Çoxhədlini vuruqlara ayırın:

a) $a^3 - a^2 + a - 1$;

b) $x^2 - xz - 5x + 5z$;

c) $b^2 - 8b + 12$;

d) $a(5 - b) + 8(b - 5)$.

5. Tənlikləri həll edin:

a) $a(a - 8) + 5(a - 8) = 0$;

b) $x(x + 6) + x + 6 = 0$.

6. Eynilikləri isbat edin:

a) $a(b - x) + x(a + b) = b(a + x)$;

b) $16 - (a + 3)(a + 2) = 4 - (6 + a)(a - 1)$.

7. Tənlikləri həll edin:

a) $\frac{5x-4}{5} + \frac{2-7x}{3} = \frac{x-3}{2}$;

b) $0{,}75 - \frac{7+3x}{4} = \frac{10x-3}{3}$.

8. Ulduzun yerinə elə çoxhədli yazın ki, eynilik alınsın:
$(5a^3 - 2ab + 6b) - (*) = 4a^3 + 8b$.

9. n-nin istənilən natural qiymətlərində
$(n + 1)(n + 2) - (3n - 1)(n + 3) + 5n(n + 2) + n + 7$
çoxhədlisinin qiymətinin 3-ə bölündüyünü isbat edin.



Özünüzü yoxlayın

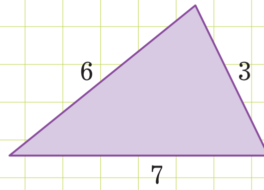


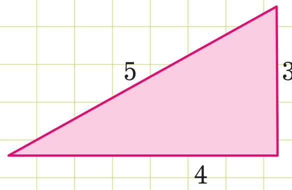
ÜÇBUCAQLAR

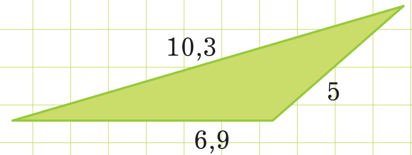
BÖLMƏ 5



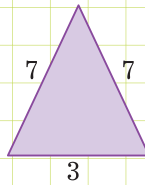
Müxtəliftərəfli

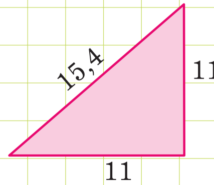


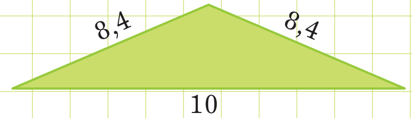




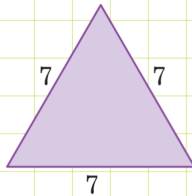
Bərabəryanlı

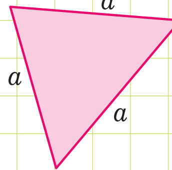


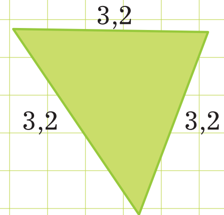




Bərabərtərəfli







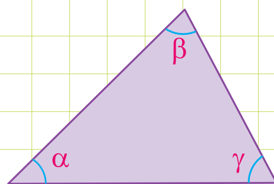
Tərəflərinə görə

ÜÇBUCAĞIN NÖVLƏRİ

Bucaqlarına görə

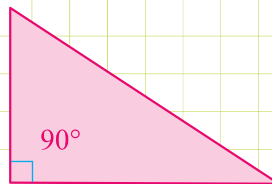
Evlərin damı üçbucaq şəklində tikilir. Nə üçün?





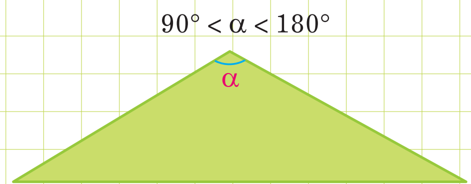
$\alpha < 90°$
$\beta < 90°$
$\gamma < 90°$

İtibucaqlı



Düzbucaqlı

$90° < \alpha < 180°$



Korbucaqlı

1 Üç tərəfinə görə üçbucağın qurulması



PRAKTİK İŞ: Tərəfləri a, b və c parçaları olan üçbucaq quraq:

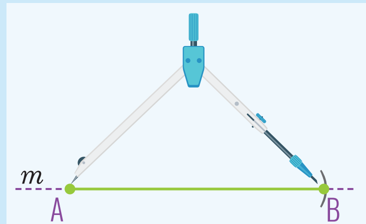


1) Hər hansı m düz xətti çəkin. Onun üzərində ixtiyari A nöqtəsi qeyd edin (şəkil 1).

2) Pərgarın qolları arasındakı məsafəni a parçası qədər açın. İti ucunu A nöqtəsinə qoyaraq mərkəzi A nöqtəsində, radiusu a olan çevrənin (və ya qövsün) m düz xətti ilə kəsişmə nöqtəsini qeyd edin və onu B hərfi ilə işarə edin (şəkil 2).



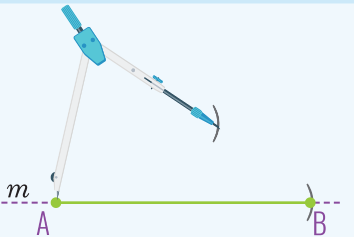
ŞƏKİL 1



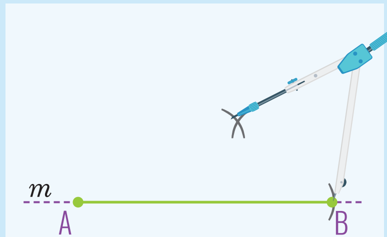
ŞƏKİL 2

3) Pərgarın qolları arasındakı məsafəni b parçası qədər açın. İti ucunu A nöqtəsinə qoyaraq mərkəzi A nöqtəsində, radiusu b olan çevrə çəkin (şəkil 3).

4) Pərgarın qolları arasındakı məsafəni c parçası qədər açın. İti ucunu B nöqtəsinə qoyaraq mərkəzi B nöqtəsində, radiusu c olan çevrə çəkin (şəkil 4).



ŞƏKİL 3



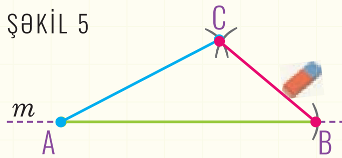
ŞƏKİL 4

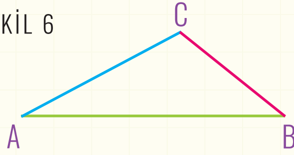
Fiqurları qurarkən hansı alətlərdən istifadə etdiyinizi yada salın. Sizcə, üçbucağı qurmaq üçün bizə nə lazımdır?



DİQQƏT:

Qurmadan bəzən çevrə əvəzinə qövs çəkmək kifayət edir.





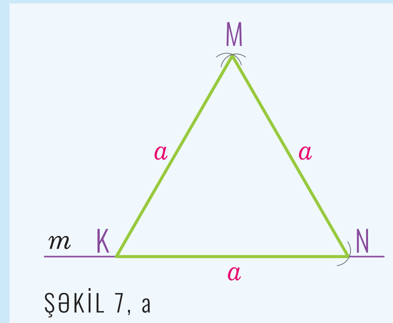
5) Çevrələrin kəsişmə nöqtəsini C hərfi ilə işarə edin. AC və BC parçalarını çəkin. Artıq xətləri silin (şəkil 5).

Alınmış ABC üçbucağı qurulması tələb olunan üçbucaqdır (şəkil 6).

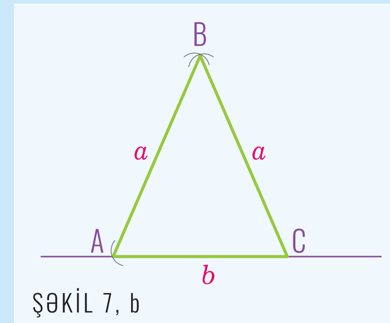
ÇALIŞMALAR

1. Şəkil 7-nin a və b bəndlərində verilmiş qurmaların alqoritmini yazın.

- $a = 3$ sm və $b = 2$ sm olduqda həmin üçbucaqları qurun.
- Alınmış üçbucaqların növünü müəyyən edin.



ŞƏKİL 7, a



ŞƏKİL 7, b

2. Tərəflərinin uzunluğu:

a) 5 sm, 5 sm, 5 sm; **b)** 3 sm, 4 sm, 5 sm;
c) 4 sm, 4 sm, 5 sm; **d)** 2,7 sm, 4,3 sm, 3,3 sm

olan üçbucaqlar qurun. Hər üçbucağın növünü müəyyən edin.

3. Vərəq üzərində tərəflərinin uzunluğu 2,8 sm, 4,1 sm və 4,9 sm olan üçbucaq qurun. Sonra qayçı vasitəsilə üçbucaqları tərəfləri boyunca kəsin. Alınan üçbucağı masa yoldaşınızın qurduğu üçbucaqla müqayisə edin. Alınan üçbucaqlar eynidirmi?

4. Tərəfləri:

a) 0,34 dm; $\frac{3}{50}$ m və 4,7 sm;

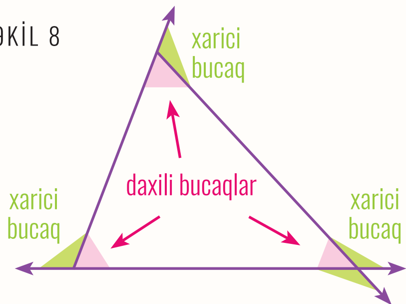
b) 4,2 sm; 33 mm və 0,4 dm olan üçbucaq qurun.

BÖLMƏ 5

2 Üçbucağın bucaqları və tərəfləri

I. ÜÇBUCAĞIN DAXİLİ VƏ XARİCİ BUCAQLARI

Üçbucağın hər təpəsində bir daxili bucağı var. Hər təpədəki xarici bucağı göstərmək üçün üçbucağın tərəfi şəkil 8-də olduğu kimi əks tərəfə uzadılır.



Üçbucağın daxili bucağına qonşu olan bucağa onun həmin təpədəki **xarici bucağı** deyilir.

DİQQƏT:
Üçbucağın bir təpəsində bir-birinə konqruyent olan 2 xarici bucağı var.

Yada salın:
Qonşu bucaqların cəmi neçə dərəcədir?

Düzbucaqlı üçbucaq

daxili bucaqlar

ŞƏKİL 9

Korbucaqlı üçbucaq

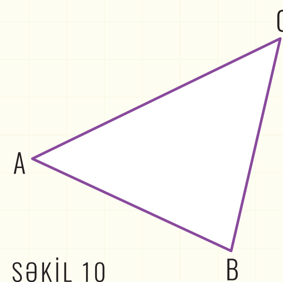
xarici bucaqlar

Düzbucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlarda (şəkil 9) daxili və xarici bucaqları özünüz göstərə bilərsiniz? Bəs bərabəryanlı və ya bərabərtərəfli üçbucaqlarda necə?

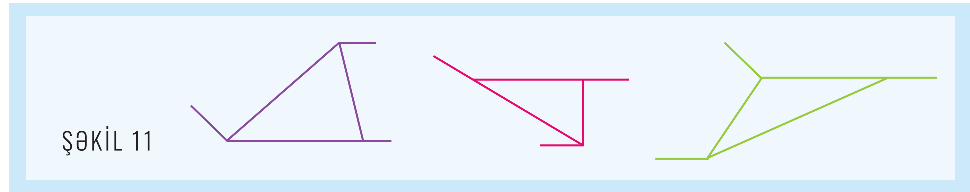
ÇALIŞMALAR

1. ABC üçbucağının (şəkil 10) A təpəsində yerləşən xarici bucağını təsvir edin. Bunu neçə üsulla etmək mümkündür?

- **a)** AB tərəfini A nöqtəsindən əks tərəfə düz xətt boyunca uzadın. Alınan xarici bucağı BAD adlandırın.
- **b)** AC tərəfini A nöqtəsindən əks tərəfə düz xətt boyunca uzadın. Alınan xarici bucağı CAF adlandırın.
- **c)** BAD və CAF bucaqları haqqında fikirlərinizi söyləyin.
- **d)** DAF bucağı haqqında nə deyə bilərsiniz?
- **e)** ABC üçbucağının B və C təpələrindəki xarici bucaqlarını da eyni qayda ilə təsvir edin. Hər təpədə neçə xarici bucaq alınır?
- **f)** Üçbucağın bir təpədəki daxili və bir xarici bucağı hansı bucağı əmələ gətirir?



2. Şəkil 11-də verilmiş bucaqları adlandırın. Onlardan hansı verilmiş üçbucağın xarici bucağı deyil? Nə üçün?

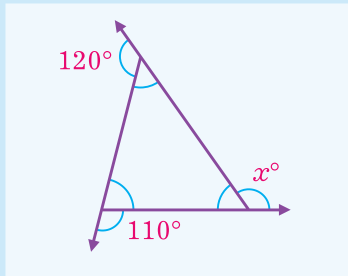


ŞƏKİL 11

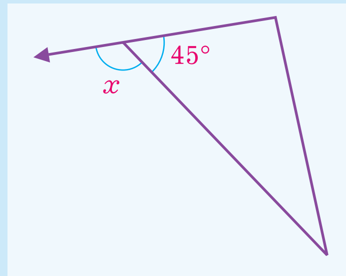
3. a) Düzbucaqlı bərabəryanlı MNK üçbucağını çəkin. Onun daxili və xarici bucaqlarını göstərin. Həmin bucaqların dərəcə ölçülərini yazın.

b) Bərabərtərəfli ABD üçbucağını çəkin. Onun daxili və xarici bucaqlarını göstərin. Həmin bucaqların dərəcə ölçülərini yazın. Hansı nəticəni aldınız?

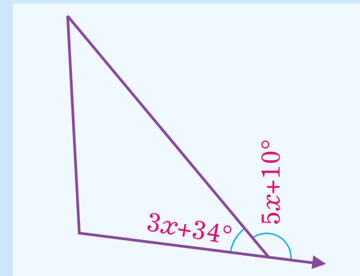
4. Şəkil 12-də verilənlərə görə x-i tapın.



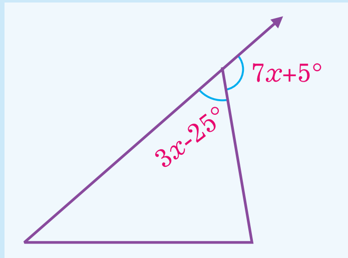
ŞƏKİL 12, a



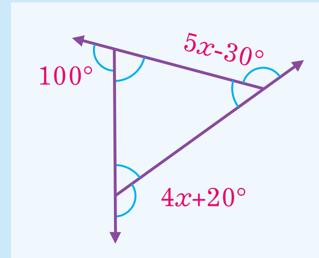
ŞƏKİL 12, b



ŞƏKİL 12, c

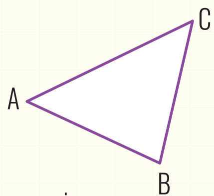


ŞƏKİL 12, d



ŞƏKİL 12, e

II. ÜÇBUCAĞIN DAXİLİ BUCAQLARININ CƏMİ



ŞƏKİL 13

Bütün üçbucaqlar üçün aşağıdakı xassə doğrudur:

TEOREM: Üçbucağın daxili bucaqlarının cəmi 180°-dir.



ABC üçbucağında $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (şəkil 13).

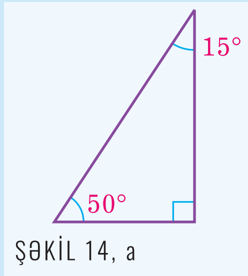
ÇALIŞMALAR

1. Üçbucağın: a) iki iti bucağı; b) iki düz bucağı; c) iki kor bucağı; d) bir kor və bir düz bucağı ola bilərmi? Nə üçün? Cavabınızı əsaslandırın.

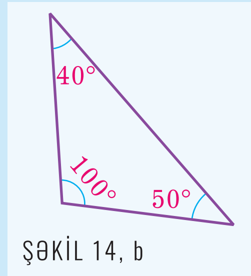
2. a) Düzbucaqlı üçbucağın bucaqlarının növünü deyin. Düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq olmayan iki bucağının cəmi haqqında nə deyə bilərsiniz?
   Bu cəm: **1)** 90°-dən böyükdür; **2)** 90°-dən kiçikdir; **3)** 90°-yə bərabərdir təkliflərindən hansı doğrudur?
   b) Bərabərtərəfli üçbucağın bucaqları neçə dərəcədir?

3. Dəftərdə hər hansı üçbucaq çəkin. Onun daxili bucaqlarını transportir vasitəsilə ölçün. Bu bucaqların qiymətlərinin cəminin neçə dərəcə olduğunu müəyyən edin.

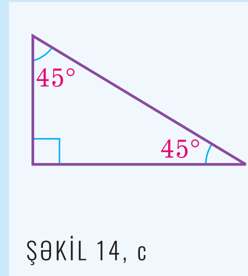
4. Şəkil 14 (a, b, c, d)-də hansı bucaqlar doğru verilmişdir? Nə üçün?



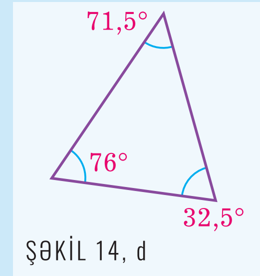
ŞƏKİL 14, a



ŞƏKİL 14, b



ŞƏKİL 14, c

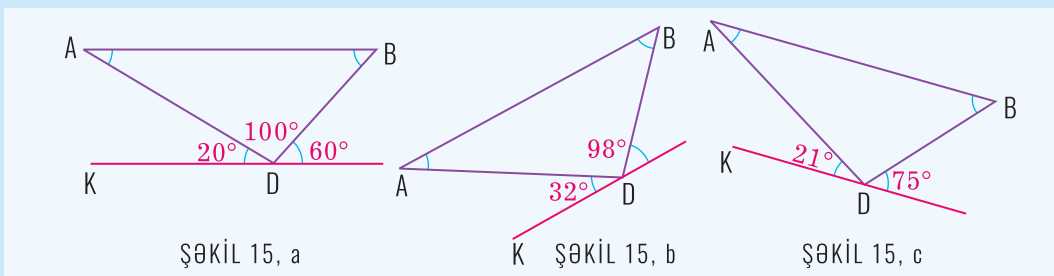


ŞƏKİL 14, d

5. Verilmiş bucaqlar üçbucağın daxili bucaqları ola bilərmi? Nə üçün? Cavabınızı izah edin.
   a) 21°, 35° və 121°; b) 56°, 90° və 24°; c) 72°, 15° və 55°;
   d) 15°, 62° və 103°; e) 32°, 85° və 67°; f) 95°, 102° və 4°.

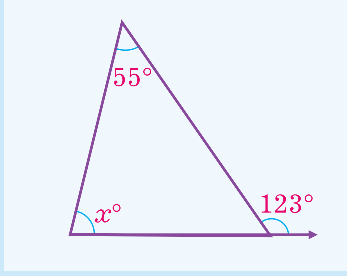
6. Üçbucaqların daxili bucaqlarından ikisi verilmişdir. Üçüncü bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.
   a) 65° və 43°; b) 90° və 29°; c) 5° və 55°;
   d) 145° və 12°; e) 100,4° və 52°; f) 45° və 67,8°.

7. Şəkil 15 (a, b, c)-də verilmiş ABD üçbucağının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüsünü müəyyən edin. Burada $DK \parallel AB$.

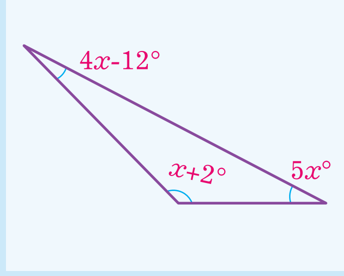


ŞƏKİL 15, a
ŞƏKİL 15, b
ŞƏKİL 15, c

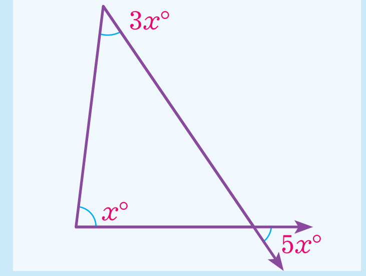
8. Şəkil 16-da verilmiş üçbucaqlara görə x-i tapın.



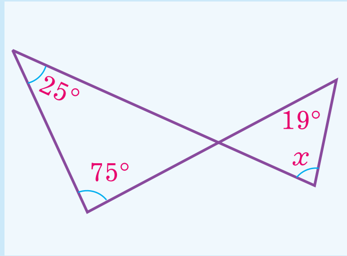
ŞƏKİL 16, a



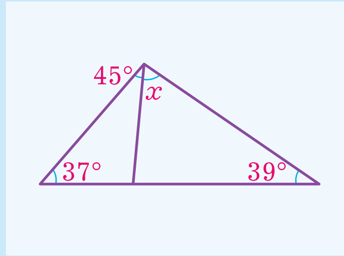
ŞƏKİL 16, b



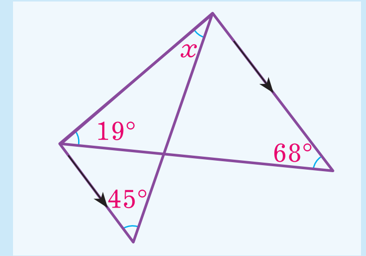
ŞƏKİL 16, c



ŞƏKİL 16, d



ŞƏKİL 16, e



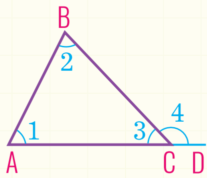
ŞƏKİL 16, f

9. Cədvəldə verilənlərə görə ΔABC-nin bucaqlarını tapın:

$\angle A$	30°	54°	x	b	$5m$
$\angle B$	n	a	x + 72°	b + 15°	$2m$
$\angle C$	n + 20°	a – 40°	$2x$	$3b$	40°

III. ÜÇBUCAĞIN XARİCİ BUCAĞININ XASSƏSİ

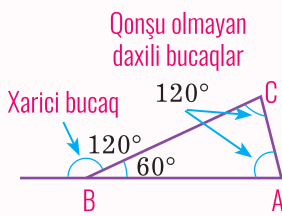
Üçbucağın xarici bucağı aşağıdakı xassəyə malikdir.



ŞƏKİL 17

TEOREM: Üçbucağın xarici bucağı ona qonşu olmayan iki daxili bucağının cəminə bərabərdir.
ABC üçbucağında $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$ (şəkil 17).





ŞƏKİL 18

MƏSƏLƏ: $\angle ABC$-nin B təpəsindəki xarici bucağı 120° və ona qonşu olmayan daxili bucaqlardan biri 35° olarsa, onun digər daxili bucaqlarını tapın.

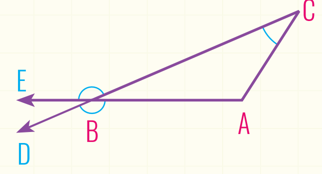
HƏLLİ: $\angle ABC$-nin B təpəsindəki xarici bucağı 120° olarsa, həmin təpədəki daxili bucaq 60°-dir. Çünki eyni təpədəki daxili və xarici bucaqlar qonşu bucaqlardır və onların cəmi 180°-dir. Həmçinin teoremə görə A və C bucaqlarının cəmi 120°-dir, onda $\angle A = 120° - \angle C = 120° - 35° = 85°$.

Cavab: 60°, 85°

ÇALIŞMALAR

1. ABC üçbucağı çəkin. Onun hər təpədəki xarici bucağını təsvir edin. Hər xarici bucağın hansı daxili bucaqların cəminə bərabər olduğunu göstərin.

2. Şəkil 19-da ΔABC təsvir olunmuşdur. Gülnar B təpəsindəki xarici bucağın $\angle ABD$ olduğunu, Əli bu bucağın $\angle CBE$ olduğunu, Yusif isə $\angle DBE$-nin xarici bucaq olduğunu söyləyir. Sizcə, onlardan hansı B təpəsindəki xarici bucağı doğru təsvir edir? $\angle ABD$ və $\angle CBE$ haqqında nə deyə bilərsiniz?



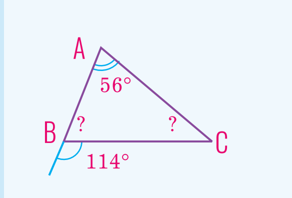
ŞƏKİL 19

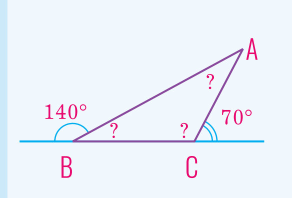
3. MNK üçbucağının M təpəsindəki daxili bucağı:

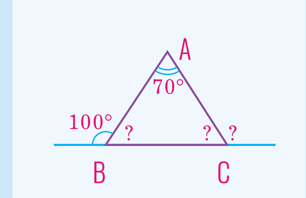
a) $87°$; b) $52°$; c) $164°$ olarsa,

həmin təpədəki xarici bucaq neçə dərəcə olar?

4. Şəkil 20-də verilmiş üçbucaqlara əsasən "?" işarəsi ilə verilmiş bucaqları müəyyən edin.







ŞƏKİL 20

5. Üçbucağın xarici bucağı $60°$-dir. Üçbucağın bu xarici bucağı və onunla qonşu olmayan daxili bucaqlarından birinin dərəcə ölçülərinin nisbəti 5:3 kimidir. Üçbucağın bucaqlarını müəyyən edin.

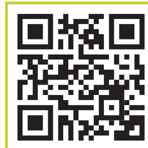
6. BCD bucağı ΔABC-nin xarici bucağıdır. Cədvəli tamamlayın.

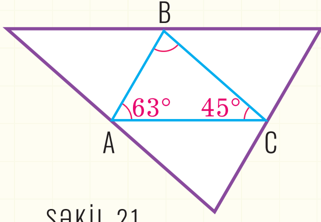
Bucaq	a)	b)	c)	d)
$\angle A$	$23°$		$78°$	$12{,}5°$
$\angle B$	$65°$	$72°$		
$\angle C$		$52°$		$81{,}3°$
$\angle BCD$			$145°$	

7. Bərabəryanlı üçbucağın xarici bucaqlarından biri:

a) $60°$; b) $167°$ olarsa, onun daxili bucaqlarını tapın.

Özünüzü yoxlayın



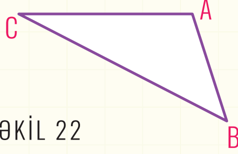


ŞƏKİL 21

8. ABC üçbucağında (şəkil 21) $\angle A = 63°$, $\angle C = 45°$ olduğu məlumdur. ABC üçbucağının hər təpəsindən qarşı tərəfə paralel düz xətlər keçirilmişdir. Bu düz xətlərin əmələ gətirdiyi üçbucağın daxili və xarici bucaqlarını müəyyən edin.

9. Səbinə üçbucağın daxili bucaqlarının cəminin onun bütün xarici bucaqlarının (bir təpədə iki xarici bucaq götürülür) cəmindən 4 dəfə kiçik olduğunu söyləyir. O, haqlıdırmı?

IV. ÜÇBUCAĞIN TƏRƏFLƏRİ VƏ BUCAQLARI ARASINDAKI MÜNASİBƏTLƏR



ŞƏKİL 22

ABC üçbucağında (şəkil 22) $\angle A$-nın qarşısındakı tərəf hansıdır? $\angle B$ və $\angle C$-nin qarşısındakı tərəfin adını qeyd edin.

Üçbucağın təpəsi qarşısında duran tərəf və ya tərəfləri qarşısında duran təpələr dedikdə nə başa düşülür?

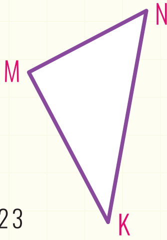
PRAKTİK İŞ: Müxtəliftərəfli ABC üçbucağı çəkin.

a) Bu üçbucağın bucaqlarını transportirlə ölçün.
b) Bucaqları dərəcə ölçülərinə görə artma sırası ilə yazın.
c) AB, AC və BC tərəflərinin uzunluğunu xətkeşlə ölçün.
d) Tərəflərin uzunluğunu artan sırada yazın.
e) Bucaqların dərəcə ölçüləri ilə tərəflərin uzunluğu arasında hansı əlaqəni müəyyən etdiniz? Fikirlərinizi söyləyin.

Üçbucağın tərəfləri və bucaqları arasında aşağıdakı münasibət doğrudur.

TEOREM: Üçbucaqda:
1) böyük tərəf qarşısında böyük bucaq durur;
2) böyük bucaq qarşısında böyük tərəf durur.



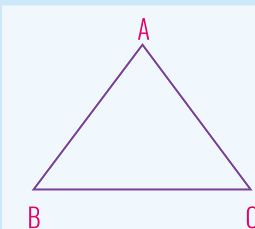


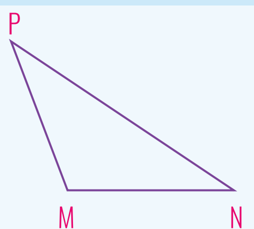
ŞƏKİL 23

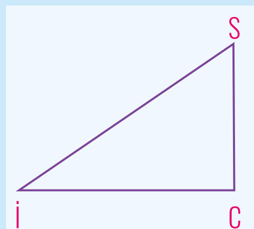
ΔMNK-da (şəkil 23):
$\angle M > \angle N > \angle K$ olarsa, $NK > MK > MN$ olar .

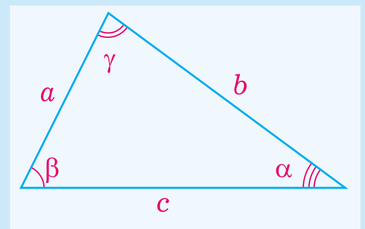
ÇALIŞMALAR

1. Şəkil 24-də verilmiş üçbucaqlarda hər tərəfin qarşısında duran bucağı və hər bucağın qarşısında duran tərəfi göstərin.









ŞƏKİL 24

2. **a)** AB > AC > BC olarsa, ABC üçbucağında;
b) MN = MK < NK olarsa, MNK üçbucağında;
c) CD = DE = CE olarsa, CDE üçbucağında;
d) bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqda bucaqlar və tərəflər arasındakı münasibətləri deyin, onların növünü müəyyən edin.

3. **a)** $\angle M < \angle K < \angle N$ olarsa, MNK üçbucağının tərəflərini müqayisə edin.
b) ABC üçbucağında AB = 9 sm, AC = 14 sm, BC = 8 sm olarsa, onun bucaqlarını artan sıra ilə düzün.

4. Düzbucaqlı üçbucaqda ən böyük tərəf hansıdır? İti bucaqlarından biri $34°$ olarsa, bu üçbucağın ən kiçik tərəfini müəyyən edin.

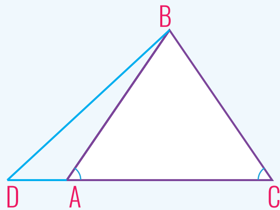
5. Dilarə və Fərid A bucağı $70°$ olan bərabəryanlı ABC üçbucağını çəkdilər. Dilarə bu üçbucaqda BC tərəfinin AB və AC tərəflərinin hər ikisindən böyük olduğunu söyləyir, Fərid AB və BC tərəflərinin hər ikisinin eyni uzunluqda olub AC tərəfindən böyük olduğunu deyir. Onlardan hansı haqlıdır? Cavabınızı əsaslandırın.

6. Bərabəryanlı ABC üçbucağının oturacağına paralel olan düz xətt AB tərəfini M, AC tərəfini isə N nöqtəsində kəsir. MAN üçbucağının növünü müəyyən edin.

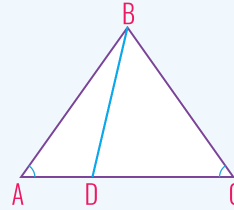
7. İsbat edin ki, BD tərəfi (şəkil 25) ABC bərabəryanlı üçbucağının yan tərəfindən:
a) böyükdür (şəkil 25, a);
b) kiçikdir (şəkil 25, b). Cavabınızı əsaslandırın.

Özünüzü yoxlayın





ŞƏKİL 25, a



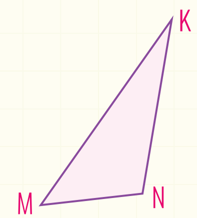
ŞƏKİL 25, b

V. ÜÇBUCAQ BƏRABƏRSİZLİYİ

Üçbucağın tərəflərinin uzunluqları arasında aşağıdakı münasibət vardır.

TEOREM: Üçbucağın hər bir tərəfinin uzunluğu digər iki tərəfinin uzunluqları cəmindən kiçikdir.
MN < MK + NK, **MK** < MN + NK, **NK** < MK + MN (şəkil 26).





ŞƏKİL 26

Üçbucağın tərəflərinin bu xassəsi **"Üçbucaq bərabərsizliyi"** adlanır.

MƏSƏLƏ: Tərəflərinin uzunluğu:

a) 6 sm, 12 sm, 5 sm;
b) 3,5 dm, 5,4 dm, 70 sm;
c) 3 m, 8 m, 5 m olan üçbucaq qurmaq olarmı?

HƏLLİ: Hər üç halda üçbucaq bərabərsizliyinin ödənib-ödənmədiyini yoxlayaq: bu parçaların üçbucaq əmələ gətirməsi üçün istənilən ikisinin cəmi üçüncüdən böyük olmalıdır:

a) $6 + 5 < 12$, birinci halda iki kiçik tərəfinin cəmi üçüncüdən kiçik olduğuna görə bu parçalar hər hansı üçbucağın tərəfləri ola bilməz.

b) $3{,}5 + 5{,}4 > 7$ olduğu üçün bu parçalar üçbucağın tərəfləri ola bilər.

c) $3 + 5 = 8$ olduğu üçün bu parçalar üçbucağın tərəfləri ola bilməz.

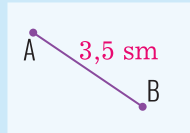
DİQQƏT:
Üçbucaq bərabərsizliyinin ödəndiyini yoxlamaq üçün iki kiçik tərəfin cəminin ən böyük üçüncü tərəfdən böyük olduğunu yoxlamaq kifayətdir.

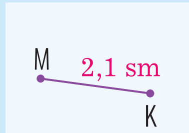
Yadda saxlayın:
Üçbucağın hər bir tərəfinin uzunluğu digər iki tərəfinin uzunluqları fərqindən böyükdür.

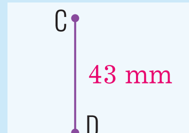

Məsələni üçbucağın tərəflərinin uzunluqları fərqindən istifadə etməklə necə həll edərsiniz?

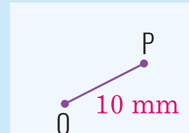
ÇALIŞMALAR

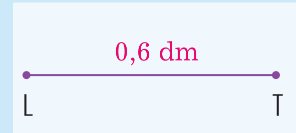
1. Verilmiş parçalardan (şəkil 27) hansı üçündən istifadə etməklə üçbucaq qurmaq olar?







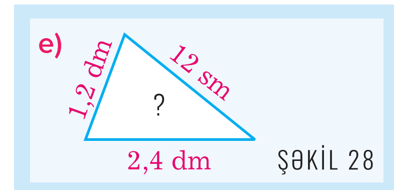




ŞƏKİL 27

2. Tərəflərinin uzunluqları verilmiş ədədlər olan üçbucaq mövcuddurmu?

a) 11 sm, 13 sm, 10 sm;
b) 2,4 mm, 4,9 mm, 2,1 mm;
c) 19 sm, 4 dm, 25 sm;
d) 0,8 dm, 8 sm, 20 mm.

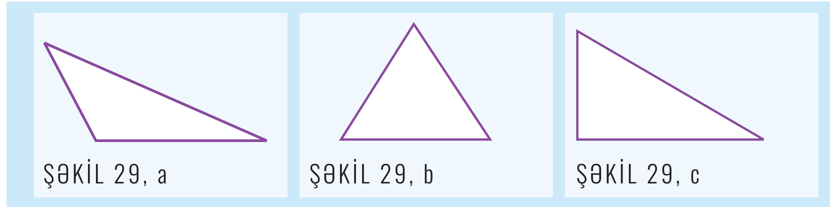


ŞƏKİL 28

3. Cədvəldə üçüncü tərəfin uzunluğunu göstərən xanaya elə ədəd yazın ki, ABC üçbucağını qurmaq
a) mümkün olsun; b) mümkün olmasın.

AB	56 mm		$1\frac{3}{4}$ sm	400 sm
AC	38 mm	1,5 dm		5,9 m
BC		15 sm	$6\frac{3}{4}$ sm	

4. Şəkil 29-da verilmiş üçbucaqların tərəflərinin uzunluğunu ölçün. Bu üçbucaqların istənilən iki tərəfinin uzunluqları fərqini üçüncü tərəfin uzunluğu ilə müqayisə edin. Hansı nəticəni aldınız? Bu nəticəni bərabərsizlik şəklində ifadə edin.



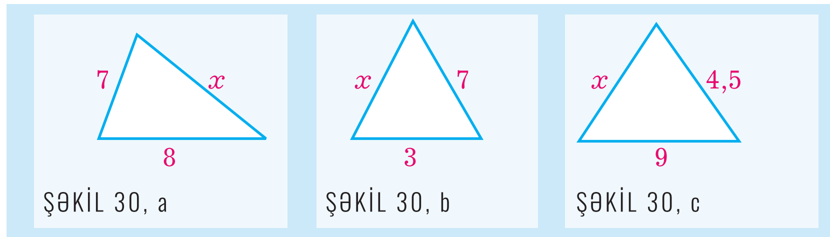
ŞƏKİL 29, a ŞƏKİL 29, b ŞƏKİL 29, c

5. Tərəflərinin uzunluqları 180 sm-in aşağıda verilmiş hissələrinə bərabər olan üçbucaqlar qurmaq mümkündürmü?

a) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$;   **b)** $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}$;   **c)** $\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{4}{9}$.

6. a) Bərabəryanlı üçbucağın iki tərəfi:
1) 8 sm və 16 sm;   **2)** 5 dm və 22 sm;
3) 70 mm və 3 sm 1 mm olarsa, onun perimetrini tapın.

b) Şəkil 30-da verilən bərabəryanlı üçbucaqlarda x-i təyin edin:



ŞƏKİL 30, a ŞƏKİL 30, b ŞƏKİL 30, c

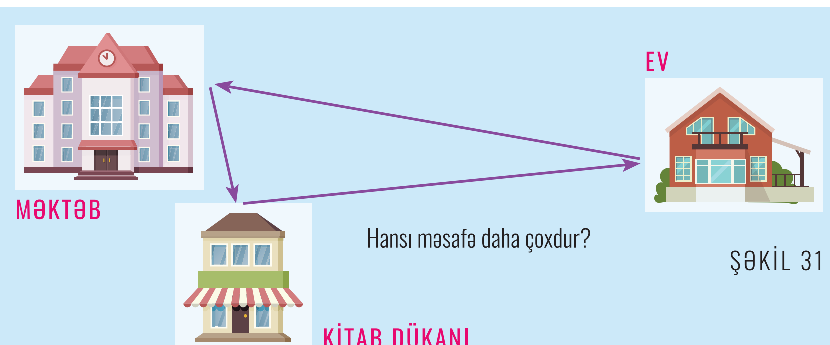
7. Üçbucağın perimetri 45 sm-dir. Onun tərəflərindən birinin uzunluğu 2 dm 8 sm ola bilərmi? Nə üçün? Cavabınızı əsaslandırın.

8. a, b və c üçbucağın tərəfləridir. $a = 3{,}17$ sm, $b = 0{,}75$ sm və c natural ədəddir. Üçbucağın perimetrini müəyyən edin.

9. Şagird səhər evdən məktəbə getdi, dərslər bitdikdən sonra isə məktəbdən kitab dükanına, oradan da evə qayıtdı (şəkil 31). Hansı məsafə daha çox oldu: ev – məktəb, yoxsa məktəb – dükan – ev? Nə üçün? Burada hansı təklif ödəndi?



Sizcə, üçbucaq bərabərsizliyinin tətbiq edilməsinin məqsədi nədir?



ŞƏKİL 31



İPUCU:
İkiqat bərabərsizliklərin sol tərəfindəki və sağ tərəfindəki ədədlərin cəminə baxın.

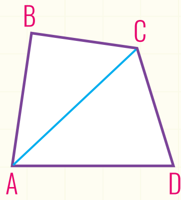
10. Toğanalı kəndindən Kəlbəcərə olan yolun bir hissəsində Murovdağın altı ilə tunel çəkilməsi planlaşdırılıb. Tunelin bir tərəfindən dağın zirvəsinə olan yoxuşun uzunluğu 15,2 km, digər tərəfə enişin uzunluğu isə 16,3 km-dir.

a) Tunelin uzunluğu ən çox neçə kilometr ola bilər (tam ədədlə)?

b) Tunelin uzunluğu 11,6 km olarsa, tunellə hərəkət zamanı yolun uzunluğu nə qədər qısalmış olar?

11. AB = 7,2 sm, AC = 18,2 sm, DB = 4,5 sm və DC = 6,5 sm olduğu məlumdur. A, B, C və D nöqtələrinin bir düz xətt üzərində yerləşdiyini söyləmək olarmı?

12. Üçbucağın a və b tərəflərinin uzunluğu $8 < a < 12$, $10 < b < 15$ şərtini ödəyir. Bu üçbucağın üçüncü tərəfinin uzunluğu hansı ən yaxın iki tam ədəd arasında yerləşər?



ŞƏKİL 32

13. Şəkil 32-də ABCD dördbucaqlısı verilmişdir. AC parçasının uzunluğunun ABCD dördbucaqlısının perimetrinin yarısından kiçik olduğunu əsaslandırın.

14. Üçbucağın a, b və c tərəfləri:

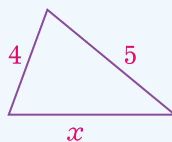
$3,1 < a < 7,4$; $8,2 < b < 13$, $11 < c < 17,5$

şərtlərini ödəyir. Bu üçbucağın perimetri ən çox hansı natural ədəd ola bilər? Fikrinizi izah edin.

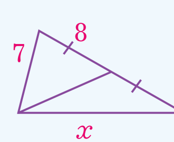
15. Şəkil 33-də verilən üçbucaqlara görə x natural ədədi hansı aralıqlarda yerləşər?

Özünüzü yoxlayın

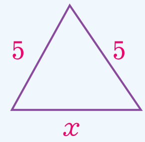




ŞƏKİL 33, a



ŞƏKİL 33, b



ŞƏKİL 33, c

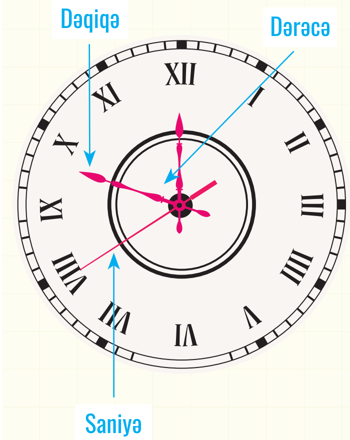
BUCAQ: DƏRƏCƏ, DƏQİQƏ, SANİYƏ

Bucağın qiyməti dərəcə (°), dəqiqə (′) və saniyə (″) ilə ölçülür:

$1° = 60′,\quad 1′ = 60″,\qquad 1′ = \frac{1°}{60};\qquad 1″ = \frac{1′}{60} = \frac{1°}{3600}.$

Məsələn: 12°39′ (on iki dərəcə otuz doqquz dəqiqə);
72°15′43″ (72 dərəcə 15 dəqiqə 43 saniyə);
45,6° (45 tam onda 6 dərəcə).

Bucağın bir vahidindən digərinə, yəni dərəcədən dəqiqə və saniyəyə və əksinə keçmək mümkündür.



MİSAL 1: $42{,}5° = 42° + 0{,}5° = 42° + 0{,}5 \cdot 60′ =$
$= 42° + 30′ = 42°30′$

MİSAL 2: $27°15′56″ = 27° + 15′ + 56″ = 27° + 15 \cdot \frac{1°}{60} + 56 \cdot \frac{1°}{3600} \approx$
$\approx 27° + 0{,}25° + 0{,}02° = 27{,}27°.$

ÇALIŞMALAR

1. **a)** 12°15′-ni, 4,7°-ni, 34°42″-ni dəqiqə ilə ifadə edin.
b) 6°22′-ni, 59°-ni, 39′-ni saniyə ilə ifadə edin.
c) 200′-ni, 630′-ni dərəcə ilə ifadə edin.

2. **a)** Bucağın onluq kəsrlə verilmiş dərəcə qiymətlərini dərəcə, dəqiqə və saniyə ilə ifadə edin:
1) 73,4°; **2)** 66,2°; **3)** 125,1°;
4) 41,93°; **5)** 12,5°.

b) Bucağın dərəcə, dəqiqə və saniyə ilə verilmiş qiymətlərini dərəcə ilə təqribi ifadə edin:
1) 12°36′; **2)** 44°16′25″; **3)** 54°30″;
4) 135°56′10″; **5)** 49°49″.

3. Əməlləri yerinə yetirin:
a) 17°15′ + 16°40′; **b)** 79°25′ – 56°57″;
c) 162°13′25″ + 32°19′51″; **d)** 42° – 25°10″;
e) 75°17′ – 11°53″; **f)** 98°15″ – 53°45′;
g) 46°45′ · 3; **h)** 78,5° – 16°7′ + 23,6°;
k) 49°14″ : 7; **m)** 125,40° : 5.

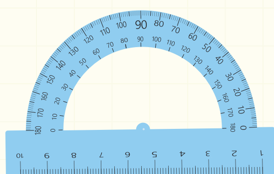
Yadda saxlayın:
Bucağın dərəcə qiymətlərini toplamaq, çıxmaq, ədədə vurmaq və ya bölmək olar.

NÜMUNƏ:
1) 7°15′ + 16°30′ = 23°45′;
2) 175°13′ – 101°43″ = = 175°12′60″ – 101°0′43″ = = 74°12′17″;
3) 23°36′ · 2 = 46°72′ = = 47°12′;
4) 72°24′36″ : 3 = 24°8′12″.

BÖLMƏ 5

3 Üçbucağın elementləri: tənbölən, median, hündürlük

Yada salın: Bucağın tərifini, adlandırılmasını, işarəsini, növlərini və s.

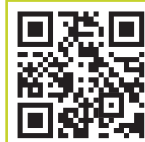


Bucağı hansı alətlə ölçürlər?

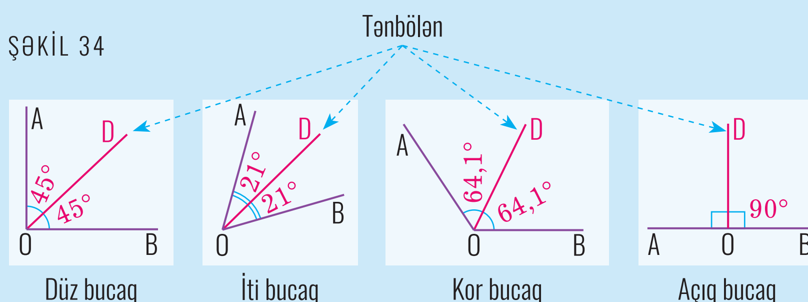
I. BUCAĞIN TƏNBÖLƏNİNİN QURULMASI

Bucağın tənböləni – bu bucağın təpə nöqtəsindən çıxıb onu iki konqruyent bucağa bölən şüadır (şəkil 34).

Aşağıda verilmiş bucaqların tənböləni OD şüasıdır. Hər bucaq üçün: $\angle AOD \cong \angle BOD$.



ŞƏKİL 34

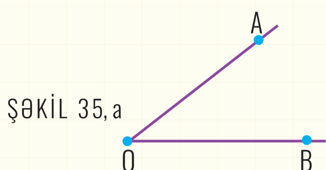


Şəkil 34-də OD-nin tənbölən olduğunu göstərmək üçün alınan bucaqlar eyni sayda qövs işarəsi ilə göstərilib.

Bucağın tənbölənini pərgar və xətkeş vasitəsilə qurmaq mümkündür. Pərgar və xətkeşlə bucağın tənbölənini qurmaq üçün aşağıdakı alqoritmi icra edək:

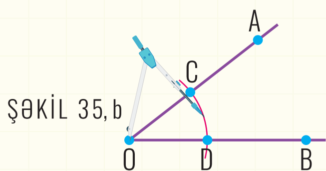
1) İxtiyari AOB bucağı çəkin (şəkil 35, a).

ŞƏKİL 35, a



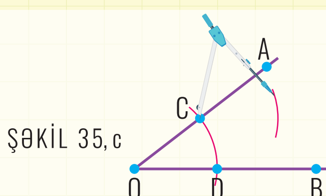
2) Pərgarın iti ucunu O nöqtəsinə yerləşdirərək bucağın tərəflərini kəsən qövs çəkin (şəkil 35, b). Qövsün tərəflərlə kəsişmə nöqtələrini C və D ilə işarə edin.

ŞƏKİL 35, b



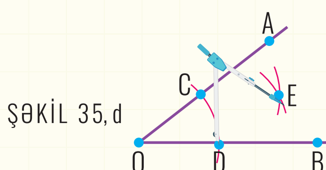
3) Pərgarın iti ucunu C nöqtəsində yerləşdirin və bucağın daxilində hər hansı radiuslu qövs çəkin (şəkil 35, c).

ŞƏKİL 35, c



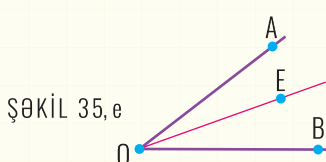
4) Pərgarın ucları arasındakı məsafəni dəyişmədən iti ucunu D nöqtəsində yerləşdirin və bucağın daxilində ikinci qövs çəkin. Daxildə çəkilmiş qövslərin kəsişmə nöqtəsini E hərfi ilə işarə edin (şəkil 35, d).

ŞƏKİL 35, d



5) O və E nöqtələrini xətkeş vasitəsilə birləşdirin. Alınan OE şüası AOB bucağının tənbölənidir (şəkil 35, e).

ŞƏKİL 35, e



ÇALIŞMALAR

1. $40°$, $70°$, $90°$, $110°$, $150°$-li bucaqların tənbölənlərini pərgar və xətkeşin köməyi ilə qurun. Qurmanı necə yerinə yetirdiyinizi izah edin. Tənbölənin əmələ gətirdiyi bucaqları transportir vasitəsilə ölçün. Qurmanın dəqiq aparıldığını araşdırın.

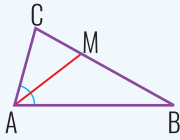
2. $46°$, $65°$, $98°$, $163°$-li bucaqların tənbölənlərini pərgar və xətkeşin köməyi ilə qurun. Qurmanın nəticəsini araşdırın.

II. ÜÇBUCAĞIN TƏNBÖLƏNİ

Üçbucağın tənböləni – bu üçbucağın hər bucağının tənböləninin qarşı tərəfə qədər olan hissəsidir (şəkil 36, a, b, c).

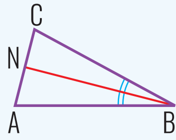


A bucağının tənböləni: AM



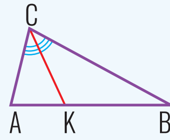
ŞƏKİL 35, a

B bucağının tənböləni: BN

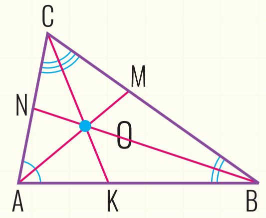


ŞƏKİL 35, b

C bucağının tənböləni: CK



ŞƏKİL 35, c



ŞƏKİL 36

Üçbucağın üç tənböləni var (AM, BN, CK) və onlar bir nöqtədə kəsişirlər (şəkil 36). O nöqtəsi tənbölənlərin kəsişmə nöqtəsidir.



Üçbucağın bucaqlarının və tənbölənlərinin sayı arasında nə kimi əlaqə var?

MİSAL: ABC üçbucağında AM, BN və CK tənbölənlərdir. $\angle BAM = 35°$, $\angle ABN = 42°$ olarsa, ABC üçbucağının bucaqlarını tapın.

HƏLLİ: Tənbölənin xassəsinə görə:
$\angle BAM \cong \angle CAM = 35°$, $\angle ABN \cong \angle CBN = 42°$, olduğundan
$\angle BAC = 2 \cdot 35° = 70°$ və $\angle ABC = 2 \cdot 42° = 84°$ olar.
Üçbucaqların daxili bucaqlarının cəmi $180°$ olduğuna görə:
$\angle ACB = 180° - (70° + 84°) = 26°$ olar.

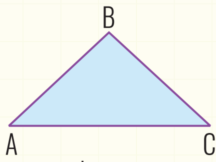
Cavab: $84°$, $70°$, $26°$

Yadda saxlayın:
Verilmiş AM, BN və CK parçalarının tənbölən olduğuna əmin olmaq üçün
$\angle BAM \cong \angle CAM$,
$\angle ABN \cong \angle CBN$,
$\angle BCK \cong \angle ACK$
olduğunu göstərmək olar.

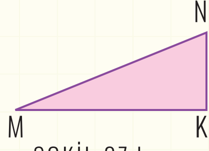
ÇALIŞMALAR

1. MNK iti bucağı və onun ND tənböləni verilmişdir. $\angle MND = 45{,}8°$ olarsa, MNK və DNK bucaqlarının dərəcə ölçülərini müəyyən edin.

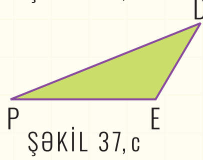
2. ABC üçbucağının BE tənböləni çəkilmişdir. $\angle B = 96°$. ABE və CBE bucaqlarının neçə dərəcə olduğunu tapın.



ŞƏKİL 37, a



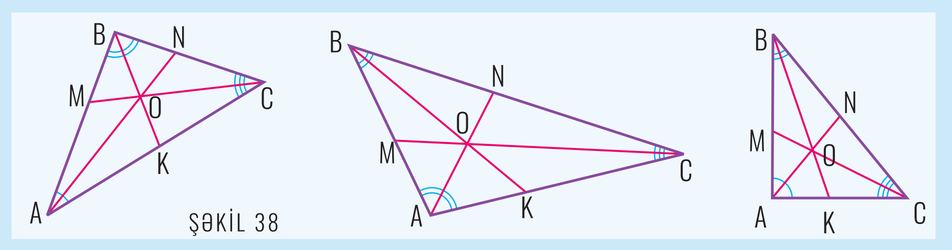
ŞƏKİL 37, b



ŞƏKİL 37, c

3. Pərgar və xətkeş vasitəsilə itibucaqlı ABC, düzbucaqlı MNK və korbucaqlı PDE üçbucaqlılarının (şəkil 37) bucaqlarının tənbölənini qurun. Tənbölənlərin kəsişmə nöqtəsinin harada yerləşdiyini müəyyən edin.

4. Şəkil 38-ə əsasən ABK, BCM, BAN bucaqlarını transportir vasitəsilə ölçün. Onlara bərabər bucaqları göstərin. Tənbölənlərin adını yazın.

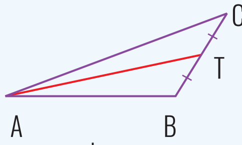


ŞƏKİL 38

III. ÜÇBUCAĞIN MEDİANI

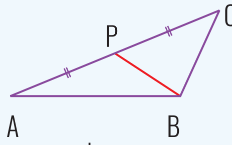
Üçbucağın medianı – bu üçbucağın hər hansı təpə nöqtəsi ilə bu təpənin qarşısındakı tərəfin ortasını birləşdirən parçadır. (şəkil 39, 40, 41).

A təpəsi ilə BC tərəfinin ortasını birləşdirən parça: AT medianı.



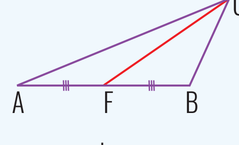
ŞƏKİL 39

B təpəsi ilə AC tərəfinin ortasını birləşdirən parça: BP medianı.

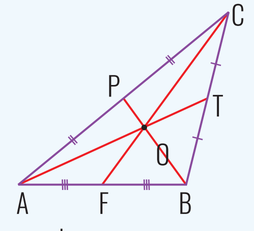


ŞƏKİL 40

C təpəsi ilə AB tərəfinin ortasını birləşdirən parça: CF medianı.



ŞƏKİL 41



ŞƏKİL 42

Verilmiş parçanın üçbucağın medianı olduğunu təsvir etdikdə tərəfin üzərində ayrılmış bərabər parçaların üzərində eyni sayda xətlər qoyulur (şəkil 39, 40, 41).

Üçbucağın üç medianı var: AT, BP, CF (şəkil 42) və onlar üçbucağın daxilində bir nöqtədə (O nöqtəsi) kəsişir.

Yadda saxlayın: Verilmiş AT, BP və CF parçalarının median olduğuna əmin olmaq üçün $BT \cong CT$, $AP \cong CP$, $AF \cong BF$ olduğunu göstərmək olar.

MİSAL: ABC üçbucağında (şəkil 42) AT, BP, CF medianlardır. AP=4,3 sm, AF=2,1 sm və CT = 5,6 sm olarsa, ABC üçbucağının perimetrini tapın.

HƏLLİ: AT, BP, CF medianlar olduğuna görə:

$AC = 2 \cdot AP = 2 \cdot 4{,}3 = 8{,}6$ sm, $AB = 2 \cdot AF = 2 \cdot 2{,}1 = 4{,}2$ sm,

$BC = 2 \cdot CT = 2 \cdot 5{,}6 = 11{,}2$ sm olar.

Onda $P_{\Delta ABC} = 8{,}6 + 4{,}2 + 11{,}2 = 24$ sm.

Cavab: 24 sm.

ÇALIŞMALAR

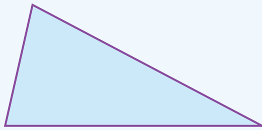
1. Hər hansı itibucaqlı, korbucaqlı, düzbucaqlı üçbucaq çəkin. Xətkeşdən istifadə etməklə hər üçbucağın medianlarını qurun.

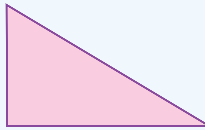
2. Hər hansı üçbucağın tərəflərinin orta nöqtəsini qurma yolu ilə (pərgardan istifadə etməklə) müəyyən edin. Medianları çəkin. Hansı halda medianlar daha dəqiq qurulmuş olar (1-ci tapşırığa görə)?

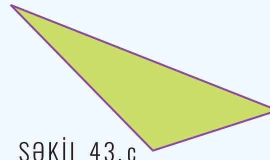
3. ABC üçbucağında AK, CM, BN medianlardır. $AN=3$ sm, $BK=2{,}5$ sm, $BM = 3{,}2$ sm olarsa, ABC üçbucağının perimetrini tapın.

4. MNK bərabəryanlı üçbucağının perimetri 56 dm-dir. MN oturacağının uzunluğu $18{,}4$ dm olarsa, yan tərəflərə çəkilən medianlar həmin tərəfləri neçə santimetrlik parçalara bölür?

5. **Fizika:** Şəkil 43 (a, b, c)-də verilmiş üçbucaqların medianlarını qurun və hər üçbucaq üçün ağırlıq mərkəzini müəyyən edin. Alınan üçbucaqları ağırlıq mərkəzindən iplə asın (şəkil 44). Nə müşahidə etdiniz?

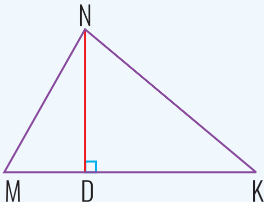

ŞƏKİL 43, a


ŞƏKİL 43, b

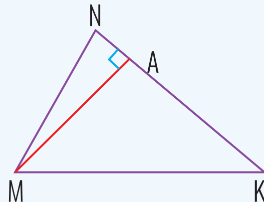

ŞƏKİL 43, c

IV. ÜÇBUCAĞIN HÜNDÜRLÜLÜYÜ

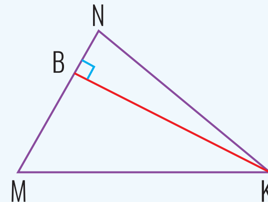
Üçbucağın hündürlüyü – bu üçbucağın təpə nöqtəsindən qarşı tərəfi öz üzərində saxlayan düz xəttə çəkilmiş perpendikulyar parçadır. (şəkil 45, 46, 47).



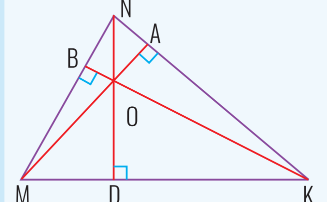
ŞƏKİL 45



ŞƏKİL 46



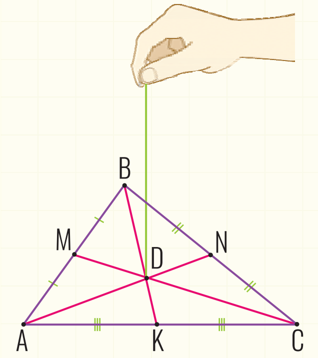
ŞƏKİL 47



ŞƏKİL 48

Üçbucağın üç hündürlüyü var və onlar (və ya uzantıları) bir nöqtədə kəsişir (şəkil 48). Verilmiş MA, KB və ND parçalarının hündürlük olduğuna əmin olmaq üçün $MA \perp NK$, $ND \perp MK$ və $KB \perp MN$ olduğunu göstərmək olar. Tənbölən və medianlardan fərqli olaraq üçbucağın hündürlüklərinin və ya uzantılarının kəsişmə nöqtəsi bu üçbucağın daxilində, üzərində və ya xaricində yerləşir.

Yadda saxlayın:
Cismin ağırlıq mərkəzi – cismin bütün kütləsinin cəmləşdiyi nöqtəsidir. Üçbucaq şəkilli cismin ağırlıq mərkəzi onun medianlarının kəsişmə nöqtəsinə düşür.



ŞƏKİL 44



AŞAĞIDAKI ALQORİTMİ YERİNƏ YETİRMƏKLƏ HÜNDÜRLÜKLƏRİ QURAQ:

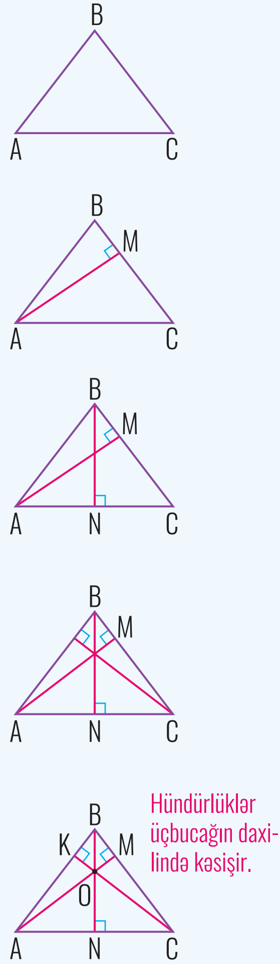
1. ABC üçbucağını çəkin.

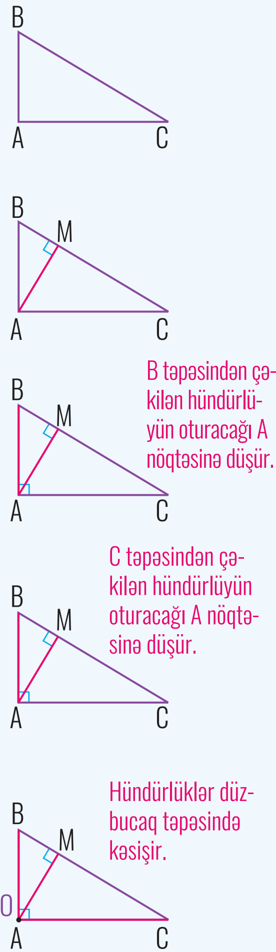
2. Günyə vasitəsilə A təpəsindən BC tərəfinə perpendikulyar çəkin;

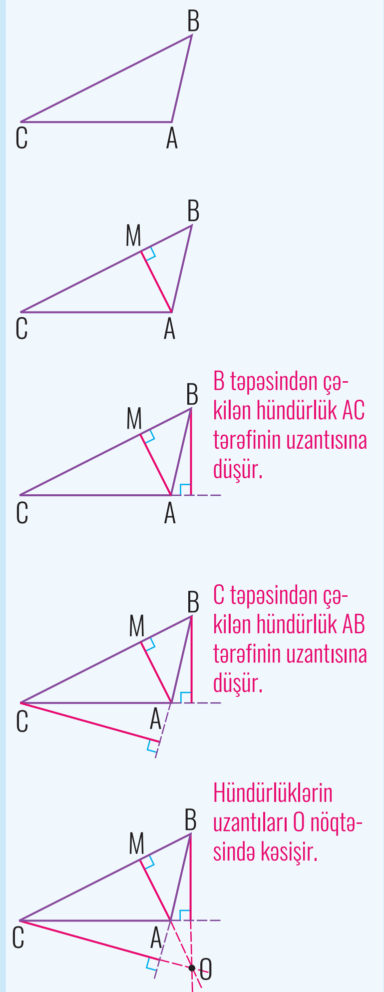
3. Günyə vasitəsilə B təpəsindən AC tərəfinə perpendikulyar çəkin;

4. Günyə vasitəsilə C təpəsindən AB tərəfinə perpendikulyar çəkin;

5. Hündürlüklərin hansı nöqtədə kəsişdiyini müəyyən edin.



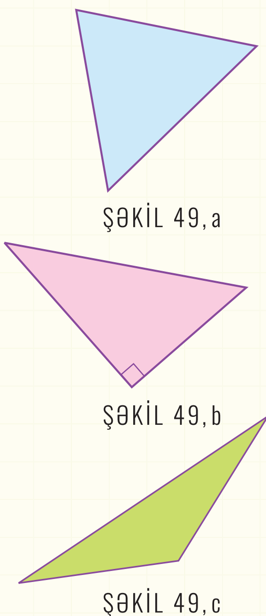




Nəticə 1: İtibucaqlı üçbucağın hündürlüklərinin kəsişmə nöqtəsi üçbucağın daxilində yerləşir.

Nəticə 2: Düzbucaqlı üçbucaqda hündürlüklərin kəsişmə nöqtəsi üçbucağın düz bucağının təpə nöqtəsidir. Düzbucaqlı üçbucağın katetləri həm də onun hündürlükləridir.

Nəticə 3: Korbucaqlı üçbucaqda hündürlüklərin kəsişmə nöqtəsi üçbucağın xaricində yerləşir.


ŞƏKİL 49, a

ŞƏKİL 49, b

ŞƏKİL 49, c

ÇALIŞMALAR

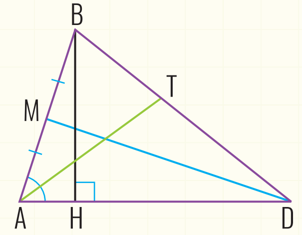
1. Verilmiş üçbucaqları adlandırın və hündürlüklərini çəkin (şəkil 49). Üçbucağın hansı növ bucağının təpəsindən çəkilmiş hündürlüyünün üçbucağın daxilində və ya xaricində yerləşdiyini söyləyin.

2. ABD üçbucağında AT tənböləni, BH hündürlüyü və DM medianı çəkilmişdir. Cümlələri tamamlayın:

a) AT tənböləndirsə, $\angle BAT \cong$ ... **b)** DM mediandırsa, BM ...

c) BH hündürlükdürsə, ... perpendikulyardır.

Hər bənddə alınan təklifdə şərtlə hökmün yerini dəyişin. Alınan təkliflərin doğru olub-olmadığını müəyyən edin.



ŞƏKİL 50

3. Şəkil 50-ə əsasən:

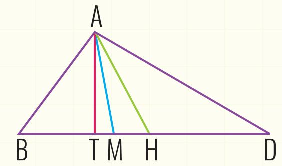
a) $\angle BAT = 24°$ olarsa, $\angle BAD$-ni; **b)** $BM = 16{,}7$ sm olarsa, AB-ni;

c) $BH \perp AD$ olarsa, $\angle BHD$-ni tapın.

4. İtibucaqlı üçbucaq çəkin. Onun hər hansı bir təpəsindən:

a) median; **b)** tənbölən; **c)** hündürlük çəkin.

Alınmış hündürlük, tənbölən və medianın uzunluqlarını müqayisə edin.



ŞƏKİL 51

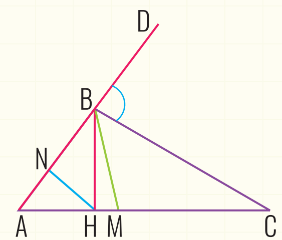
5. Korbucaqlı üçbucağın kor bucaq təpəsindən çəkilən medianı, tənböləni və hündürlüyü şəkildəki kimi təsvir edilib (şəkil 51). AM median, AH hündürlük, AT tənbölən olduğu qeyd edilib. Sizcə, bu fikir doğrudurmu? Əgər səhvdirsə, doğru cavabı şəkildə təsvir edin.

6. **a)** Düzbucaqlı ABC üçbucağı çəkin. Onun düz bucaq təpəsindən çıxan medianını, hündürlüyünü və tənbölənini qurun.

b) ABC üçbucağının BK hündürlüyü verilib. $\angle B = 90°$. Alınmış ABK və CBK üçbucaqlarının növünü müəyyən edin.

7. Bucaqlarından biri $120°$ olan üçbucaq çəkin. Onun iti bucaqlarının təpəsindən çəkilən hündürlüyünü təsvir edin.

8. ABC üçbucağında A düz bucaq təpəsindən AN tənböləni və AH hündürlüyü çəkilmişdir. NAC və AHC bucaqlarının cəmini tapın.



ŞƏKİL 52

9. ABC üçbucağında $\angle DBC = 78°$-dir. BH hündürlük və BM tənböləndir (şəkil 52). AHB bucağının tənböləni HN olarsa, CBM və BHN bucaqlarının fərqini tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. N bucağı $130°$ olan MNK korbucaqlı üçbucağı verilib. Aşağıdakı hansı təkliflərin doğru olduğunu izah edin:

a) N təpəsindən MK tərəfinə çəkilən hündürlük üçbucağın daxilində yerləşir;
b) M təpəsindən NK tərəfinə çəkilən hündürlük üçbucağın daxilində yerləşir;
c) K təpəsindən MN tərəfinə çəkilən hündürlük üçbucağın xaricində yerləşir;
d) MNK üçbucağının hündürlükləri üçbucağın xaricində kəsişir.

2. a) Üçbucağın hündürlüyü çıxdığı təpədəki bucağı $30°$ və $42°$-li iki bucağa ayırır. Bu üçbucağın bucaqlarının dərəcə ölçüsünü müəyyən edin.
b) Bərabəryanlı üçbucağın bucaqlarından biri **1)** $68°$; **2)** $136°$; **3)** $100°$ olarsa, digər bucaqlarını tapın.

3. Üçbucağın bucaqlarından biri $60°$-dir. Digər iki bucağının tənbölənləri arasındakı iti bucaq neçə dərəcə olar?

4. ABC üçbucağının B və C bucaqlarının tənbölənləri arasındakı bucaq $118°$-dir. A bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.

5. ABC üçbucağında $\angle A = 70°$ və $\angle C = 60°$-dir. BD tənböləni ABC üçbucağını ABD və BCD kimi iki üçbucağa ayırır. Bu üçbucaqların bucaqlarını tapın.

6. ABC üçbucağında $\angle B = 110°$, $\angle C = 50°$ və AD hündürlükdür. İsbat edin ki, $\angle CAD = 2 \cdot \angle BAD$.

7. Yan tərəfi 20 sm olan bərabəryanlı üçbucağın oturacağının uzunluğu perimetrindən 5 dəfə kiçikdir. Üçbucağın oturacağı neçə millimetrdir?

8. Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfinin uzunluğu 14 dm-dir. Yan tərəflərin uzunluğu və oturacağın iki mislinin cəmi 70 dm olarsa, bu üçbucağın perimetrini hesablayın.

9. Bərabəryanlı üçbucağın oturacağının uzunluğu 3,2 sm olub, onun perimetrinin 25%-ni təşkil edir. Bu üçbucağın yan tərəfinin uzunluğunu müəyyən edin.

10. Bərabəryanlı üçbucağın oturacağının yan tərəfinə nisbəti 3:4, perimetri oturacağının 5 mislindən 78 sm kiçikdir. Bu üçbucağın perimetrini müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın

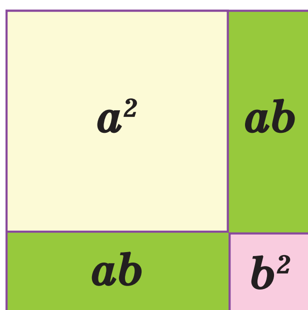


MÜXTƏSƏR VURMA DÜSTURLARI

BÖLMƏ 6

Bu bölmədə müxtəlif ifadələr üzərində çevrilmə aparmaq üçün istifadə olunan eynilikləri öyrənəcəksiniz. Bu eyniliklər “müxtəsər vurma düsturları” adlanır. Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə natural üstlü ifadəni çoxhədli şəklində göstərə biləcəksiniz və ya çoxhədlini vuruqlarına ayırmağı bacaracaqsınız.





$$= a^2 + b^2 + 2 \cdot ab$$

BÖLMƏ 6

1 İkihədlilərin kvadrata yüksəldilməsi

Ədədi kvadrata və ya kuba yüksəltdikdə həmin ədədin özünə iki dəfə və ya üç dəfə hasili tapılır. Bu qayda hərfi ifadələr üçün də ödənir.

İki eyni ikihədlinin hasilinin necə tapılmasını araşdıraq:

ARAŞDIRMA 1: $(a + b)$ ikihədlisinin özünə hasilini, yəni kvadratını çoxhədli şəklində yazaq:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b =$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Beləliklə, $\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ oldu.

ARAŞDIRMA 2: $(a - b)$ ikihədlisinin özünə hasilini, yəni kvadratını çoxhədli şəklində yazaq:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a \cdot a + a \cdot (-b) + (-b) \cdot a + (-b) \cdot (-b) =$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Beləliklə, $\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ oldu.

Apardığımız araşdırmalarda ikihədlinin kvadratı düsturları alındı:

$\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab}$ – iki ifadənin cəminin kvadratı bu ifadələrin kvadratları cəmi ilə onların hasilinin iki mislinin cəminə bərabərdir.

$\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab}$ – iki ifadənin fərqinin kvadratı bu ifadələrin kvadratları cəmi ilə onların hasilinin iki mislinin fərqinə bərabərdir.

Yadda saxlayın:
Bu düsturları tətbiq etməklə ikihədlinin kvadratı çoxhədli şəklində göstərilir.

MİSAL: Verilmiş ikihədlilərin kvadratını çoxhədli şəklində yazın:

1) $(5 + 3x)^2$; 2) $(0{,}2x - 1{,}5y)^2$

HƏLLİ: 1) $(5 + 3x)^2 = 5^2 + (3x)^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3x = 25 + 9x^2 + 30x.$

2) $(0{,}2x - 1{,}5y)^2 = (0{,}2x)^2 + (1{,}5y)^2 - 2 \cdot (0{,}2x) \cdot (1{,}5y) =$
$= 0{,}04x^2 + 2{,}25y^2 - 0{,}6xy.$

$a^2 + b^2 + 2ab$ və $a^2 + b^2 - 2ab$ üçhədliləri **tam kvadrat** adlanır.

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı ikihədlilərin kvadratını tapın:
a) $(x + 4)^2$; b) $(3 - a)^2$; c) $(1 - 2x)^2$; d) $(a + 5)^2$; e) $(b - 7)^2$.

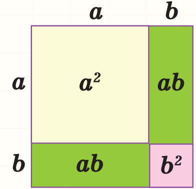
2. Verilmiş ikihədlilərin kvadratını düstur vasitəsilə açın:
a) $(5y - 3x)^2$; b) $(0{,}3a - 4x)^2$; c) $(10c + 0{,}1b)^2$;
d) $(7p - k)^2$; e) $(12 + 8k)^2$; f) $(\frac{1}{3}x - y)^2$;
g) $(0{,}6 + 2x)^2$; h) $(0{,}2m + 5nb)^2$; k) $(12a - 0{,}3c)^2$.

3. Nöqtələrin yerinə lazım gələn ifadələri yazın:

a) $(a - ...)^2 = ...^2 - 2 ... b + b^2$; b) $(m - ...)^2 = m^2 - 20m + ...2$;
c) $(5 + ...)^2 = ... + ... + a^2$; d) $71^2 = 4900 + ... + 1$.

4. a) Dilarə $(a - 3)^2$ ifadəsini, İlahə isə $(3 - a)^2$ ifadəsini çoxhədlilərə çevirdilər və hər ifadə üçün eyni nəticə aldılar. Nə üçün?

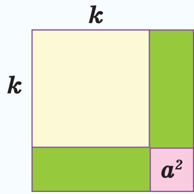
b) Verilmiş bərabərliklərin eynilik olduğunu araşdırın:
1) $(2k - 5)^2 = (5 - 2k)^2$; 2) $(11+ 3x)^2 = (-11 - 3x)^2$;
3) $(y - 2x)^2 = (-2x + y)^2$.



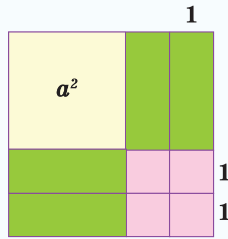
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

ŞƏKİL 1

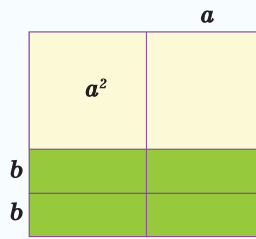
5. Şəkil 1-də verilmiş modelə əsasən aşağıdakı fiqurların sahələrini çoxhədli şəklində yazın:



ŞƏKİL 2, a



ŞƏKİL 2, b



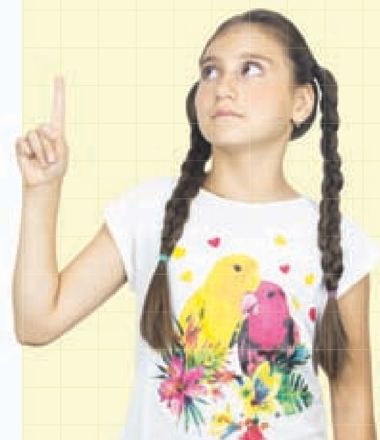
ŞƏKİL 2, c

DİQQƏT:
Düzbucaqlının sahəsi onu əmələ gətirən düzbucaqlıların və kvadratların sahələri cəminə bərabərdir.

6. Eldar və Zakir riyaziyyatdan keçdikləri mövzunu müzakirə edərkən Zakir dostuna dedi ki, o, istənilən ikirəqəmli və ya üçrəqəmli ədədin kvadratını asanlıqla şifahi hesablaya bilər. Eldar onu yoxlamaq məqsədilə 49^2-nı tapmağı təklif etdi. Zakir bir neçə saniyə ərzində cavabın 2401 olduğunu söylədi. Sizcə, Zakir hansı üsuldan istifadə etdi?
Həmin üsuldan istifadə edərək aşağıdakı ədədlərin kvadratını şifahi hesablamağa çalışın. Cavablarınızı yoxlayın.

a) $(100 + 1)^2$; b) $(100 - 1)^2$; c) 61^2; d) 199^2; e) 999^2; f) 703^2;
g) $9{,}9^2$; h) $10{,}2^2$; k) 305^2; m) 1001^2; n) 599^2; l) $9{,}98^2$.

NÜMUNƏ:
$49^2 = (50 - 1)^2 =$
$= 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 =$
$= 2500 - 100 + 1 = 2401$



7. a) $(x - y)^2$ ifadəsində x və y-in işarələrini elə dəyişin ki, alınan ifadə verilmiş $(x - y)^2$ ifadəsinə bərabər olsun.

b) $(x + y)^2$ ifadəsində x və y-in işarələrini elə dəyişin ki, alınan ifadə verilmiş $(x + y)^2$ ifadəsinə bərabər olsun.

8. a) İkihədlinin birinci həddi x^2, ikinci həddi isə 10-dur. Onların cəminin və fərqinin kvadratını çoxhədliyə çevirin.

b) İkihədlinin birinci həddi 7, ikinci həddi y^3 olarsa, onların cəminin və fərqinin kvadratını üçhədliyə çevirin.

c) $(a + b)^2$ ifadəsini $(a - b)^2$ ifadəsinə çevirmək üçün birinci ifadəyə hansı birhədlini əlavə etmək lazımdır?

9. Verilmiş ifadələri çoxhədli şəklində yazın:

a) $(x^2 - 3x)^2$;   b) $(c^2 - 0{,}7c^3)^2$;   c) $\left(1\frac{1}{2}a^5 + 8a^2\right)^2$;

d) $\left(\frac{1}{2}x^3 + 6x\right)^2$;   e) $(2y^3 - 0{,}5y^2)^2$;   f) $\left(\frac{3}{4}x^3 + \frac{2}{3}\right)^2$.

10. x-in hansı qiymətlərində:

a) $(x + 1)$ ifadəsinin kvadratı $(x - 3)$ ifadəsinin kvadratından 120 vahid böyükdür?

b) $(2x + 10)$ ifadəsinin kvadratı $(x - 5)$ ifadəsinin kvadratından 4 dəfə böyükdür?

11. İfadələri sadələşdirin:

a) $(12m - 1)^2 - 2$;   b) $12 - (11 - 7x)^2$;   c) $a^2 + 49 - (a - 7)^2$;

d) $(2a + 6b)^2 - 24ab$;   e) $a^2b^2 - (ab - 9)^2$;   f) $a^4 - 81 - (a^2 + 9)^2$.

12. İfadələri sadələşdirin:

a) $(x - 3)^2 + x(x + 9)$;   b) $(b - 4)^2 + (b - 1)(2 - b)$;

c) $(2a + 5)^2 - 5(4a + 5)$;   d) $9b(b - 1) - (3b + 2)^2$.

13. İfadələri sadələşdirin və x-in verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın:

a) $x = 0{,}97$ olduqda, $(x - 10)^2 - x(x + 8)$;

b) $x = -10$ olduqda, $(0{,}1x + 8)^2 + (0{,}1x - 8)^2$.

14. Tənlikləri həll edin:

a) $(x - 6)^2 - x(x + 8) = 2$;   b) $(x - 5)^2 - x^2 = 3$;

c) $9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 = 0$;   d) $16y(2 - y) + (4y - 5)^2 = 0$;

e) $x + (5x + 2)^2 = 25(1 + x^2)$;   f) $(3b - 1)^2 - 9b^2 = 7b - 2$.

15. Eyniliyi isbat edin:

a) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$;   b) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$;

c) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$;   d) $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$.

e) $(2a + b)^2 + b^2 = 2(a^2 + (a + b)^2)$;   f) $(ax - ay)^2 = a^2(x - y)^2$.

16. Aşağıdakı eyniliklərin doğruluğunu göstərin:

a) $\frac{(a+3)^2 + (a-3)^2}{a^2 + 9} = 2$

b) $\frac{m^2 - 4 + (m+2)^2}{m^2 + 2m} = 2$

c) $\frac{(2b-5)^2 - (2b+5)^2}{(b^2 - 5b) - (b^2 - 7b)} = -20$

Eyniliyi isbat etmək bərabərliyin hər iki tərəfinin dəyişənin istənilən qiymətlərində bərabər olduğunu göstərmək deməkdir.



Özünüzü yoxlayın



2 İkihədlinin kvadratı düsturlarından istifadə edərək üçhədlinin vuruqlara ayrılması

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ və $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ bərabərlikləri eynilik olduğuna görə bərabərliyin sağ və sol tərəflərinin yerini dəyişmək olar

$$\boldsymbol{a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2}; \qquad \boldsymbol{a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2}.$$

Bu eyniliklərdən istifadə etməklə üçhədlini vuruqlara ayırmaq olar.

MİSAL: $a^2 - 20ab^2 + 100b^4$ üçhədlisini vuruqlara ayırın.

HƏLLİ: Birinci toplanan a-nın, üçüncü toplanan isə $10b^2$-nın kvadratıdır. İkinci birhədli a və $10b^2$-nın hasilinin 2 mislinə bərabərdir: $20ab^2 = 2 \cdot a \cdot 10b^2$. Deməli, verilmiş üçhədli tam kvadratdır. Onda iki ifadənin fərqinin kvadratı düsturuna əsasən:

$$\boldsymbol{a^2 - 20ab^2 + 100b^4} = a^2 - 2 \cdot a \cdot 10b^2 + (10b^2)^2 =$$
$$= (a - 10b^2)^2 = (a - 10b^2)(a - 10b^2)$$

Cavab: $(a - 10b^2)(a - 10b^2)$.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş üçhədlilərin ikihədlinin kvadratı olduğunu müəyyən edin və iki eyni ikihədlinin hasili şəklində yazın:

a) $x^2 + 8x + 16$; b) $x^2 - 8x + 16$;
c) $4x^2 - 12x + 9$; d) $4x^2 + 12x + 9$.

2. İkinci toplananı iki eyni birhədlinin cəmi şəklində göstərin və çoxhədlini qruplaşma üsulu ilə vuruqlara ayırın:

a) $81a^2 + 18ab + b^2$; b) $100x^2y^2 - 20xy + 1$;
c) $49x^2 + 28xy + 4y^2$; d) $25a^2 - 70ab + 49b^2$;
e) $9c^2 + 24cd + 16d^2$; f) $16 - 8a^2b^2 + a^4b^4$.

3. Nöqtələrin yerinə elə birhədli yazın ki, alınan üçhədlini ikihədlinin kvadratı şəklində göstərmək mümkün olsun.

a) $\ldots + 49 + 56a$; b) $36 - 12x + \ldots$;
c) $0{,}01b^2 + \ldots + 100c^2$; d) $25a^2 + \ldots + \frac{1}{4}b^2$;
e) $\ldots - 6ab + \frac{1}{9}b^2$; f) $\frac{1}{16}y^2 - 2xy + \ldots$.

4. Aşağıdakı ifadələri ikihədlinin kvadratı şəklində göstərmək mümkündürmü? Əgər mümkün deyilsə, nə üçün? Bu ifadələrə hansı birhədliləri əlavə etmək lazımdır ki, onları ikihədlinin kvadratı şəklində göstərmək mümkün olsun?

a) $a^2 + a + 1$; b) $14 + 8x + x^2$; c) $p^2 - 2p + 4$;
d) $25a^2 - 30ab + 9b^2$; e) $100b^2 + 16c^2 - 60bc$; f) $49x^2 + 12xy + 4y^2$.

5. Çoxhədliləri ikihədlinin kvadratı şəklində yazın:

a) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$; b) $0{,}25x^2 + 2xy^2 + 4y^4$;
c) $\frac{1}{16}a^4 + 2a^2b + 16b^2$; d) $m^2n^2 - 2mn^4 + n^6$.

6. Fiqurların yerinə elə birhədlilər yazın ki, eynilik alınsın.

a) $(5x + ▶)^2 = ▼ + 70xy + ■$; b) $(9a - ▶)^2 = ▼ - • + 100b^2$;
c) $(▶ + 10a)^2 = ▼ - 60an + ■$; d) $(▶ - ■)^2 = 25m^2 + 80mn + •$.

7. İkihədlinin kvadratı düsturundan istifadə etməklə hesablayın:

a) $15^2 + 2 \cdot 15 \cdot 11 + 11^2$; b) $71^2 - 2 \cdot 71 \cdot 25 + 625$;
c) $101^2 - 202 \cdot 81 + 81^2$; d) $2 \cdot 55 + 25 + 121$;
e) $67^2 + 2 \cdot 67 \cdot 45 + 2025$; f) $-3600 - 2 \cdot 720 - 144$.

8. Araşdırma: Səməd $x^2 + 6x + 10$ üçhədlisinin ala biləcəyi ən kiçik qiymətin 1 olduğunu söyləyir. Sizcə, onun bu nəticəyə gəlməsinə səbəb nədir? Verilmiş üçhədlidən ikihədlinin kvadratını ayırmaqla aşağıdakı üçhədlilərin ala biləcəyi ən kiçik və ya ən böyük qiyməti (ƏKQ və ya ƏBQ) müəyyən edin.



NÜMUNƏ: $a^2 + 14a + 10$ üçhədlisinin ala biləcəyi ən kiçik qiymətini tapmaq üçün $14a = 2 \cdot 7 \cdot a$ yazılışına diqqət edək. 7 və a ikihədlinin hədləridir. Yazılışda a^2 iştirak edir. İkihədlinin kvadratını almaq üçün $7^2 = 49$ toplananı yaradaq:
$\boldsymbol{a^2 + 14a + 10 = a^2 + 14a + 49 - 39 = (a + 7)^2 - 39}$.

Bu fərqin ən kiçik qiyməti azalanın ən kiçik qiymətində alınır. $(a+7)^2$ azalanı ən kiçik qiyməti 0-dır (nə üçün?). Onda üçhədlinin ala biləcəyi ən kiçik qiymət –39-dur. ƏKQ: **– 39.**

a) $a^2 - 16a + 69$; b) $125 + 22x + x^2$; c) $-50 - 14b - b^2$;
d) $4y^2 - 4y + 6$; e) $a^2 + b^2 - 2ab + 2$; f) $9x^2 + 4 - 12xy + 4y^2$.

9. Dəyişənin istənilən qiymətində aşağıda verilmiş çoxhədlilərin müsbət qiymət aldığını əsaslandırın:

a) $x^2 + 6x + 10$; b) $x^2 + 2x + 3$; c) $4y^2 - 4y + 6$;
d) $a^2 + b^2 + 2ab + 1$; e) $x^2 + y^2 - 2xy + 5{,}2$; f) $9x^2 + 4 - 6xy + a^2$.

Özünüzü yoxlayın



10. İfadəni vuruqlara ayırın:

a) $(a + b)^2 + 2(a + b)(a - b) + (a - b)^2$;
b) $(a + 2b)^2 - 2(a + 2b)(2a - b) + (2a - b)^2$;
c) $(1 + x)^2 + 2(1 + x)(3 - x) + (3 - x)^2$;
d) $(m - 0{,}1n)^2 + (m - n)^2 - 2(m - 0{,}1n)(m - n)$.

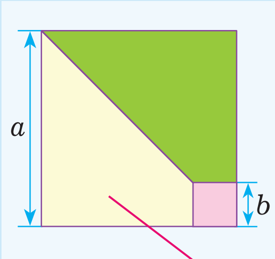
BÖLMƏ 6 **3**

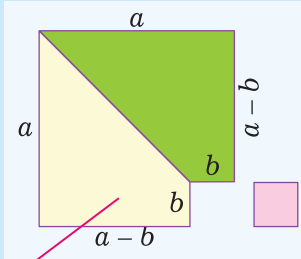
İki ifadənin kvadratları fərqi



ARAŞDIRMA:

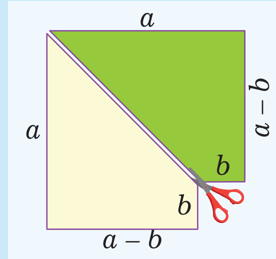
- Tərəfi a olan kvadratın sağ küncündə tərəfi b olan kvadrat çəkin (şəkil 3) və kiçik kvadratı qayçı ilə kəsib ayırın (şəkil 4).
- Sonra alınan fiquru ortadan diaqonal boyunca kəsin (şəkil 5) və hissələri sonuncu şəkildəki kimi birləşdirin (şəkil 6).
- Alınan düzbucaqlının tərəfləri hansı ikihədli ilə ifadə olunub?
- Bu düzbucaqlının sahəsini tapmaq üçün düstur yazın.
- Hansı ifadəni aldınız? Fikirlərinizi söyləyin.

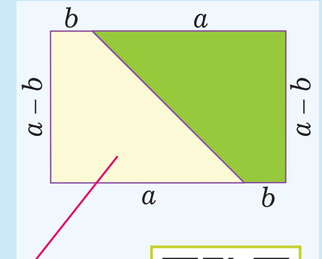




$S = a^2 - b^2$

Şəkil 3 Şəkil 4





$S = (a - b)(a + b)$

Şəkil 5 Şəkil 6



İKİ İFADƏNİN KVADRATLARI FƏRQİ DÜSTURU:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

İki ifadənin kvadratlarının fərqi bu ifadələrin cəmi ilə fərqinin hasilinə bərabərdir.

Bu eynilikdə sağ və sol tərəfin yerini dəyişək:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

İki ifadənin cəmi ilə fərqinin hasili bu ifadələrin kvadratları fərqinə bərabərdir.

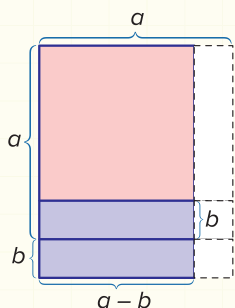
$a^2 - b^2 =$
$= a^2 - ab + ab - b^2 =$
$= a(a - b) + b(a - b) =$
$(a + b)(a - b)$

MİSAL: 1) $25 - a^2$ ikihədlisini vuruqlarına ayırın.

HƏLLİ: $25 = 5^2$ olduğu üçün verilmiş ikihədlini kvadratlar fərqi kimi yazaraq vuruqlarına ayıraq: $25 - a^2 = 5^2 - a^2 = (5 + a)(5 - a)$.

2) $(2a + 3b)(2a - 3b)$ hasilini çoxhədliyə çevirin.

HƏLLİ: İfadədən göründüyü kimi, iki eyni birhədlinin cəmi və fərqinin hasilinin çoxhədliyə çevrilməsi tələb olunur. Kvadratlar fərqi düsturuna görə: $(2a + 3b)(2a - 3b) = (2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$.



ŞƏKİL 7

NÜMUNƏ:

$50{,}2 \cdot 49{,}8$

$= (50 + 0{,}2) \cdot (50 - 0{,}2) =$

$= 50^2 - 0{,}2^2 =$

$= 2500 - 0{,}04 = 2499{,}96$

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ifadələri birhədlinin kvadratı şəklində yazın:

$4a^2$	$9x^2y^2$	$16k^4$	$49m^6$	$0{,}01a^2b^4$	$1{,}21p^8$	$\frac{9}{64}x^4z^2$	$1\frac{11}{25}m^{10}$
		$(4k^2)^2$					

2. Şəkil 7-dəki fiqurda elə yerdəyişmə aparın ki, alınmış fiqur $a^2 - b^2$ ikihədlisinin modeli olsun.

3. Hasili çoxhədli şəklində yazın:

a) $(x^2 - 7)(x^2 + 7)$;
b) $(a^4 - b^3)(a^4 + b^3)$;
c) $(c^5 + k^7)(c^5 - k^7)$;
d) $(9x - b^2)(9x + b^2)$;
e) $(0{,}7a^3 + b)(0{,}7a^3 - b)$;
f) $(5c^8 + 3k)(5c^8 - 3k)$;

4. Fiqurların yerinə elə birhədlilər yazın ki, eyniliк alınsın.

a) $(3a +$ ▼$)($■ $- 6b) = 9a^2 -$ ▶;
b) (■ $- 3x)($■ $+ 3x) = 25m^2 -$ ▶;
c) $(1{,}1a +$ ■$)($▶ $-$ ▼$) =$ • $- 1{,}44n^4$;
d) $m^4 - 324n^8 = ($▼ $-$ ▶$)($▼ $+$ ▼$)$.

5. Çoxhədli şəklində yazın:

a) $\left(\frac{5}{7}m^3 + \frac{1}{4}n^2\right)\left(\frac{5}{7}m^3 - \frac{1}{4}n^2\right)$;
b) $\left(1\frac{1}{9}a^5 + 1\frac{1}{2}n^7\right)\left(1\frac{1}{9}a^5 - 1\frac{1}{2}n^7\right)$;
c) $\left(\frac{4}{13} + \frac{1}{7}n^4\right)\left(\frac{4}{13} - \frac{1}{7}n^4\right)$;
d) $\left(\frac{10}{17} - 0{,}02n^7\right)\left(\frac{10}{17} + 0{,}02n^7\right)$.

6. Hasildə verilmiş vuruqları iki eyni ədədin cəmi və fərqi şəklində göstərməklə ifadələrin qiymətini hesablayın:

a) $99 \cdot 101$;
b) $37 \cdot 43$;
c) $52 \cdot 48$;
d) $201 \cdot 199$;
e) $1{,}05 \cdot 0{,}95$;
f) $2{,}03 \cdot 1{,}97$;
g) $17{,}3 \cdot 16{,}7$;
h) $1002 \cdot 998$;
k) $29{,}8 \cdot 30{,}2$;
m) $699 \cdot 701$;
n) $103 \cdot 97$;
l) $305 \cdot 295$.

7. Verilmiş ifadələri müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə sadələşdirin:

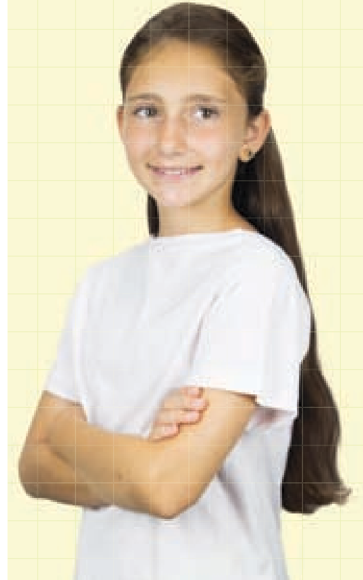
a) $(-y + x)(y + x)$;
b) $(x + y)(-x - y)$;
c) $(-a + b)(b - a)$;
d) $(x - y)(y - x)$;
e) $(-b - c)(b - c)$;
f) $(-a - b)(-a - b)$.

8. İfadələri çoxhədli şəklində yazın:

a) $(-5xy + a)(5xy + a)$;
b) $(-10p^4 + 9)(9 - 10p^4)$;
c) $(-3 - 2a^2b)(3 - 2a^2b)$;
d) $(0{,}2x + 10y)(10y - 0{,}2x)$;
e) $(17a^3 - 9x)(-17a^3 - 9x)$;
f) $(1{,}1y - 0{,}3)(0{,}3 + 1{,}1y)$.

9. a) $a^2 - b^2$ ifadəsi nə zaman ən kiçik qiymətini alar? Bunun üçün a^2 birhədlisi hansı ədədə bərabər olmalıdır?

b) $a^2 - b^2$ ifadəsi nə zaman ən böyük qiymətini alar? Bunun üçün b^2 birhədlisi hansı ədədə bərabər olmalıdır?



10. Şəbnəm $(13a - 0{,}3)(0{,}3 + 13a)$ ifadəsinin ala biləcəyi ən kiçik qiymətinin "$-0{,}09$" olduğunu söyləyir. Sizcə, o, haqlıdırmı? Cavabınızı əsaslandırın. Aşağıdakı ifadələrin ala biləcəyi ən böyük və ya ən kiçik qiyməti təyin edin.

a) $(5a - 0{,}2)(0{,}2 + 5a)$; b) $(7a - 15)(15 + 7a)$;
c) $(1{,}2 - 7y)(7y + 1{,}2)$.

11. İkihədliləri vuruqlarına ayırın:

a) $16a^2 - 4b^2$; b) $64 - 81k^2$; c) $m^2n^2 - 25$;
d) $x^2 - 1\frac{7}{9}$; e) $y^2 - 0{,}04$; f) $0{,}64 - 0{,}49x^2$;
g) $\frac{16}{25}n^2 - 625$; h) $1{,}69 - 3\frac{1}{16}x^2$.

12. İkihədliləri vuruqlarına ayırın:

a) $36a^2 - b^2$; b) $16m^2 - 9n^2$; c) $k^2 - a^2b^2$;
d) $-x^2 + 25n^2$; e) $64x^2 - 121y^2$; f) $4a^2b^2 - 1$;
g) $81a^2 - 49$; h) $-49m^2 + 144b^2$; k) $p^2 - a^2b^2$;
m) $0{,}01n^2 - 9m^2$; n) $0{,}09x^2 - 0{,}49y^2$; l) $a^2x^2 - 1{,}21m^4$.

13. Kvadratlar fərqi düsturunu tətbiq etməklə hesablamanı şifahi yerinə yetirin. Cavablarınızı yoxlayın.

a) $63^2 - 53^2$; b) $126^2 - 125^2$; c) $0{,}899^2 - 0{,}111^2$;
d) $47^2 - 67^2$; e) $41{,}7^2 - 41{,}6^2$; f) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$.

14. Kəsrlərin qiymətini tapın:

a) $\frac{36}{13^2 - 11^2}$; b) $\frac{26^2 - 12^2}{54^2 - 16^2}$; c) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$; d) $\frac{67^2 - 17^2}{83^2 - 77^2}$.

15. İfadələri sadələşdirin:

a) $(0{,}8x + 15)(0{,}8x - 15) + 0{,}36x^2$; b) $(3a - 1)(3a + 1) - 17a^2$;
c) $5b^2 + (3 - 2b)(3 + 2b)$; d) $100x^2 - (5x - 4)(4 + 5x)$;
e) $2x^2 - (x - 1)(x + 1)$; f) $6x^2 - (x - 0{,}5)(x + 0{,}5)$.

16. Vurmanı yerinə yetirin:

a) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$; b) $(2x + y)(4x^2 + y^2)(2x - y)$;
c) $(m^3 + b)(m^3 - b)(m^6 + b^2)$; d) $(a^2 + 1)(a - 1)(a + 1)$.

NÜMUNƏ:

$$a^2 - 1\frac{9}{16} = 0$$
$$a^2 - \frac{25}{16} = 0$$
$$\left(a - \frac{5}{4}\right)\left(a + \frac{5}{4}\right) = 0$$
$$a - \frac{5}{4} = 0;\ a + \frac{5}{4} = 0$$
$$a = \frac{5}{4};\ a = -\frac{5}{4}$$
$$\textbf{Cavab:}\ \frac{5}{4};\ -\frac{5}{4}.$$

NÜMUNƏ:

$(a - 2b)^2 - (2b + a)^2 =$
$= ((a - 2b) - (2b + a)) \cdot$
$\cdot ((a - 2b) + (2b + a)) =$
$= (a - 2b - 2b - a) \cdot$
$\cdot (a - 2b + 2b + a) =$
$= -4b \cdot 2a = -8ab.$

İPUCU:

Ədədi iki natural ədədin kvadratları fərqi şəklində yazın:
$2419 = 2500 - 81$



17. Nümunəyə əsasən tənlikləri həll edin:

a) $(a - 8)(a + 12) = 0;$
b) $x^2 - 16 = 0;$
c) $m^2 - 0{,}25 = 0;$
d) $\frac{1}{9} - y^2 = 0;$
e) $9x^2 - 64 = 0;$
f) $x^2 - \frac{9}{25} = 0;$
g) $b^2 + 36 = 0;$
h) $81a^2 + 1 = 0;$
k) $4x^2 - 9 = 0;$
m) $\frac{49}{81}m^2 - 1 = 0.$

18. İfadələri sadələşdirin:

a) $5a(a - 8) - 3(a + 2)(a - 2);$
b) $(1 - 2b)(1 + 2b) + 4b(b - 2);$
c) $(3x - y)(3x + y) - (x - y)(x + y);$
d) $(11a + 3b)(11a - 3b) - (11a - 3b)(3b - 11a).$

19. Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə edərək ifadələri vuruqlara ayırın:

NÜMUNƏ:
$(a + b)^2 - 2^2 = (a + b - 2)(a + b + 2)$

a) $(x + 3)^2 - 4^2;$
b) $(4a - 1)^2 - 25;$
c) $81 - (2x - 5)^2;$
d) $9y^2 - (1 + 7y)^2;$
e) $49x^2 - (2 + 3x)^2;$
f) $(a + 11)^2 - 121;$
g) $(a + b)^2 - (b - a)^2;$
h) $(m + n)^2 - (m - n)^2;$
k) $(2x - 5)^2 - (5 + 2x)^2;$
m) $(4c - x)^2 - (2c + 3x)^2.$

20. Hasili çoxhədli şəklində yazın:

a) $(x - y - 7)(x - y + 7);$
b) $(m - 3n - 2)(m + 3n + 2);$
c) $(a - 4b + 6)(a + 6 + 4b);$
d) $(3x - 1 + b)(3x + 1 - b).$

21. Verilmiş ədədləri sadə vuruqlarına ayırın:

a) 119; b) 319; c) 817;
d) 851; e) 1431; f) 2419.

Özünüzü yoxlayın



4 İkihədlinin kuba yüksəldilməsi

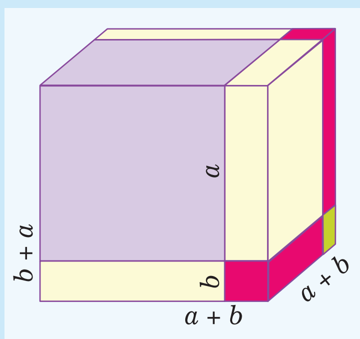
ARAŞDIRMA:

- Tilinin uzunluğu $a + b$ olan kub təsvir edək. Bu kubun həcmi hansı düsturla tapılar? Cavabınızı yazın.
- Kubu şəkil 8-dəki kimi tili a və b olan kub və düzbucaqlı paralelepipedlərə ayıraq. Hər hissənin hansı fiqur olduğunu söyləyin.
- Hər fiqurun həcmini taparaq cəm şəklində yazın. Hansı ifadəni aldınız?
- Bütöv kubun həcmi ilə hissəllərin həcmləri cəmini bərabərləşdirin.
- Aldığınız ifadəni yazın.

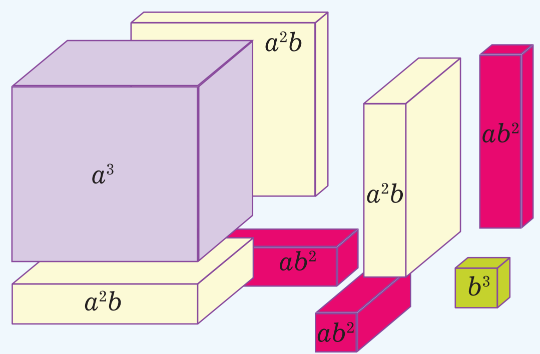


Kubun həcmi necə tapılır?



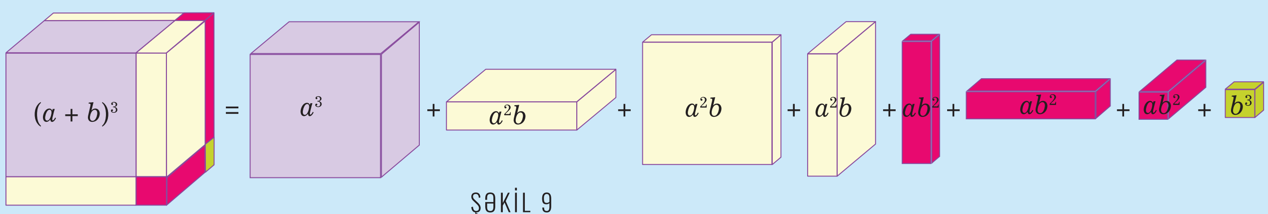






ŞƏKİL 8

Bu fiqurların həcmlərini bərabərləşdirək:



ŞƏKİL 9

$$(a+b)^3 = (a+b)^2 \cdot (a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) =$$
$$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Özünüz əsaslandırın:

$(a - b)^3 = ?$

İKİ İFADƏNİN CƏMİNİN KUBU DÜSTURU:

$$\boldsymbol{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

İki ifadənin cəminin kubu bərabərdir: birincinin kubu, üstəgəl birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin üç misli, üstəgəl birinci ilə ikincinin kvadratı hasilinin üç misli, üstəgəl ikincinin kubu.

Yadda saxlayın:
Bu düsturları tətbiq etməklə ikihədlinin kubu çoxhədli şəklində göstərilir.

İKİ İFADƏNİN FƏRQİNİN KUBU DÜSTURU:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

İki ifadənin fərqinin kubu bərabərdir: birincinin kubu, çıxılsın birincinin kvadratı ilə ikincinin hasilinin üç misli, üstəgəl birinci ilə ikincinin kvadratı hasilinin üç misli, çıxılsın ikincinin kubu.

MİSAL: Verilmiş ikihədlilərin kubunu çoxhədli şəklində yazın:

a) $(x + 3y)^3$; b) $\left(2a - \frac{1}{2}b\right)^3$

HƏLLİ: a) $(x + 3y)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3y + 3 \cdot x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 =$
$= x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$.

b) $\left(2a - \frac{1}{2}b\right)^3 = (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot \frac{1}{2}b + 3 \cdot 2a \cdot \left(\frac{1}{2}b\right)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^3 =$

$$= 8a^3 - 6a^2b + 1{,}5ab^2 - \frac{1}{8}b^3.$$

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ifadələri üç dəfə özünə vurmaqla çoxhədliyə çevirin:
a) $(a + 1)^3$; b) $(a - 2)^3$; c) $(2x + y)^3$; d) $(2a - 3)^3$.

2. İfadələri düsturdan istifadə etməklə çoxhədli şəklində yazın:
a) $(x + y)^3$; b) $(m - n)^3$; c) $(x + 2)^3$; d) $\left(\frac{2}{3}a + 3b\right)^3$;
e) $(m + 0{,}2)^3$; f) $(5 - x)^3$; g) $(2p - 1)^3$; h) $\left(y + \frac{1}{3}\right)^3$.

İPUCU:
$20{,}01^3 = (20 + 0{,}01)^3$

3. Verilmiş ədədlərin kubunu hesablamaq üçün qüvvətin əsasını cəm şəklində göstərin və cəmin kubu düsturunu tətbiq edin:
a) 35^3; b) $12{,}1^3$; c) 52^3; d) 43^3; e) $20{,}01^3$.

4. X və Y-in yerinə elə birhədlilər yazın ki, eynilik alınsın.
a) $(a^3 + X)^3 = a^9 + 3a^7b + 3a^5b^2 + Y$;
b) $(3a^2 - X)^3 = 27a^6 - 54a^5 + 36a^4 - 8a^3$;
c) $(X + 2a^3)^3 = 8a^9 + 24a^6b + 24a^3b^2 + 8b^3$;
d) $(a^2 - X)^3 = a^6 - 9a^5 + 27a^4 - Y$;
e) $(a^3 + X)^3 = a^9 + 3a^7b^4 + 3a^5b^8 + Y$.

5. İfadələri çoxhədli şəklində yazın:

a) $(x^2 - y^4)^3$; b) $-(a^5 + b^7)^3$; c) $(3x^2 - 7y^2)^3$;

d) $-(4m^4 + n^5)^3$; e) $\left(\frac{2}{3}a + b^8\right)^3$; f) $\left(1\frac{1}{2}a^6 - 2\frac{1}{2}b^2\right)^3$;

g) $\left(ab^3 - \frac{3}{4}\right)^3$; h) $-\left(\frac{1}{5}m + \frac{3}{2}n\right)^3$; m) $(0{,}5xy^2 - 0{,}2x^2y)^3$.

6. İfadələri sadələşdirin:

a) $(a + b)^3 - (a - b)^3$; b) $(3m - n)^3 - (n + 3m)^3$;

c) $(x + y)^3 - 3xy(x + y)$; d) $3ab(a + b) - (a + b)^3$;

e) $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$; f) $(m - n)^3 - (m - n)(m^2 + mn + n^2)$.

7. İfadələri sadələşdirin:

a) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}x + \frac{3}{2}\right)^3$ b) $\left(\frac{5}{7}x - 1\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}x + 1\frac{1}{4}\right)^3$;

c) $5 \cdot (2x + y)^3 - 2 \cdot (3y - x)^3$; d) $6 \cdot \left(\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right)^3$

8. İfadələri çoxhədliyə çevirin:

a) $(3ab^2 + a^3b^2)^3$; b) $(m^4n^5 - 3mn)^3$;

c) $\left(\frac{2}{5}x^4y^3 + \frac{1}{2}xy^7\right)^3$; d) $(7abc^3 - 3a^2bc)^3$;

e) $(0{,}1x^6y^2c^{10} - 0{,}2)^3$; f) $(ab^5c^4 + 1{,}2abc)^3$.

9. Təqribi qiymətləndirmə: $(1 \pm a)^3 \approx 1 \pm 3a$ $(0 < a < 1)$ təqribi bərabərliyindən istifadə etməklə aşağıdakı kubların təqribi qiymətlərini tapın.

a) $(1 + 0{,}01)^3$; b) $1{,}04^3$; c) $0{,}99^3$;

d) $1{,}1^3$; e) $0{,}996^3$.



İPUCU:

$1{,}09^3 = (1 + 0{,}09)^3 \approx$
$\approx 1 + 3 \cdot 0{,}09 =$
$= 1{,}27$

10. a) $a + b = 9$, $ab = 8$ olarsa, a və b hansı natural ədədlər ola bilər? $a^3 - b^3$ ifadəsinin qiyməti natural ədəddirmi?

b) $a - b = 9$, $ab = 10$ olarsa, a və b hansı natural ədədlər ola bilər? $a^3 + b^3$ ifadəsinin qiymətini tapın.

c) $a - b = 52$, $ab = 1260$ verilib, a və b natural ədədlərdir. $(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$ eyniliyindən istifadə etməklə $2(a^3 - b^3)$ ifadəsinin qiymətini tapın.

Özünüzü yoxlayın



BÖLMƏ 6

5 İki ifadənin kubları cəmi və kubları fərqi

Bildiyimiz kimi, $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ və $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. Burada $a^2 + 2ab + b^2$ üçhədlisi $(a + b)$ ikihədlisinin, $a^2 - 2ab + b^2$ üçhədlisi isə $(a - b)$ ikihədlisinin **tam kvadratıdır.**

$a^2 + ab + b^2$ üçhədlisi $(a + b)$ ikihədlisinin, $a^2 - ab + b^2$ üçhədlisi isə $(a - b)$ ikihədlisinin **natamam kvadratı** hesab edilir.

ARAŞDIRMA 1: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ bərabərliyinin sağ tərəfində aşağıdakı kimi çevrilmələr aparaq:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b).$$

Buradan $a^3 + b^3$ cəmini təyin edək:

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab\,(a + b) = (a + b)((a + b)^2 - 3ab) =$$
$$= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

Beləliklə, $\boldsymbol{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$ alınır.

ARAŞDIRMA 2: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ bərabərliyinin sağ tərəfində aşağıdakı kimi çevrilmələr aparaq:

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b).$$

Buradan $a^3 - b^3$ fərqini təyin edək:

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab\,(a - b) = (a - b)((a - b)^2 + 3ab) =$$
$$= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab) = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$



Beləliklə, $\boldsymbol{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}$ alınır.
Araşdırmaların nəticəsi olaraq aşağıdakı düsturları yazarıq:

İKİ İFADƏNİN KUBLAR CƏMİNİN VURUQLARA AYRILMASI:

$$\boldsymbol{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$$

İki ifadənin kublarının cəmi bu ifadələrin cəmi ilə onların fərqinin natamam kvadratının hasilinə bərabərdir.

İKİ İFADƏNİN KUBLAR FƏRQİNİN VURUQLARA AYRILMASI:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

İki ifadənin kublarının fərqi bu ifadələrin fərqi ilə onların cəminin natamam kvadratının hasilinə bərabərdir.

Yadda saxlayın:
Bu düsturlar kublar cəminin və kublar fərqinin vuruqlara ayrılmasıdır.

MİSAL 1: $27a^3 + 8b^3$ ifadəsini vuruqlara ayırın.

HƏLLİ: $27a^3 + 8b^3 = (3a)^3 + (2b)^3 = (3a + 2b)((3a)^2 - 3a \cdot 2b + (2b)^2) =$
$= (3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$.

MİSAL 2: $(x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2)$ hasilini çoxhədliyə çevirin.

HƏLLİ: Göründüyü kimi, birinci vuruq $(x - 5y)$-dir, ikinci vuruq isə $(x + 5y)$ ikihədlisinin natamam kvadratıdır. Onda kublar fərqi düsturuna görə yazarıq:

$$(x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2) = (x)^3 - (5y)^3 = x^3 - 125y^3.$$

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ikihədlilərin tam və natamam kvadratlarını yazın. Onların fərqini izah edin:

a) $a + 2b$; b) $6m - n$; c) $2k - 3$; d) $0{,}5x + 5y^2$;

e) $7m - n^2$; f) $\frac{2}{5}a + b^4$; g) $1{,}6 - 5d$; h) $1{,}3ab + 1$.

2. Verilmiş kublar cəmini və kublar fərqini vuruqlara ayırın:

a) $m^3 + n^3$; b) $x^3 - y^3$; c) $8 + a^3$; d) $125 + a^3$;

f) $27 - x^3$; g) $c^3 - 1$; h) $t^3 + 1$; k) $x^3 - 64$.

3. Verilmiş ifadələrdəki birhədliləri kub şəklində göstərin və ifadələri vuruqlara ayırın:

a) $k^3 - 1000$; b) $0{,}001 + a^3$; c) $\frac{1}{27}a^3 + b^6$; d) $\frac{27}{64} - \frac{1}{8}b^3$;

f) $-125a^6 + 1$; g) $343a^{12} - b^9$; h) $a^3b^6 + d^6$; k) $1\frac{91}{125} - 0{,}001x^6$.

4. İfadələri çoxhədliyə çevirin:

a) $(2p + 3)(4p^2 - 6p + 9)$; b) $(b - 1)(b^2 + b + 1)$;

c) $(3n + m^2)(9n^2 - 3m^2n + m^4)$; d) $(4m - 3n^2)(16m^2 + 12mn^2 + 9n^4)$;

f) $(3a + d^8)(9a^2 - 3ad^8 + d^{16})$; g) $(3 - d)(9 + 3d + d^2)$.

5. a) $a - b = 4$; $ab = -1{,}75$ olduqda, $a^3 - b^3$ ifadəsinin;

b) $a + b = -5$; $ab = -6$ olduqda, $a^3 + b^3$ ifadəsinin qiymətini tapın.

6. Hasilləri əlverişli üsullarla çoxhədliyə çevirin:

a) $(-a - b)(a^2 - ab + b^2)$;
b) $(a + b)(-a^2 + ab - b^2)$;
c) $(-a - b)(-a^2 + ab - b^2)$;
d) $(-a - b)((a + b)^2 - 3ab)$.

7. Verilmiş ifadələri kublar cəmi düsturuna əsasən çoxhədliyə çevirin:

a) $(x^3 + y^5)(x^6 - x^3y^5 + y^{10})$;
b) $(3d^2 + 2c)(9d^4 - 6cd^2 + 4c^2)$;
c) $(25 - 5y^6 + y^{12})(5 + y^6)$;
d) $(9r^8 - 12r^4s^5 + 16s^{10})(3r^4 + 4s^5)$.

8. Hərflərin yerinə elə birhədli yazın ki, verilmiş bərabərlik eynilik olsun.

a) $(2x + \mathrm{A})(4x^2 - 2x\mathrm{A} + \mathrm{A}^2) = 8x^3 + 27y^3$;
b) $(\mathrm{A} - 4x)(25y^2 + \mathrm{B}) = \mathrm{C}^3 - \mathrm{D}^3$;
c) $(-\mathrm{A} - 3x)(\mathrm{A}^2 - 3x\mathrm{A} + 9x^2) = -27c^3 - 8d^9$.
d) $(5x - \mathrm{A})(\mathrm{B} + \mathrm{C}) = \mathrm{D}^3 - 8y^{12}$.

9. Tənlikləri həll edin:

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x - 3)(x + 3) = 26$;
b) $6(y + 1)^2 + 2(y + 1)(y^2 - y + 1) - 2(y + 1)^3 = -22$;
c) $(a + 2)^3 - a(3a + 1)^2 + (2a + 1)(4a^2 - 2a + 1) = 53$;
d) $5x(x + 3)^2 - 5(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - 30(x + 2)(x - 2) = 75$.

10. Verilmiş ifadələri hasil şəklində yazın:

a) $(x + 1)^3 + x^3$;
b) $(a - b)^3 + b^3$;
c) $1000 + (a - b)^3$;
d) $8x^3 + (x - y)^3$;
f) $(y - 2)^3 + 27$;
g) $27m^3 + (m + n)^3$.

11. Sevil $753 + 443$ ifadəsinin 7-yə bölündüyünü iddia edir. Onun haqlı olduğunu necə deyə bilərsiniz? Eyni qayda ilə:

a) $97^3 + 93^3$ ifadəsinin 19-a;
b) $215^3 + 94^3$ ifadəsinin 3-ə bölündüyünü isbat edə bilərsinizmi?

12. İsbat edin ki, q-nün istənilən tam qiymətində verilmiş ifadələrin qiyməti a-ya tam bölünür:

a) $(11 - q)^3 + q^3$, $a = 11$;
b) $(4 - 2q)^3 + 8q^3$, $a = 4$;
c) $8q^3 + (17 - 2q)^3$, $a = 17$;
d) $3q^3 + 3(4 - q)^3$, $a = 12$.

13. Bir natural ədədi 4-ə böldükdə qalıqda 1, digərini isə 4-ə böldükdə qalıqda 3 alınır. Bu ədədlərin kubları cəmini 4-ə böldükdə qalıqda necə alınar?

BÖLMƏ 6

6 Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi

1. Hesablayın:

a) $108 \cdot 92$; b) $0{,}94 \cdot 1{,}06$; c) $1{,}09 \cdot 0{,}91$; d) $1005 \cdot 995$.

2. Çoxhədli şəklində yazın:

a) $2y(y^2 - 4)(y^2 + 4)$; b) $(1 - b^3)(1 + b^3)(1 + b^6)$;

c) $-x(3x - x^2)(x^2 + 3x)$; d) $(a^4 - 5)(a^4 + 5)(a^8 + 25)$.

3. İfadələri sadələşdirin:

a) $(a - 1)(a + 1) - a(a - 1)$; b) $(y + 7)(y - 7) + (y - 5)(5 + y)$;

c) $(x - 3)(x + 3) + x(6 - x)$; d) $(4 + m)(m - 4) - (m - 8)(m + 8)$.

4. İfadənin qiymətinin dəyişəndən asılı olmadığını göstərin:

a) $(a - 10)(a + 10) - (a + 12)(a - 12)$; b) $\left(y - \frac{3}{8}\right)\left(y + \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{3}{4} - y\right)\left(y + \frac{3}{4}\right)$.

5. Çoxhədliyə çevirin:

a) $(x + y + 1)(x + y - 1)$; b) $(a - b + 3)(a - b - 3)$;

c) $(m + n - 2)(m + n + 2)$; d) $(c - 3d + 4)(c + 3d + 4)$.

6. Tənliyi həll edin:

a) $(x - 7)^2 + 3 = (x - 2)(x + 2)$; b) $(5x - 1)^2 - 1(1 - 3x)^2 = 16x(x - 3)$.

7. Vuruqlara ayırın:

a) $9 - a^2b^2$; b) $4m^2n^4 - 9$; c) $0{,}09y^6 - 0{,}49x^2$;

d) $1{,}21p^4 - 1$; f) $0{,}01a^2b^6 - 0{,}16$; g) $1\frac{7}{9}x^4 - \frac{9}{16}y^2$.

8. İfadələrin qiymətini tapın:

a) $\frac{38^2 - 17^2}{72^2 - 16^2}$; b) $\frac{518^2 - 482^2}{360}$; c) $\frac{39{,}5^2 - 3{,}5^2}{57{,}5^2 - 14{,}5^2}$; d) $\frac{52^2 - 48^2}{92^2 + 88^2 - 2 \cdot 92 \cdot 88}$.

9. Vuruqlara ayırın:

a) $(x - 3)^2 - 9$; b) $(2x - 1)^2 - (5x + 2)^2$; c) $81 - (a + 4)^2$; d) $9(b + 1)^2 - 4$.

10. İfadəni sadələşdirin və qiymətini tapın:

a) $a = 1{,}35$ və $b = -0{,}65$ olduqda, $(3a - 2b)^2 - (2a - b)^2$;

b) $x = 1{,}2$ və $y = -1{,}4$ olduqda, $(2y - x)^2 + (y + 2x)^2$.

11. Aşağıdakı təkliflərin dəyişənin istənilən natural qiymətlərində doğru olduğunu göstərin:

a) $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$ ifadəsi 4-ə bölünür;

b) $(5x + 1)^2 - (2x - 1)^2$ ifadəsi 7-ə bölünür.



12. Çoxhədliyə çevirin:

a) $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1)(a - 14)$; b) $(2 - x)(1 + 2x) +(1 + x)(x^3 - 3x)$.

13. Vuruqlara ayırın:

a) $0{,}027a^3 + 1$; b) $m^3 - 0{,}008n^3$; c) $x^6 - 0{,}064y^9$;

d) $\frac{1}{64} - b^{12}$; e) $-a^{15} + \frac{8}{27}$; f) $3\frac{3}{8}x^{12} + b^{15}$.

14. Aşağıdakı təkliflərin doğru olduğunu araşdırın:

a) $41^3 + 17^3$ ifadəsi 58-ə bölünür; b) $53^3 - 125$ ifadəsi 24-ə bölünür;

c) $66^3 + 34^3$ ifadəsi 400-ə bölünür.

15. $(x^2 - 10x + 6)(2x + b)$ hasilini standart şəkilli çoxhədliyə çevirin. b-nin hansı qiymətində:

a) çoxhədlidə x^2 həddi iştirak etməz? b) x^2 və x-in əmsalları bərabər olar?

16. Vuruqlara ayırın:

a) $(a + 7)^3 - 64$; b) $(9b + 5)^3 - 27$; c) $c^6(c - 6)^3 - 125c^9$;

d) $x^6y^9 - 64x^3$; e) $(2x + y)^3 - (2x - y)^3$; f) $(4x + 5y)^3 - (4x - 5y)^3$.

17. Aşağıda verilmiş eyniliklərdə hansı səhvlərin olduğunu müəyyən edin:

a) $(a + 2b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; b) $(m + 4n^3)^3 = m^3 + 2mn^3 + 3mn^6 - 64n^9$;

c) $(2x - 3y)^2 = 2x^2 + 12xy +3y^2$; d) $27a^6 + 8b^9 = (3a + 2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$.

18. Düzbucaqlının eninin kvadratın tərəfindən 10 sm qısa, uzunluğunun isə kvadratın tərəfindən 10 sm uzun olduğu məlumdursa, düzbucaqlı ilə kvadratın sahələrini müqayisə edin.

19. Eyniliyi isbat edin:

$(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) - (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = 2b^6$.

20. Çoxhədliləri hasilə çevirin:

a) $2x^8 - 12x^4 + 18$; b) $2x^6 + 8y^2 + 8x^3y$;

c) $4x + 4xy^6 - xy^{12}$; d) $-x^4y - 6x^2y^3 - 9y^5$.

21. Çoxhədliləri vuruqlarına ayırın:

a) $3a^3 - 3ab^2 + a^2b - b^3$; b) $x^4 - 24 + 8x - 3x^3$.

22. Tənliyi həll edin:

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$; b) $y^3 - 6y^2 + y - 6 = 0$;

c) $4x^3 - 3x^2 = 4x - 3$; d) $2a^3 - 18a = a^2 - 9$.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. Çoxhədliləri vuruqlara ayırın və hansı üsullardan istifadə etdiyinizi izah edin:

a) $5a^2b - 5b^2$; **b)** $7ab^2 - 7ac^2$; **c)** $2a^4c - 32b^4c$;
d) $4c^3d - 9cd^3$; **e)** $-64m^2n + 25n$; **f)** $9mn^6 - 117m$;
g) $6x^2y^2 - 24x^2z^2$; **h)** $x^2y - 16y$; **k)** $7p^6q - 7q^7$.

2. Çoxhədliləri hasilə çevirin. Hansı misalda ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılmasını, hansında müxtəsər vurma düsturunu, hansında hər iki üsulu tətbiq etdiyinizi və nə üçün bu üsuldan istifadə etdiyinizi söyləyin.

a) $3x^2y + 6xy^2 + 3y^3$; **b)** $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$;
c) $a^2 - b^2 - a + b$; **d)** $5a^2 - 10ab + 5b^2$;
e) $x^2 + 2xy + y^2 - a^2$; **f)** $c + d + c^2 - d^2$;
g) $7xy^2 + 28xy + 28x$; **h)** $9 - m^2 + 4mn - 4n^2$.

Özünüzü yoxlayın



3. Hasilin sıfıra bərabər olması şərtindən istifadə edərək tənlikləri həll edin:

a) $x(x - 4) = 0$; **b)** $6m^4 - 54m^2 = 0$; **c)** $a^4 - a^3 - a^2 + a = 0$;
d) $100b^2 - 4b^4 = 0$; **e)** $a^3 - 2a^2 + a = 0$; **f)** $n^3 - 12 + 3n^2 - 4n = 0$.

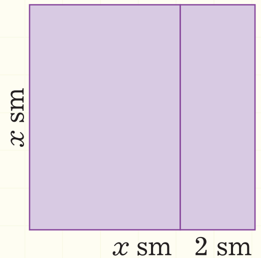
4. Hasili çoxhədliyə çevirin:

a) $(1 + 4b)(1 - 4b + 16b^2)$; **b)** $(-7p + 5k)(25k^2 + 35pk + 49p^2)$.

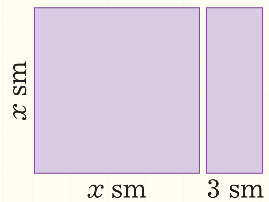
5. $111111 - 222 = n^2$ bərabərliyindən n natural ədədini tapın.

6. a) Tərəfi x sm olan kvadratdan eni 2 sm olan düzbucaqlı kəsdilər (şəkil 10, a). Qalan düzbucaqlının sahəsi kvadratın sahəsindən 14 sm² az oldu. Kvadratın perimetrini tapın.

b) Tərəfi x sm olan kvadrata eni 3 sm olan düzbucaqlı əlavə etdilər (şəkil 10, b). Alınan düzbucaqlının sahəsi kvadratın sahəsindən 39 sm² çox oldu. Kvadratın perimetrini tapın.



ŞƏKİL 10, a



ŞƏKİL 10, b

7. a) Diofant eyniliyini isbat edin: $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(a^2+b^2)(c^2-d^2)$.

b) Diofant eyniliyindən istifadə edərək aşağıdakı ifadələri vuruqlarına ayırın:

1) $(3c + 7d)^2 + (3d - 7c)^2$; **2)** $\left(3a+\frac{2}{5}b\right)^2+\left(3b-\frac{2}{5}a\right)^2$.

FUNKSİYA

BÖLMƏ 7

"**Funksiya**" riyaziyyatın əsas anlayışlarından biridir. İki dəyişən kəmiyyət arasında müəyyən asılılıq varsa, bu dəyişənlər bir funksiya əmələ gətirir.

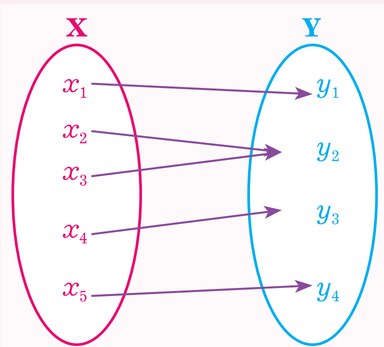
Hər hansı dəyişən kəmiyyətin bir qiyməti müəyyən qayda ilə digər dəyişən kəmiyyətin də ona uyğun hər hansı qiymət almasına səbəb olursa, onda ikinci dəyişən birincidən asılı olur. Birinci dəyişənə **sərbəst** (asılı olmayan), ikinci dəyişənə **asılı** dəyişən, onlar arasındakı qanunauyğunluğa isə **funksional asılılıq** (funksiya) deyilir.

Məsələn, sürəti 70 km/saat olan avtomobil 1 saata 70 km, 2 saata 140 km, 5 saata 350 km məsafə qət edər və s. Yəni hər saata bir məsafə uyğundur. Burada zaman və məsafə arasındakı qanunauyğunluq $s = v \cdot t$ qaydası ilə verilmişdir.

Funksiya – X çoxluğundan hər bir x elementinə Y çoxluğunun yeganə y elementini qarşı qoyan uyğunluqdur (qaydadır).

Bu bölmədə funksiya, xətti funksiya haqqında öyrənəcəksiniz.



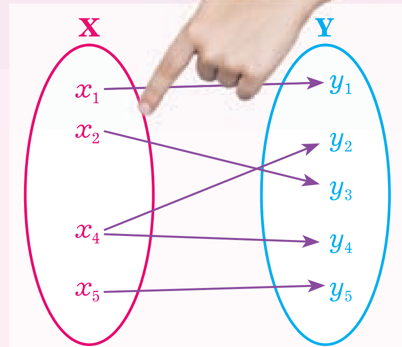


DİQQƏT: Verilmiş qanunauyğunluğun funksiya olması üçün x dəyişənin hər qiymətinə y dəyişənin yalnız bir qiyməti uyğun gəlməlidir. Əks halda bu qanunauyğunluq funksiya deyil.

Funksiyadır

Funksiya deyil

Nə üçün?



BÖLMƏ 7

1 Funksiyanın verilməsi

Funksiya bir neçə üsulla verilə bilər: düstur şəklində, cədvəl və ya ədədlər cütü şəklində, qrafik (diaqram) şəklində və s.

Yadda saxlayın: Funksiyanın verilmiş üsullarından birindən digərinə keçmək həmişə mümkün olmur.

I. DÜSTUR ŞƏKLİNDƏ:

MİSAL: a) $y = 2x + 3$; b) $y = -5x$; c) $y = x^2$; d) $y = \frac{7}{x}$ və s.

Funksiya ümumi şəkildə $y = f(x)$ kimi yazılır (və ya $y = g(x)$, $y = h(x)$ və s.). Bu yazılış funksiyanın **düstur şəklində** verilməsidir.

Funksiya düsturla verilibsə, asılı olmayan dəyişənə qiymət verməklə asılı dəyişənin qiyməti tapılır və funksiya cədvəl və ya ədədlər cütü şəklində təqdim edilir. Ədədlər cütünə uyğun qrafik qurulur.

II. CƏDVƏL VƏ YA ƏDƏDLƏR CÜTÜ ŞƏKLİNDƏ:

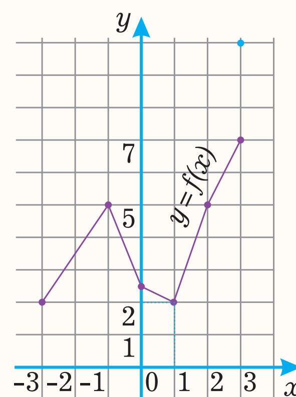
Asılı olmayan dəyişən, x	4	5	7	9	11
Asılı dəyişən, y	5	8	3	2	6

Ədədlər cütü şəklində: $(x; y) \rightarrow \{(4; 5), (5; 8), (7; 3), (9; 2), (11; 6)\}$

III. QRAFİK ŞƏKLİNDƏ:

Funksiya hər hansı bir əyri ilə qrafik şəklində verilə bilər. Məsələn, şəkil 1-də $y = f(x)$ funksiyası qrafiklə verilmişdir.

$y = f(x)$ **Oxunuşu:** *iqrik bərabərdir ef iks*



ŞƏKİL 1

$y = f(x)$ bərabərliyində x asılı olmayan dəyişəni **arqument**, y asılı dəyişəni **funksiyanın qiymətidir**.

ÇALIŞMALAR

1. Cədvəl və ədədlər cütü ilə verilmiş məlumatlarda dəyişənlər arasındakı asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən edin. Əgər funksiyadırsa, arqumentin və funksiyanın qiymətini yazın. Əks halda, funksiya olmamağın səbəbini izah edin.

a) $\{(6; 3), (5; 4), (4; 5), (3; 6)\}$;

b) $\{(-1; 1), (-2; 4), (-3; 9), (-4; 16), (5; 25), (6; 36)\}$;

c)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	3	3	3	3	3	3

2. a) $x = -5$; $x = 0$; $x = 10$ olduqda, $f(x) = \frac{x}{5}$ funksiyasının;

b) $x = \frac{1}{3}$; $x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{4}$ olduqda, $f(x) = 3x + 1$ funksiyasının qiymətini tapın.

3. Fizika: Suya batırılmış cismə $f(x) = 100000 + 9800x$ $(\frac{N}{m^2})$ funksiyası ilə verilmiş təzyiq təsir edir. Burada x – suyun dərinliyidir. $x = 3$ m, 5 m, 7 m olduqda üzgüçüyə təsir edən təzyiqi hesablayın.

4. Cədvəl və ədədlər cütü şəklində verilmiş məlumatlarda arqument və funksiyanın qiymətləri arasında olan qanunauyğunluğu müəyyən edin və funksiyanı düsturla yazın.

a)

t, vaxt, saat	1	2	3	4	5	6
s, məsafə, km	50	100	150	200	250	300

b)

x	8	-6	-4	-3	2	0
y	-31	25	17	13	-7	1

İPUCU:
$y = ax + b$

c) {(– 1; – 2), (– 2; – 4), (– 3; – 6), (– 4; – 8), (5; 10), (6; 12)};

d) {(1; 0,5), (2; 1), (3; 1,5), (4; 2), (5; 2,5), (6; 3)}.

Bu funksiyaların qrafikini qurun.



5. Sağlamlıq: hər hansı qidanın tərkibindəki yağın kalorinin miqdarı ($f(x)$) ilə yağın miqdarı (x) arasındakı münasibət $f(x) = 9x$ funksiyası ilə verilir. Burada x – yağın qramla miqdarıdır. Aşağıda verilən qidaların kaloriliiyini müəyyən edin.

a) çörək, $x = 0,5$ q; b) makaron və pendir $x = 2$ q; c) pizza $x = 17$ q.

6. Biznes: Məişət əşyaları satılan dükanda tam ştatlı işçilərə aşağıdakı funksiyalarla verilmiş həftəlik əsas əməkhaqqı və əlavə pul ödənilir. Burada x həftəlik satışların manatla məbləğidir.

$f(x) = 200 + 0,5x$, əgər $x < 2000$ AZN,

$f(x) = 1000 + 0,1x$, əgər $x \geq 2000$ AZN.

Son həftə ərzində satış məbləği aşağıdakı kimi olarsa, işçilərə verilən əməkhaqqını müəyyən edin:

a) 2600 AZN; b) 1890 AZN; c) 2000 AZN; d) 3420 AZN.

7. Verilmiş ədədlər cütü funksiya əmələ gətirərsə, arqumentin və funksiyanın qiymətini yazın. Əks halda, nə üçün funksiya olmadığını izah edin.

a) {(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4)}; b) {(a, b), (c, b), (d, b), (k, b)}.

8. $f(x) = 7 + 0,5x$ funksiyasının qiyməti 18; 0; –3,5 olarsa, x-i müəyyən edin.

9. Fizika: Aşağıdakı cədvəl p atmosfer təzyiqinin h dəniz səviyyəsi hündürlüyündən asılılığını göstərir.

h, km	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20
p, mm civə sütunu	760,0	716,0	674,0	596,1	525,7	462,2	404,8	198,1	40,9

a) 1 km, 3 km, 5 km, 10 km hündürlükdəki atmosfer təzyiqini müəyyən edin.

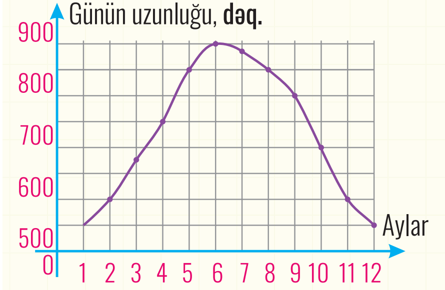
b) Atmosfer təzyiqi dəniz səviyyəsindən hansı hündürlükdə 760,0 mm civə süt., 674,0 mm civə süt., 40,9 mm civə süt.-na bərabərdir?

10. Şəkil 2-də günün uzunluğunun ilin fəsillərindən asılı olaraq dəyişməsi qrafiki verilmişdir. Ordinat oxu üzərində hər ayın 1-i üçün günün uzunluğu, absis oxu üzərində isə hər ayın nömrəsi göstərilmişdir.

a) Hansı ayın 1-də günün uzunluğu 10 saat, 700 dəq., 850 dəq. olmuşdur?

b) İlin hansı fəslində günün uzunluğu 700 dəqiqədən çox, 10 saatdan az olmuşdur?

c) Yanvar, mart, may, iyul, oktyabr aylarının 1-i üçün günün uzunluğu neçə saat olub?



ŞƏKİL 2

11. $y(x)$ funksiyasının qrafiki (şəkil 3) verilmişdir. Qrafikə görə təyin edin:

a) $y(0)$, $y(2)$, $y(4)$, $y(-1)$ qiymətlərini tapın.

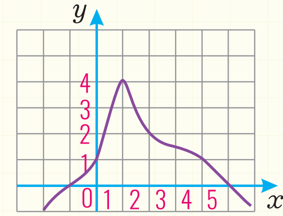
b) x-in hansı qiymətində funksiya 1, 2, 0 qiymətlərini alır?

c) x-in elə bir neçə qiymətlərini deyin ki, həmin qiymətlərdə y müsbət işarəyə malik olsun.

d) x-in elə bir neçə qiymətini deyin ki, həmin qiymətlərdə y mənfi işarəyə malik olsun.

e) x-in elə bir neçə qiymətini deyin ki, həmin qiymətlərdə y sıfıra bərabər olsun.

m) $(2,\ 0)$; $(4,\ 1)$; $(0,\ 1)$; $(0,\ -1)$; $(-1;\ 0)$ nöqtələrindən hansı verilmiş qrafikə aiddir? Nə üçün?



ŞƏKİL 3

12. Funksiya $f(x) = \frac{3}{4}(2x + 1)$ düsturu ilə verilmişdir.

a) $f(3)$, $f(-12)$, $f(2,\ 1)$ yazılışları nəyi bildirir? Onları tapmaq üçün $f(x)$-in verilmiş düsturunda x-in yerinə hansı qiymətləri yazmaq lazımdır?

b) $f(x) = 0$; $f(x) = 2{,}4$; $f(x) = -0{,}9$ bərabərliklərinə görə x-i tapın.

13. Funksiya $p(x) = 2 - 5x^2$ düsturu ilə verilmişdir. Aşağıdakı bərabərliklərdən doğru olanları müəyyən edin:

a) $p(-2) = 18$; **b)** $p(4) = 78$;

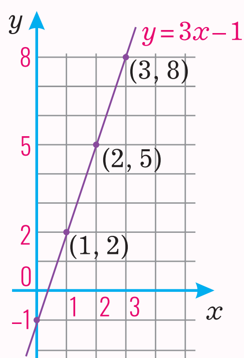
c) $p\left(-\frac{1}{5}\right) = 1\frac{4}{5}$; **d)** $p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-3}{4}$

BÖLMƏ 7

2 Xətti funksiya

Xətti funksiya – $\boldsymbol{y = ax + b}$ düsturu ilə verilən funksiyadır (burada a və b ədədlərdir). a bucaq əmsalı, b sərbəst əmsaldır.

Xətti funksiyanın qrafiki **düz xətdir**.



ŞƏKİL 4

MİSAL: $y = 3x - 1$ funksiyasının qrafikini qurun.

HƏLLİ: Funksiyanın qrafikini qurmaq üçün verilmiş düsturu ödəyən ədədlər cütü yazaq və ya cədvəl tərtib edək:

x	0	1	2	3
y	-1	2	5	8

Ədədlər cütü:
$\{(0, -1), (1, 2), (2, 5), (3, 8)\}$

Bu ədədlər cütünə uyğun nöqtələr düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd edək və xətlə birləşdirək (şəkil 4). Alınan qrafik **düz xətt** oldu.

QEYD: Düz xəttin çəkilməsi aksiomuna görə iki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçirmək mümkündür. Ona görə də xətti funksiyanın qrafikini qurarkən arqumentin iki qiymətində funksiyanın qiymətini qeyd etmək kifayətdir.

Aksiom: İki nöqtədən bir və yalnız bir düz xətt keçir.

Düzbucaqlı koordinat sistemində $y = ax + b$ funksiyasının qrafiki olan düz xətt absis və ordinat oxlarından heç olmasa birini kəsir.

Düz xəttin OX və OY oxlarını kəsdiyi nöqtələrin koordinatını müəyyən etmək üçün:

1) *OX oxunu kəsdiyi nöqtəni tapmaq üçün bərabərlikdə $y = 0$ yazıb x-i tapırıq:* $(x, 0)$

2) *OY oxunu kəsdiyi nöqtəni tapmaq üçün bərabərlikdə $x = 0$ yazıb y-i tapırıq:* $(0, y)$.

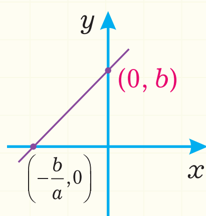
Doğrudan da,

$x = 0$ olduqda, $y = ax + b = a \cdot 0 + b = b$. Onda $(0, b)$.

$y = 0$ olduqda, $y = ax + b$

$0 = ax + b$

$ax = -b$ və $x = -\frac{b}{a}$, Onda $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$.



ŞƏKİL 5

Beləliklə, $y = ax + b$ funksiyasının qrafiki OX (absis) oxunu $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ nöqtəsində, OY (ordinat) oxunu isə $(0, b)$ nöqtəsində kəsir (şəkil 5).

MİSAL: $y = 2x - 3$ funksiyasının qrafiki absis və ordinat oxlarını hansı nöqtədə kəsir?

HƏLLİ: Absis (OX) oxu üzərində yerləşən bütün nöqtələrin ordinatı sıfırdır. Ona görə də $y = 0$ olduqda $y = 2x - 3$ bərabərliyindən x-i tapsaq:

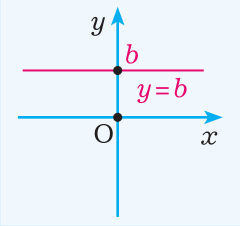
$2x - 3 = 0$ və $x = 1{,}5$ alarıq. Deməli, $y = 2x - 3$ funksiyasının qrafiki absis oxunu $(1{,}5;\ 0)$ nöqtəsində kəsir.

Ordinat (OY) oxu üzərində yerləşən bütün nöqtələrin absisi sıfırdır. Ona görə də $x = 0$ olduqda $y = 2x - 3$ bərabərliyindən y-i tapsaq: $y = -3$ alarıq. Deməli, $y = 2x - 3$ funksiyasının qrafiki ordinat oxunu $(0;\ -3)$ nöqtəsində kəsir.

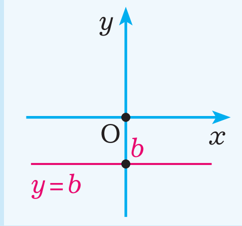
Cavab: $(1{,}5;\ 0)$ və $(0;\ -3)$.

$y = ax + b$ bərabərliyində $a = 0$ olduqda, $y = b$ şəklində sabit funksiya alınır. $y = b$ funksiyasının qrafiki düzbucaqlı koordinat sistemində $(0;\ b)$ nöqtəsindən keçən və OX oxuna paralel olan düz xətdir (şəkil 6).

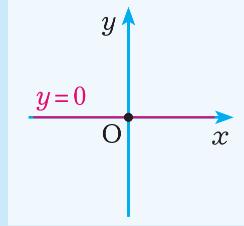
$y=b$ $(b>0)$ funksiyası



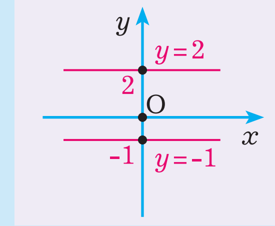
$y=b$ $(b<0)$ funksiyası



$y=0$ $(b=0)$ funksiyası



NÜMUNƏ: $y=2$ və $y=-1$

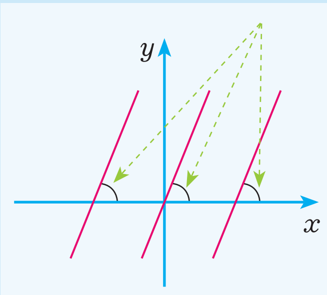


ŞƏKİL 6

$y = ax + b$ funksiyasının qrafiki $a > 0$ olduqda OX oxunun müsbət istiqaməti ilə iti bucaq (şəkil 7) və ya $a < 0$ olduqda kor bucaq əmələ gətirir (şəkil 8).

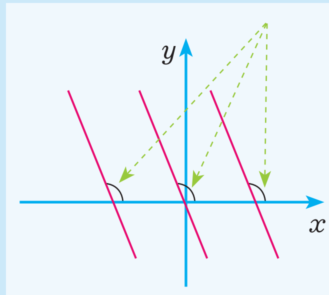
Şəkil 9-da nümunələrə görə a əmsalının işarəsini və qrafikin OX oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın növünü araşdırın.

İti bucaq: $a>0$

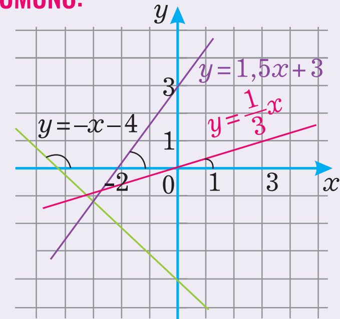


ŞƏKİL 7

Kor bucaq: $a<0$



ŞƏKİL 8



ŞƏKİL 9

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı düsturla verilmiş funksiyalardan hansılar $y = ax + b$ şəklində xətti funksiyadır? Nə üçün? Hər bir xətti funksiyada a və b-ni müəyyən edin.

a) $y = x - 3$; b) $y = -7x$; c) $y = x^2 + 6$; d) $y = 10$; e) $y = \frac{x}{5} - 1$.

2. a) Düzbucaqlı koordinat sistemində absisi 5 olan nöqtələri ardıcıl parçalarla birləşdirsəniz, hansı fiqur alınar? Bu halda alınmış qrafiki hansı düsturla vermək olar?

b) $y = -2$ sabit funksiyasının qrafikinə aid olan nöqtələr hansı fiquru əmələ gətirir?

3. a) $y = x + 2$ funksiyasının qrafikini qurun. Qrafikə əsasən $M(0; 2)$, $N(1; 3)$, $A(-1; 1)$, $B(-4{,}7; -2{,}7)$, $C\left(-2\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nöqtələrinin həmin qrafikin üzərində yerləşib yerləşmədiyini müəyyən edin.

b) Qrafik qurmadan bu nöqtələrin $y = x + 2$ funksiyasının qrafikinə aid olub-olmadığını necə müəyyən etmək olar?

4. Həndəsə: Kvadratın perimetri və sahəsi düsturlarının hər ikisi kvadratın tərəfinin uzunluğundan asılı funksiyadır. Aşağıdakı cədvəllərdə verilən məlumatlara görə bu funksiyaların hansının xətti funksiya olduğunu müəyyən edin və funksiyanı düsturla yazın:

a)

Tərəfin uzunluğu, a	1	2	3	4	5
Perimetr, p	4	8	12	16	20

b)

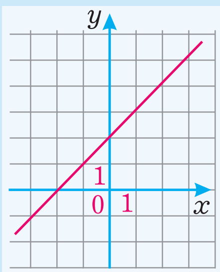
Tərəfin uzunluğu, a	1	2	3	4	5
Sahə, s	1	4	9	16	25

5. Verilmiş xətti funksiyalar üçün qiymətlər cədvəli tərtib edin. Bu funksiyaların qrafiklərinin hansı rüblərdə yerləşdiyini söyləyin.

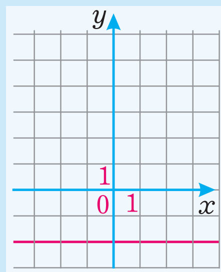
a) $y = 2x + 1$; b) $y = -3x$; c) $y = \frac{1}{5}x - 1$; d) $y = 7 - 1{,}5x$.

Bu funksiyaların qrafiki OX və OY oxlarını hansı nöqtələrdə kəsir?

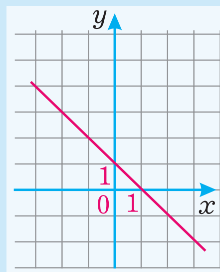
6. Şəkil 10-da verilmiş qrafiklərə əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlər cədvəlini tərtib edin və funksiyanın düsturunu verin. Hər bir hal üçün qrafiklər OX oxunun müsbət istiqaməti ilə necə bucaq əmələ gətirir?



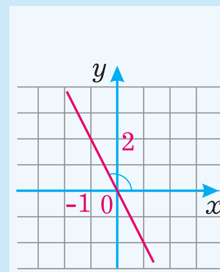
ŞƏKİL 10, a



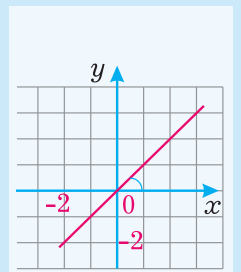
ŞƏKİL 10, b



ŞƏKİL 10, c



ŞƏKİL 10, d



ŞƏKİL 10, e

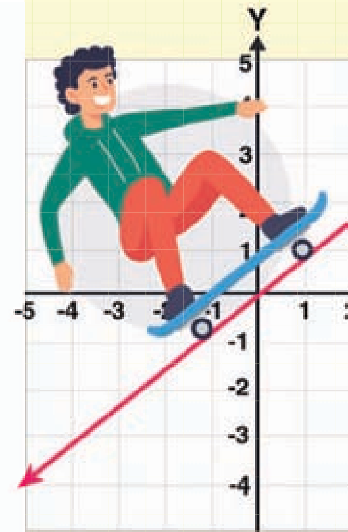
7. Absisi “0”-a bərabər olan nöqtələr hansı düz xətti əmələ gətirir? Bəs ordinatı “0” olan nöqtələrin hansı düz xətti əmələ gətirdiyini deyə bilərsiniz? Həmin düz xətləri düsturla verin.

8. $y = kx$ funksiyası $y = kx + l$ funksiyasının xüsusi halıdır:

a) Hansı nöqtə k-nın qiymətindən asılı olmayaraq həmişə $y = kx$ funksiyasının qrafiki üzərində yerləşir?

b) Düz mütənasib asılılığın qrafikini qurarkən neçə nöqtənin koordinatlarını bilmək kifayətdir? Sizcə, bu nöqtələrdən birinin hansı nöqtə götürülməsi məsləhətdir?

9. Camal xətti funksiyanın qrafikini araşdıraraq aşağıdakı təklifləri müəyyən etdi. Onun fikirlərinə münasibətinizi bildirin. Hansı təklifin doğru, hansının yanlış olduğunu əsaslandırın.



a) $y = 5x + 2$ funksiyasının qrafiki ordinat oxunu $(0; 2)$ nöqtəsində kəsir;

b) $y = -3x - 1$ funksiyasının qrafiki absis oxunun müsbət istiqaməti ilə kor bucaq əmələ gətirir və ordinat oxunu kəsmir;

c) $y = \frac{3x-4}{2}$ və $y = 1{,}5x - 2$ funksiyalarının qrafikləri üst-üstə düşür;

d) $y = \frac{6x-10}{5}$ və $y = \frac{-6+7x}{3}$ funksiyalarının hər ikisinin qrafiki OY oxunu eyni nöqtədə kəsir.

10. $y = -0{,}5x + 3$ funksiyası üçün:

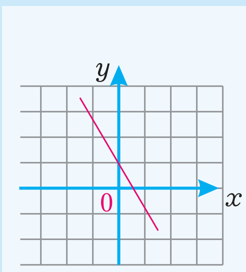
a) $x = -12$ olduqda, y-in qiymətini,

b) $y = -1$ olduqda, x-in qiymətini tapın.

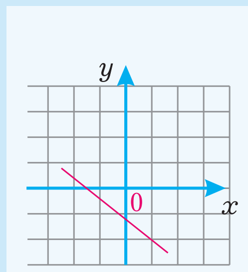
11. $y = kx + 2$ funksiyasının qrafikinin: **a)** $M(-2; 4)$; **b)** $N(5; 2)$ nöqtəsindən keçdiyi məlumdursa, k – bucaq əmsalının qiymətini tapın.

12. $y = -3x + b$ funksiyasının qrafiki: **a)** $A(-7; -12)$; **b)** $B(3; -7)$ nöqtəsindən keçdiyi məlumdursa, b sərbəst əmsalının qiymətini tapın.

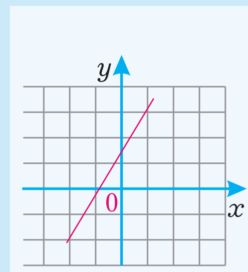
13. Şəkil 11-də təsvir olunmuş $y = kx + l$ xətti funksiyalar üçün k və l-in işarəsini müəyyən edin:



ŞƏKİL 11, a



ŞƏKİL 11, b



ŞƏKİL 11, c

Özünüzü yoxlayın

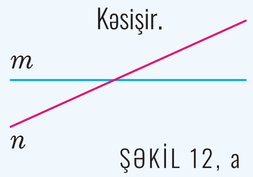


BÖLMƏ 7

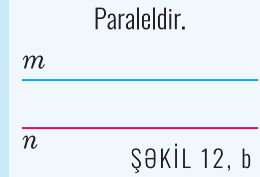
3 Xətti funksiyaların qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyəti

İki düz xətt aşağıdakı kimi üç qarşılıqlı vəziyyətdə ola bilər (şəkil 12 a, b, c):

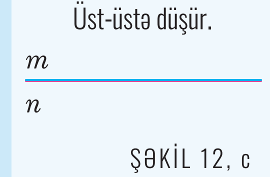
Yada salın:
İki düz xətt hansı qarşılıqlı vəziyyətlərdə ola bilir?



ŞƏKİL 12, a



ŞƏKİL 12, b

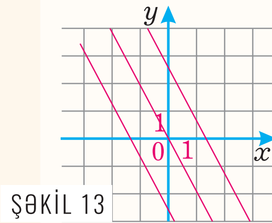


ŞƏKİL 12, c

Düz xətləri çəkmədən düsturlara görə onların qarşılıqlı vəziyyəti haqqında fikir söyləmək olar. Düsturla verilmiş iki $y = a_1x + b_1$ və $y = a_2x + b_2$ düz xətlərinin müxtəlif qarşılıqlı vəziyyətlərində a_1 və a_2, b_1 və b_2 ədədlərinin qiymətlərini nəzərdən keçirək:

DÜZ XƏTLƏR PARALELDİR

$a_1 = a_2$, $b_1 \neq b_2$ olduqda $y = a_1x + b_1$ və $y = a_2x + b_2$ düz xətləri paralel olur (şəkil 13).

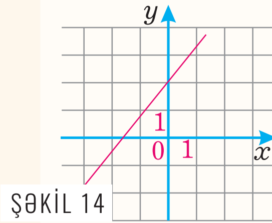


ŞƏKİL 13

NÜMUNƏ:
$y = -2x + 2$, $y = -2x$,
$y = -2x - 1$
düz xətləri paraleldir.

DÜZ XƏTLƏRİ ÜST-ÜSTƏ DÜŞÜR

$a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$ olduqda $y = a_1x + b_1$ və $y = a_2x + b_2$ düz xətləri üst-üstə düşür (şəkil 14).

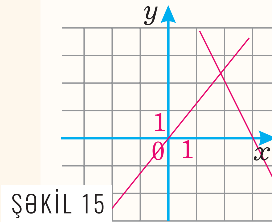


ŞƏKİL 14

NÜMUNƏ:
$y = 5x + 2$, $y = 2 + 5x$,
düz xətləri üst-üstə düşür.

DÜZ XƏTLƏRİ KƏSİŞİR

$a_1 \neq a_2$ olduqda $y = a_1x + b_1$ və $y = a_2x + b_2$ düz xətləri bir nöqtədə kəsişir . Burada b_1 və b_2 fərqli və ya eyni ola bilər (şəkil 15).



ŞƏKİL 15

NÜMUNƏ:
$y = 7x + 1$, $y = 6x$,
$y = -3x + 4$, $y = x - 3{,}1$
düz xətləri kəsişir.

MİSAL: $y = 2x$, $y = -2x$, $y = 2 + x$, $y = 3x + 1$, $y = 2x - 5{,}2$, $y = x + 2$ və $x + 2 - y = 0$ xətti funksiyalarının qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

HƏLLİ: Düsturla verilmiş xətti funksiyaların tənliklərində x bucaq əmsallarını və sərbəst əmsalları araşdıraq:

1) $y = 2x$ və $y = 2x - 5{,}2$ funksiyalarının qrafikləri paraleldir, çünki hər iki tənlikdə bucaq əmsalları eynidir: 2.

2) $y = 2 + x$, $y = x + 2$ və $x + 2 - y = 0$ funksiyalarının qrafikləri üst-üstə düşür, çünki bu tənliklərdə həm bucaq əmsalları və həm də sərbəst əmsallar eynidir. Burada $x + 2 - y = 0$ tənliyini $y = x + 2$ şəklində yazmaq olar.

3) $y = -2x$ və $y = 3x + 1$ funksiyalarının qrafikləri digər funksiyaların qrafikləri ilə və bir-biri ilə kəsişir.

ÇALIŞMALAR

1. Funksiyaların qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

a) $y = 3x$ və $y = 3x + 5$; b) $y = x + 5$ və $y = -3x + 1$;

c) $y = 7x + 1$ və $y = -7x - 1$; d) $y = x - 11$ və $y = \dfrac{0{,}1x - 1{,}1}{0{,}1}$.

2. Aşağıda verilmiş funksiyaların qrafiklərinin paralel olduğunu söyləmək olarmı? Nə üçün?

a) $y = \frac{15}{3}x + 2$ və $y = 5x - 2$; b) $y = \frac{10}{15}x - 1$ və $y = \frac{2}{3}x - 3$;

c) $y = x + 4$ və $y - x = 4$; d) $y = \frac{5}{6}x + 7$ və $y = \frac{6}{5}x + 7$.

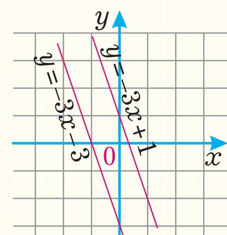
3. y funksiyası x dəyişənindən düz mütənasib asılı $y = kx$ şəklində funksiyadır. Aşağıda verilmiş hallar üçün k əmsalını tapın və funksiyanın düsturunu yazın. Alınan düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətlərini deyin.

a) $x = 8,\ y = 14$; b) $x = -3,\ y = 9$; c) $x = 5,\ y = 12$;

d) $x = -8,\ y = -6$; e) $x = 1{,}5,\ y = 6$; f) $x = 2{,}5,\ y = 7$;

g) $x = 9,\ y = -1{,}8$; h) $x = -0{,}5,\ y = 3$; m) $x = 4,\ y = -3$.

4. Verilmiş qrafiklərin (şəkil 16, a, b, c) qurulmasında səhv varmı? Sizcə, bu qrafiklər necə yerləşməli idi? Cavabınızı qurmanı düzgün yerinə yetirməklə əsaslandırın.



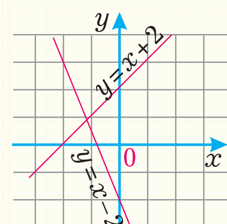
ŞƏKİL 16, a

5. Aşağıdakı funksiyaların qrafiklərini eyni düzbucaqlı koordinat sistemində qurun və onların qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin. Hər bir hal üçün bucaq əmsallarını müqayisə edin.

a) $f(x) = -3x + 7$ və $g(x) = 0{,}5x - 2{,}5$; b) $y = x + 9$ və $y = x - 7$;

c) $h(x) = 1 - x$ və $g(x) = x - 4$; d) $y = -x + 5$ və $y = 0{,}2 - x$.

Bucaq əmsalları müxtəlif olan düz xətlər hansı vəziyyətdə yerləşir? Bəs x-in əmsalları eyni olan düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti haqqında nə deyə bilərsiniz?



ŞƏKİL 16, b

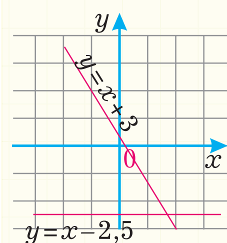
6. Verilmiş bərabərliklərdə ulduzun yerinə elə ədəd yazın ki, alınmış funksiyaların qrafikləri:

1) paralel olsun; **2)** kəsişsin; **3)** üst-üstə düşsün (əgər mümkünsə).

a) $y = *x$ və $y = *x + 5$; b) $y = *x + 19$ və $y = -*x + 9$;

c) $y = *x + 0{,}4$ və $y = -*x + 0{,}4$; d) $y = *x - 1{,}5$ və $y = x - 1{,}5$;

e) $y = \frac{1}{*}x + 5$ və $y = *x - *$; f) $y = *x - 7$ və $y = \frac{*}{5}x + \frac{6}{5}$.



ŞƏKİL 16, c

BÖLMƏ 7

4 İkidəyişənli xətti tənlik və onun qrafiki

I. İKİDƏYİŞƏNLİ XƏTTİ TƏNLİK

$\boldsymbol{ax + by = c}$ şəklində verilmiş tənliyə **ikidəyişənli xətti tənlik** deyilir.

Burada a və b dəyişənlərin əmsalları, c sərbəst əmsal, x və y isə dəyişəndir. Məsələn, $2x - 3y = 5$ ikidəyişənli xətti tənlikdir: $a = 2$, $b = -3$, $c = 5$.

DİQQƏT: İkidəyişənli xətti tənliyin dərəcəsi 1-dir.

Dəyişənlərin ikidəyişənli xətti tənliyi doğru bərabərliyə çevirən qiymətlər cütü həmin tənliyin **köküdür**.

$ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyin kökü (x, y) cütü şəklində yazılır. İkidəyişənli xətti tənliyin sonsuz sayda kökü var.

Məsələn, $2x - 3y = 5$ ikidəyişənli xətti tənliyin köklərindən biri $(1, -1)$-dir. Çünki $x = 1$ və $y = -1$ olduqda, $2x - 3y = 2 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 2 + 3 = 5$ alınır.

Yadda saxlayın: İkidəyişənli xətti tənlikdə bir dəyişəni digəri ilə ifadə etmək mümkündür. Alınan tənlik ilkin tənliklə eynigüclüdür.

MİSAL: $5x - 2y = 8$ tənliyində:

1) y dəyişənini x ilə ifadə edin.
2) x dəyişənini y ilə ifadə edin.
3) $5x - 2y = 8$ tənliyinin kökü haqqında nə demək olar?

HƏLLİ:

1) $5x - 2y = 8$, bərabərliyin hər tərəfindən $5x$-i çıxaq,
$5x - 2y - 5x = 8 - 5x$, oxşar hədləri islah edək,
$-2y = 8 - 5x$, bərabərliyin hər tərəfini -2-yə bölək,
$-2y : (-2) = (8 - 5x) : (-2)$,
$y = 2{,}5x - 4$ bərabərlik y-in x-lə ifadəsidir.

2) $5x - 2y = 8$, bərabərliyin hər tərəfinə $2y$-i əlavə edək,
$5x - 2y + 2y = 8 + 2y$, oxşar hədləri islah edək,
$5x = 8 + 2y$, bərabərliyin hər tərəfini 5-ə bölək,
$5x : 5 = (8 + 2y) : 5$,
$x = 1{,}6 + 0{,}4y$ bərabərlik x-in y-lə ifadəsidir.

3) $5x - 2y = 8$ tənliyinin kökü tənliyi doğru bərabərliyə çevirən istənilən ədədlər cütü ola bilər. Belə ki x dəyişəninin yerinə hər hansı ədəd yazılır və y-in qiyməti tapılır. Alınan ədədlər cütü (x, y) şəklində yazılır. Bu cüt verilmiş tənliyin kökü olur.

Məsələn, $x = 1$ olarsa, $5 \cdot 1 - 2y = 8$ və $y = -1{,}5$ olar. Deməli, $(1; -1{,}5)$ cütü $5x - 2y = 8$ tənliyinin köküdür.

Burada y dəyişəninin yerinə hər hansı ədəd yazıb x-in qiymətini də tapmaq olar.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş tənliklər ikidəyişənli xətti tənlikdirmi?

a) $3x - y = 11$; b) $xy + x = -8$; c) $m - 2n = 9$;

d) $2 = 3x + 10y$; e) $12x + 6y = 0$; f) $s + 3t = -2$;

g) $8x^2 - 4y = 5$; h) $0{,}6x - 4y = -3$.

$ax + by = c$ şəklində verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklərdə a, b və c əmsallarını göstərin.

2. Cədvəldə x və y dəyişənlərinin qiymətləri verilmişdir.

x	–5	–4	–3	–2	0	4
y	0	3	4	–3	–5	–3

Bu ədədlər cütündən hansı:

a) $2x + y = -5$; b) $x + 3y = -5$ tənliyinin köküdür?

3. $(3;-10)$; $(-3; 12)$; $(0{,}1; 11)$; $(1; 2)$; $(2; 1)$ cütlərindən hansı $10x + y = 12$ tənliyinin köküdür?

4. Kökü: a) $x = 3$; $y = 1{,}5$; b) $x = 0{,}7$; $y = -5$ olan hər hansı ikidəyişənli xətti tənlik tərtib edin. Həmin tənliklərin digər bir neçə kökünü yazın.

5. Verilmiş tənliklərdə y dəyişənini x ilə ifadə edin. Hər tənliyin hər hansı kökünü yazın.

a) $4x + 2y = 7$; b) $-5x + y = -12$; c) $x + 15y = -30$;

d) $3y - 14x = 21$; e) $4x - 5y = 20$; f) $-x - y = 0$.

6. Verilmiş tənliklərdə x dəyişənini y ilə ifadə edin. Hər tənliyin hər hansı kökünü yazın.

a) $4x + 2y = 7$; b) $-5x + y = -12$; c) $x + 15y = -30$;

d) $3y - 14x = 21$; e) $4x - 5y = 20$; f) $-x - y = 0$.

7. $x + 2y = 11$ tənliyinin eyni iki ədəddən ibarət olan kökünü müəyyən edin.

8. $ax + 2y = 8$ tənliyinin köklərindən biri $(2; 1)$ cütü olarsa, a əmsalını müəyyən edin. Həmin tənlikdə $x = 5$ olduqda y-in qiymətini hesablayın.

9. Gəminin ikiyerlik və üçyerlik kayutlarına 250 nəfər şərnişin elə yerləşdirildi ki, boş yer qalmadı. Gəmidə neçə ikiyerlik və neçə üçyerlik kayut olduğunu müəyyən edin.

10. Bir manat pulu xırdaladıqda bir neçə 20 qəpiklik və 10 qəpiklik xırda pul alındı. Sizcə, onların hər birinin sayı nə qədər ola bilər? Mümkün halları araşdırın.

11. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklərdən eynigüclü olanları yazın.

a) $2x + 5y = 12$; b) $2y + 5x = 12$;

c) $y = -0{,}4x + 2{,}4$; d) $x = 6 - 2{,}5y$.

12. Verilmiş bərabərlikləri ikidəyişənli xətti tənlik şəklində ($ax + by = c$) yazın:

a) $y = \frac{6x-11}{7}$; b) $y = \frac{3x}{5} + \frac{2}{5}$; c) $x = \frac{-y+9}{12}$; d) $x = \frac{y}{4} - \frac{11}{12}$.

II. İKİDƏYİŞƏNLİ XƏTTİ TƏNLİYİN QRAFİKİ

Koordinat müstəvisində koordinatları $ax + by = c$ tənliyinin kökü olan nöqtələr çoxluğunun əmələ gətirdiyi düz xəttə bu **tənliyin qrafiki** deyilir.

- $a = 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ olarsa, $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyindən $by = c$ və $y = \frac{c}{b}$ alınar. Bu halda alınan düz xətt OY oxunu $(0; \frac{c}{b})$ nöqtəsində kəsən və OX oxuna paralel olan düz xətdir.
- $b = 0$, $a \neq 0$, $c \neq 0$ olarsa, $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyində $ax = c$ və $x = \frac{c}{a}$ alınar. Bu halda alınan düz xətt OX oxunu $(\frac{c}{b}; 0)$ nöqtəsində kəsən və OY oxuna paralel olan düz xətdir.

$ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyində a və b əmsallarından, heç olmazsa, biri sıfırdan fərqli olmalıdır.

$ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyində y dəyişənini x ilə ifadə etdikdə:

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ bərabərliyini alarıq. Burada $b \neq 0$ olduqda $k = -\frac{a}{b}$ və $l = \frac{c}{b}$ işarə etsək, $y = kx + l$ xətti funksiyasını alarıq.

Beləliklə, $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyin qrafiki $y = kx + l$ funksiyasının qrafikidir.

Xüsusi halda $c = 0$ olarsa, $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyində $ax = -by$ və $y = \frac{-b}{a}x$ alınar. Bu halda alınan düz xətt düz mütənasiblikdir.

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıda verilmiş nöqtələr $3x + 4y = 12$ tənliyinin qrafikinə aiddirmi?

a) A(1; 3); **b)** B(0,4; 0); **c)** C(0; 3);
d) D(3; 1); **e)** E(–6; 7,5).

2. Bir nöqtənin koordinatları bir neçə tənliyin kökü ola bilərmi? Bu halda həmin tənliklərin qrafikləri hansı vəziyyətdə yerləşmiş olar?

a) $3x - y = -5$; $-x + 10y = 21$; $11x + 21y = 31$
tənliklərinin hər üçünün qrafiki A(–1; 2) nöqtəsindən keçirmi? Nə üçün?

b) $0,2x + 3y = 4,5$; $-x + 4y = 6$; $5x - 2y = -3$
tənliklərinin hər üçünün qrafikinə aid olan nöqtə varmı? Əgər varsa, bu nöqtəni müəyyən edin.

3. Aşağıda verilmiş tənliklərin qrafiklərini qurun:

a) $2x - y = 6$; **b)** $x + 6y = 0$; **c)** $1,6x = -6,4$;
d) $1,5x + 2y = 3$; **e)** $0,5x - y = 1$; **f)** $5,4y = 10,8$.
g) $x - y - 2 = 0$; **h)** $2(x - y) + 3y = 4$; **m)** $2x = y + 4$.

4. a) $24x - 15y = 42$ tənliyinin qrafikinin A(3; $2a$) nöqtəsindən keçdiyi məlumdursa, a-nı tapın.

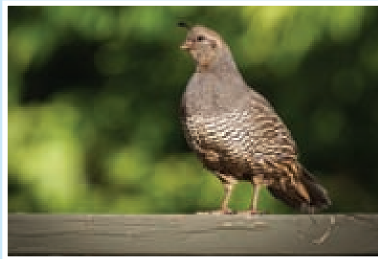
b) $6x + 9y = -21$ tənliyinin qrafikinin B(a; – 5) nöqtəsindən keçdiyi məlumdursa, a-nı tapın.

5. Bağçada bir neçə dovşan və kəklik var. Onların ayaqlarının sayı 24-dür. Bağçada neçə dovşan və neçə kəklik ola bilər?

a) Məsələni həll etmək üçün ikidəyişənli xətti tənlik qurun və mümkün cavabları qeyd edin.

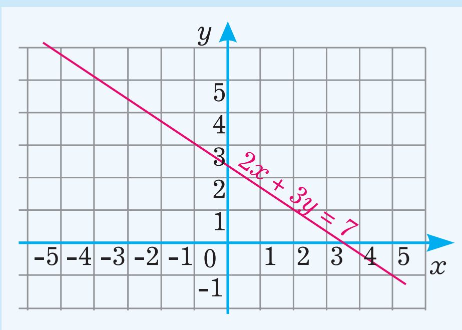
b) Alınan xətti funksiyanın qrafikini qurun.





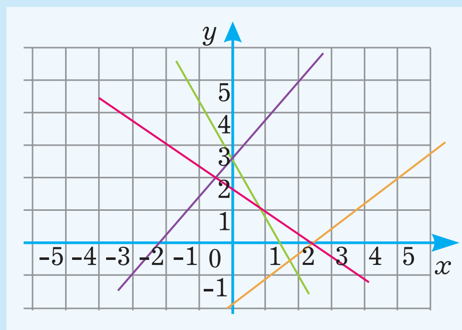
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1. Qrafikə görə $2x + 3y = 7$ tənliyinin OX və OY oxları ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın (şəkil 17).



ŞƏKİL 17

ŞƏKİL 18



2. Şəkil 18-də verilmiş düz xətlərlə aşağıda verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklər arasındakı uyğunluğu müəyyən edin:

a) $2x + 3y = 5$; **b)** $2x - 3y = 5$; **c)** $2y + 3x = 5$; **d)** $2y - 3x = 5$.

3. $4x - 9y = 9y + 4x - 7$ tənliyinin kökü haqqında fikirlərinizi söyləyin.

4. Şagird 5 dəftər və 6 qələmə 2 manat 10 qəpik pul xərclədi. Dəftər 30 qəpikdirsə, qələmin qiyməti neçə qəpik olar?

5. $x = 4$ və $x = -2$ tənlikləri ilə verilmiş xətləri qurun. Alınan xətlər haqqında fikirlərinizi söyləyin.

6. Düzbucaqlı koordinat sistemində: $x + y = 1$, $x - y = 1$, $y - x = 1$ və $-x - y = 1$ tənliklərinin qrafiklərini qurun. Bu qrafiklərin hüdudlandırdığı fiqur haqqında fikirlərinizi deyin.

Özünüzü yoxlayın



7. Düzbucaqlı koordinat sistemində $x + y = 3$ və $x - 2y = -3$ tənliklərinin qrafikini qurun. Alınan düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını yazın.

8. Usta 3 gün, şagirdi isə 2 gün işləyərək birlikdə 400 detal hazırladılar. Onlardan hər biri neçə detal hazırlayar (mümkün bir cavab yazın)?

a) Məsələnin həlli üçün ikidəyişənli xətti tənlik qurun.

b) Aşağıda verilmiş köklərdən hansının məsələnin kökü olduğunu araşdırın:

1) (100; 50); **2)** (30; 155); **3)** (270; 130); **4)** (90; 65).

İPUCU:
$y = 4n$ qəbul edin.

9*. $8x + 14y = 32$ tənliyinin kökünün tam ədədlər olduğunu bilərək araşdırın.

XƏTTİ TƏNLİKLƏR SİSTEMİ

BÖLMƏ 8

İki və daha çox tənliyin birlikdə yazılışı onların sistem şəklində yazılışıdır. Bu bölmədə bəzi tənliklər sisteminin həlli üsullarını sizə təqdim edirik.





Tənliklər sisteminin ən sadəsi ikidəyişənli xətti tənliklər sistemidir. Tənliklər sistemini həll edərkən düz xətlərin qrafikinlərinin qarşılıqlı vəziyyətlərini, bir dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsini, tənliklərin tərəf-tərəfə toplanmasını tətbiq etməklə hansı üsulun daha əlverişli olduğuna siz qərar verəcəksiniz. Bir çox situasiya məsələlərini tənliklər sistemi qurmaqla həll etməyi bacaracaqsınız.

BÖLMƏ 8

1 İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi

DİQQƏT:
Qısa olaraq **xətti tənliklər sistemi** deyəcəyik.

İki və daha çox ikidəyişənli xətti tənliyin birlikdə yazılması **ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi** əmələ gətirir.

Məsələn: $x + 3y = -4$ və $x + y = 0$ xətti tənliklərinin sistem şəklində yazılışı belədir: $\begin{cases} x+3y=-4 \\ x+y=0 \end{cases}$

Ümumi şəkildə **ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi** $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ kimi yazılır.

Burada a_1, b_1, a_2, b_2 ədədləri əmsallar, c_1 və c_2 sərbəst hədlər (əmsallar), x və y isə dəyişənlərdir.

Xətti tənliklər sisteminin hər iki tənliyini doğru bərabərliyə çevirən $(x; y)$ ədədlər cütünə ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin **kökü** deyilir.

Tənliklər sistemini həll etmək onun bütün köklərini tapmaq və ya kökünün olmadığını göstərmək deməkdir.

Məlumdur ki, müstəvi üzərində iki düz xətt paralel, kəsişən olur və ya üst-üstə düşür.

$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemində iştirak edən tənliklərin qrafikləri düz xətdir. Onlar 3 qarşılıqlı vəziyyətdə ola bilər: kəsişən, paralel və üst-üstə düşən.

Xətti tənliklər sistemində iştirak edən tənliklərin qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyəti onların əmsallarının nisbəti ilə əlaqəlidir.

Bu əlaqə aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir:

	Əmsalların nisbəti	Köklərin sayı	İzahat	Qrafiklərin qarşılıqlı vəziyyəti
Uyğun əmsalların nisbəti fərqlidir.	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Tənliklər sisteminin yeganə (bir) kökü var.	Sistemin tənliklərinin qrafikləri bir nöqtədə kəsişir.	y, x
Uyğun əmsalların nisbəti eynidir, sərbəst hədlərin nisbəti isə fərqlidir.	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	Tənliklər sisteminin kökü yoxdur.	Sistemin tənliklərinin qrafikləri paraleldir.	y, x
Uyğun əmsalların və sərbəst hədlərin nisbəti eynidir.	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	Tənliklər sisteminin sonsuz sayda kökü var.	Sistemin tənliklərinin qrafikləri üst-üstə düşür.	y, x

MİSAL: Verilmiş tənliklər sisteminin neçə kökü olduğunu müəyyən edin:

a) $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 5x-y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+5y=1 \\ 4x+10y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x-6y=9 \\ 2x-3y=4{,}5 \end{cases}$

HƏLLİ: a) $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 5x-y=2 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemində uyğun əmsalların nisbətini tapaq:

$\frac{a_1}{a_2}=\frac{3}{5}=0{,}6$, $\frac{b_1}{b_2}=\frac{2}{-1}=-2$. Göründüyü kimi, $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ olduğuna görə verilmiş xətti tənliklər sisteminin yeganə kökü var, yəni sistemdəki xətti tənliklərin qrafikləri bir nöqtədə kəsişir.

b) $\begin{cases} 2x+5y=1 \\ 4x+10y=5 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemində uyğun əmsalların nisbətini tapaq:

$\frac{a_1}{a_2}=\frac{2}{4}=0{,}5$, $\frac{b_1}{b_2}=\frac{5}{10}=0{,}5$, $\frac{c_1}{c_2}=\frac{1}{5}=0{,}2$. Göründüyü kimi, $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ olduğuna görə verilmiş xətti tənliklər sisteminin kökü yoxdur, yəni sistemdəki xətti tənliklərin qrafikləri bir-birinə paraleldir.

c) $\begin{cases} 4x-6y=9 \\ 2x-3y=4{,}5 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemində uyğun əmsalların nisbətini tapaq:

$\frac{a_1}{a_2}=\frac{4}{2}=2$, $\frac{b_1}{b_2}=\frac{-6}{-3}=2$, $\frac{c_1}{c_2}=\frac{9}{4{,}5}=2$. Burada $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ olduğuna görə verilmiş xətti tənliklər sisteminin sonsuz sayda kökü var, yəni sistemdəki xətti tənliklərin qrafikləri üst-üstə düşür.

QEYD:

Tənliklər sisteminin neçə kökü olmasını sistemə daxil olan hər bir tənliyi $y = kx + b$ şəklində yazmaqla təyin etmək olar. Bu zaman k və b ədədləri araşdırılır.



ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənlikləri sistem şəklində göstərin:

a) $x - 4y = 1$ və $2x + y = 0$; b) $a + 7b = -1$ və $b - 3a = 2$;

c) $z + t = 9$ və $2t + z = -3$; d) $m - n = 10$ və $n - 2m = 0$.

Alınmış tənliklər sistemində uyğun əmsalları və sərbəst hədləri yazın.

2. Verilmiş xətti tənliklər sistemində əmsalları və sərbəst hədləri yazın:

a) $\begin{cases} 2x+5y=-1 \\ -7x+y=2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 0{,}5x+3{,}1y=4 \\ x+1{,}2y=1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3y=3x-2 \\ 6x=y+5 \end{cases}$.

3. (1; 3) cütü $\begin{cases} 3x-4y=-9 \\ 5x+2y=17 \end{cases}$ tənliklər sisteminin hər iki tənliyini doğru bərabərliyə çevirirmi? Cavabınızı əsaslandırın.

4. a) $x = 3$; $y = 1$; b) $x = 2$, $y = 2$ ədədlər cütü $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=2 \end{cases}$ tənliklər sisteminin köküdürmü? Bunu necə yoxladığınızı izah edin.

5. Verilmiş xətti tənliklər sistemində hər iki tənlikdə y dəyişənini x ilə ifadə edin. Alınan bərabərliklərə görə qrafiklərin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin:

a) $\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x-y=5 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} 1{,}5x+4{,}2y=-1 \\ 10x-7y=4{,}7 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 8x=2y+4 \\ 4x-y=10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$; **e)** $\begin{cases} 5x-1=4 \\ 2x+6y=11 \end{cases}$; **f)** $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-y=9 \end{cases}$; **h)** $\begin{cases} 0{,}6x-y=3 \\ \frac{1}{3}x+\frac{3}{4}y=2 \end{cases}$; **m)** $\begin{cases} \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=8 \\ \frac{3x}{7}=1+\frac{5y}{4} \end{cases}$

6. Kökü: **a)** $x = 5$, $y = -1$; **b)** $m = 0$, $n = 10$ ədədlər cütü olan ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edin.

7. Elə ikidəyişənli xətti tənliklər tərtib edin ki, onların qrafikləri:
a) paralel olsun; **b)** kəsişsin; **c)** üst-üstə düşsün.

8. a-nın hansı qiymətində aşağıda verilmiş tənliklər sisteminin kökü yoxdur?

a) $\begin{cases} ax-y=2 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} 6x-ay=7 \\ 7x-8y=9 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 5x+ay=-5 \\ 4x-12y=15 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 9x+3y=0 \\ ax-8y=-2 \end{cases}$; **e)** $\begin{cases} 4x+\frac{4}{5}y=4 \\ 2x-ay=-20 \end{cases}$; **f)** $\begin{cases} \frac{x}{7}+y=0{,}8 \\ 2x-\frac{ay}{2}=1{,}2 \end{cases}$

9. b-nin hansı qiymətində aşağıda verilmiş tənliklər sisteminin sonsuz sayda kökü olar?

a) $\begin{cases} 10x-by=4 \\ 5x+3y=2 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} 12x+by=15 \\ 4x+8y=5 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 9y+bx=-2 \\ 0{,}5x+7{,}2y=-1{,}6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 9x+by=2{,}7 \\ 5x-3y=1{,}5 \end{cases}$; **e)** $\begin{cases} 0{,}4x+\frac{2}{5}y=-8 \\ x-by=-20 \end{cases}$; **f)** $\begin{cases} \frac{2}{5}x+\frac{1}{7}y=3 \\ bx+\frac{y}{28}=0{,}75 \end{cases}$

10. m-in hansı qiymətində aşağıda verilmiş tənliklər sisteminin yeganə kökü olar?

a) $\begin{cases} mx+8y=12 \\ 18x-3y=-1 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} 5x+my=-6 \\ 9x-18y=20 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 24y+8x=-3 \\ 3x-2my=6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} mx+3y=5 \\ 2x-y=2 \end{cases}$; **e)** $\begin{cases} mx+(m-1)y=3 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$; **f)** $\begin{cases} \frac{7}{15}x+\frac{4}{5}y=12 \\ mx-\frac{3}{8}y=1\frac{4}{5} \end{cases}$

Özünüzü yoxlayın



2 İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin qrafik üsulla həlli

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini bir neçə üsulla həll etmək olur. Onlardan biri ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin **qrafik üsulla** həllidir.

$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemini qrafik üsulla həll etmək üçün tənliklər sistemində iştirak edən hər xətti tənliyin qrafikini qururuq.

Burada aşağıdakı şərtlərə diqqət edilir:

- Əgər alınan qrafiklər kəsişirsə, kəsişmə nöqtəsinin koordinatları tənliklər sisteminin köküdür;
- Əgər qrafiklər paraleldirsə, tənliklər sisteminin kökü yoxdur;
- Əgər qrafiklər üst-üstə düşürsə, tənliklər sisteminin sonsuz sayda kökü var.

MİSAL: $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$ tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin.

HƏLLİ: Sistemin tənliklərinin hər ikisində y-i x ilə ifadə edək:

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = 5 - x \end{cases}$$

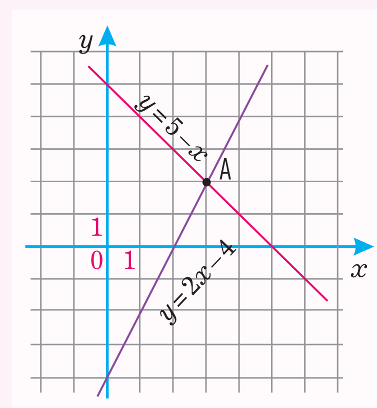
Burada alınan hər iki xətti funksiyanın qrafikini quraq:

1) $y = 2x - 4$

x	y
0	–4
2	0

2) $y = 5 - x$

x	y
0	5
5	0



Şəkil 1

Şəkil 1-dən göründüyü kimi, $y = 2x - 4$ və $y = 5 - x$ tənliklərinin qrafikləri A(3; 2) nöqtəsində kəsişir. Deməli, tənliklər sisteminin kökü (3; 2) cütüdür.

Cavab: (3; 2).

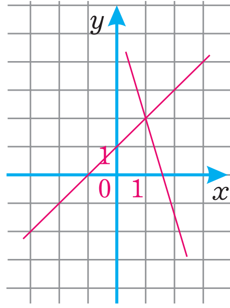
Qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını dəqiq müəyyən etmək bir çox hallarda çətin olduğu üçün ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin qrafik üsulla həlli həmişə əlverişli olmur.

ÇALIŞMALAR

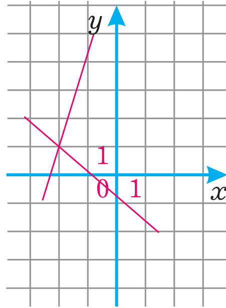
1. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklərdə y dəyişənini x ilə ifadə edin:

a) $5x - y = 12$; b) $-3x + 4y = -7$;
c) $x + 0{,}5y = 9$; d) $1{,}3y - x = 1{,}(7)$.

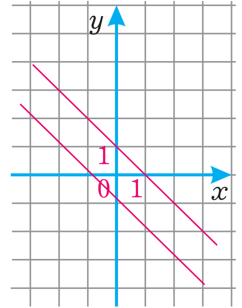
2. Qrafikləri şəkil 2-də verilmiş tənliklər sisteminin kökünü müəyyən edin:



ŞƏKİL 2, a



ŞƏKİL 2, b



ŞƏKİL 2, c

3. Verilmiş $(0; -3)$, $(-2; 0)$, $(-6; 2)$ ədədlər cütünün

a) $\begin{cases} x = y - 8 \\ 4y + 3x = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 11x = y + 3 \\ 2y - 5x = -6 \end{cases}$

xətti tənliklər sisteminin kökü olduğunu necə yoxlaya bilərsiniz?

4. $y = 2x - 3$ və $x + y = 3$ tənlikləri verilmişdir.

a) Bu tənliklərin hər ikisini ödəyən ədədlər cütünü seçmə yolu ilə müəyyən edin. Ədədləri x və y dəyişənlərinin yerinə qoymaqla cavabınızın doğruluğunu yoxlayın.

b) Bu tənliklərin qrafiklərini qurun və onların kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını yazın.

Aldığınız ədədlər cütü seçdiyiniz ədədlərlə eyni oldumu?

5. Verilmiş tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin.

a) $\begin{cases} y = 2x \\ y - x = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -3x \\ y - x = -4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 4x \\ 3x - y = -1 \end{cases}$

6. Sistemə daxil olan hər tənliyin qrafikinin OX və OY oxları ilə kəsişmə nöqtələrini qeyd edin və düz xətlə birləşdirin. Alınmış düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

7. Elə ikidəyişənli xətti tənlik tərtib edin ki, onun köklərindən biri $5x + y = 2$ tənliyinin qrafikinin OX oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatları olsun.

8. Elə ikidəyişənli xətti tənlik tərtib edin ki, onun köklərindən biri $4x - y = 5$ tənliyinin qrafikinin OY oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatları olsun.

9. Elə ikidəyişənli xətti tənlik tərtib edin ki, həmin tənliyin $-x - 2y = 6$ tənliyi ilə birlikdə əmələ gətirdiyi sistemin:

a) bir kökü olsun; b) sonsuz sayda kökü olsun;

c) kökü olmasın.

10. Elə ikidəyişənli xətti tənliklər tərtib edin ki, onların qrafikləri:

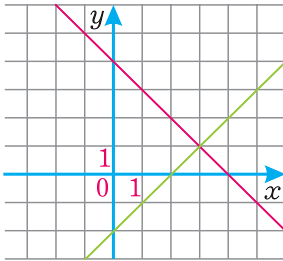
a) paralel olmasın; b) kəsişməsin; c) üst-üstə düşsün.

11. Tənliklər sisteminin qrafikini qurmadan əvvəl neçə kökü olduğunu müəyyən edin. Qrafik quraraq cavabınızın doğruluğunu yoxlayın.

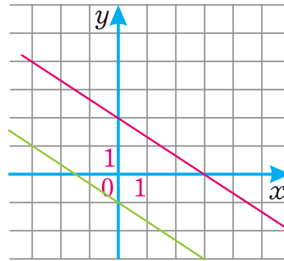
a) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x + y = -9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 6x - 3y = 15 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x + 10y = -14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x = 11 - 2y \\ 4x + 4y = 22 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -x + 2y = 8 \\ -0{,}5x = y \end{cases}$ f) $\begin{cases} y - 3x = 2 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

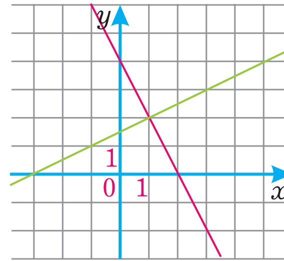
12. Qrafikləri şəkil 3-də verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini yazın.



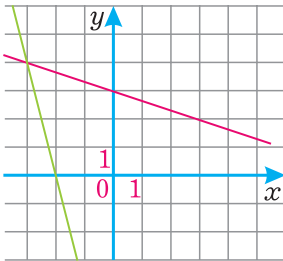
ŞƏKİL 3, a



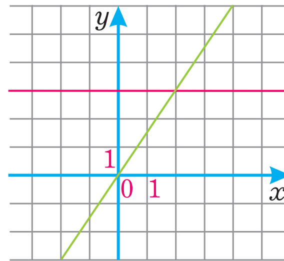
ŞƏKİL 3, b



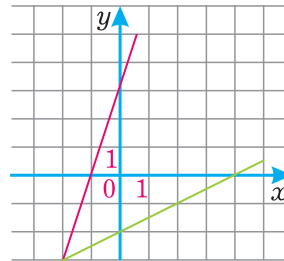
ŞƏKİL 3, c



ŞƏKİL 3, d



ŞƏKİL 3, e



ŞƏKİL 3, f

BÖLMƏ 8

3 İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin əvəzetmə üsulu ilə həlli

$\Leftrightarrow$

Eynigüclülük işarəsi

$3x + 2y = 5$ və

$y = -1,5x + 2,5$,

$x = -\frac{2}{3}y + 1\frac{2}{3}$

tənlikləri eynigüclüdür.

Bilirsiniz ki, hər hansı ikidəyişənli xətti tənlikdə dəyişənlərdən birini digəri ilə ifadə etmək olur. Alınan tənliklər eynigüclü olur.

Məsələn: $3x + 2y = 5$ ikidəyişənli xətti tənliyində:

y dəyişənini x ilə ifadə etsək: $y = -1,5x + 2,5$,

x dəyişənini y ilə ifadə etsək: $x = -\frac{2}{3}y + 1\frac{2}{3}$ alınar.

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini həll edərkən çox zaman **əvəzetmə üsulundan** istifadə olunur.

MİSAL 1: $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edək.

I ADDIM: İkidəyişənli xətti tənliklərdən birində dəyişənin biri digəri ilə ifadə edilir.

$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemində birinci tənlikdə $x = 3 - 2y$ yazaq.

II ADDIM: İfadə edilmiş dəyişənin qiyməti ikinci tənlikdə yerinə yazılır.

$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2(3 - 2y) + y = 9 \end{cases}$

III ADDIM: Alınan birdəyişənli xətti tənlik həll edilir və dəyişənin qiyməti tapılır.

$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2(3 - 2y) + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = -1 \end{cases}$

IV ADDIM: Dəyişənin alınmış qiyməti sistemin istənilən tənliyində yerinə yazılır və digər dəyişənin qiyməti tapılır. Alınan ədədlər cütü xətti tənliklər sisteminin kökudür: (x, y)

$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 2(3 - 2y) + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2 \cdot (-1) \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (5, -1)$

V ADDIM: Alınan ədədlər cütünü verilmiş xətti tənliklər sistemində dəyişənlərin yerinə yazaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + 2 \cdot (-1) = 3 \\ 2 \cdot 5 + (-1) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3 \\ 9 = 9 \end{cases}$

Bərabərliklər doğru olduğu üçün $(5, -1)$ cütü sistemin həllidir.

MİSAL 2: $\begin{cases} 3m+4n=3 \\ 2m-3n=19 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edin.

HƏLLİ: Birinci tənlikdə n dəyişənini m ilə ifadə edək və ikinci tənlikdə n-in yerinə alınan ifadənin qiymətini yazaq:

$$\begin{cases} 3m+4n=3 \\ 2m-3n=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4n=3-3m \\ 2m-3n=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{3-3m}{4} \\ 2m-3n=19 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{3-3m}{4} \\ 2m-3\cdot\dfrac{3-3m}{4}=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{3-3m}{4} \\ 8m-9+9m=76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{3-3m}{4} \\ 17m=85 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{3-3\cdot 5}{4} \\ m=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-3 \\ m=5 \end{cases}$$

Cavab: $(5,-3)$.

Yadda saxlayın: Hansı dəyişəni digəri ilə ifadə etməniz sizin seçiminizdən asılıdır.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklərdə:

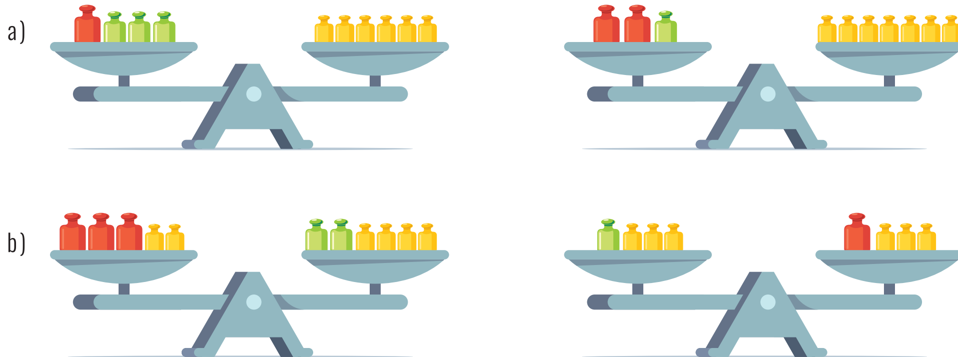
1) x dəyişənini y ilə, **2)** y dəyişənini x ilə ifadə edin.

a) $5x - y = 12$; b) $x + 7y = -9$;

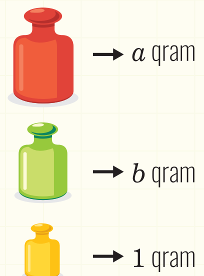
c) $8x - 15y = 10$; d) $5y - 3x = 3$.

Hər tənlikdə hansı dəyişənin digəri ilə əvəz edilməsinin daha əlverişli olduğunu izah edin. Cavabınızı əsaslandırın.

2. Şəkil 4-də tərəzinin sağ və sol tərəflərində tərəzi daşları elə yerləşdirilmişdir ki, tərəzi taraz vəziyyətdə qalmışdır. Burada qırmızı daşların hər biri a qram, göy daşların hər biri b qram, sarı daşların hər biri isə 1 qramdır. Şəklə əsasən ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi yazın.



ŞƏKİL 4



3. Xətti tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edin:

a) $\begin{cases} x = 2 + y \\ x + y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x = y - 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 11 - 2x \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} a + 5b = 7 \\ 3a - 2b = 4 \end{cases}$ e) $\begin{cases} m - 3n = 17 \\ m - 2n = -17 \end{cases}$ f) $\begin{cases} p + 12q = 11 \\ 5p - 3q = 3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 2k = t + 0,5 \\ 3k - 5t = 12 \end{cases}$ m) $\begin{cases} 25 - x = -4y \\ 3x - 2y = 30 \end{cases}$

4. Tənlikləri sadələşdirdikdən sonra alınan tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edin:

a) $\begin{cases} 3(x-5) - 1 = 6 - 2x \\ 3(x-y) - 7y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6(m+n) - n = -1 \\ 7(n+4) - (n+2) = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2(a-b) + 16 = 3(b+7) \\ 6a - (a-5) = -8 - (b+1) \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5y + 8(x-3y) = 7x - 12 \\ 9x + 3(x-9y) = 11y + 46 \end{cases}$

5. Tənlikləri sadələşdirməklə sistemin kökünü müəyyən edin:

a) $\begin{cases} \dfrac{5x-y}{3} = 2 \\ \dfrac{x+10y}{2} = -1\dfrac{1}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{2a+b}{4} = 2 \\ \dfrac{3b+a}{4} = \dfrac{7}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{5m+2n}{5} = 1,4 \\ \dfrac{3m+n}{4} - 1 = 0 \end{cases}$

Yada salın:
Tənasübün xassəsini yada salın.

6. Sistemdə verilmiş tənlikləri kəsrdən azad edərək sadələşdirin və alınan tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edin:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -4 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{a}{6} - 2b = 6 \\ -3a + \dfrac{b}{2} = -37 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{n}{4} - \dfrac{m}{5} = 6 \\ \dfrac{m}{15} + \dfrac{n}{12} = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{5x}{4} - \dfrac{2y}{3} = 3 \\ \dfrac{x}{6} + \dfrac{7y}{9} = 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{3k}{5} - 2t = 5 \\ k - \dfrac{3t}{2} = 6,5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{6c}{5} + \dfrac{d}{15} = 2,3 \\ \dfrac{c}{10} - \dfrac{2d}{3} = 1,2 \end{cases}$

İPUCU:
Tənliyin hər iki tərəfini tənlikdə iştirak edən kəsrlərin ortaq məxrəcinə vurmaqla kəsrdən azad etmək olar.

7. Tənliklər sistemini sadələşdirməklə əvəzetmə üsulunu tətbiq edin:

a) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} = \dfrac{y-x}{2} \\ \dfrac{x-y}{2} = \dfrac{y-x}{5} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} - \dfrac{x-y}{3} = 8 \\ \dfrac{x+y}{3} + \dfrac{x-y}{4} = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{m+n}{9} - \dfrac{m-n}{3} = 2 \\ \dfrac{2m-n}{6} - \dfrac{3m+2n}{3} = -20 \end{cases}$

Özünüzü yoxlayın



8. Verilmiş xətti tənliklər sisteminin kökü olan nöqtə absis oxu üzərində yerləşir. m-i və tənliklər sisteminin kökünü müəyyən edin.

a) $\begin{cases} (2-m)x + 4my = 6 \\ 3mx + (4m-1)y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} mx - (m+1)y - 9 = 0 \\ (m-1)y + (m+2)x = 15 \end{cases}$

BÖLMƏ 8

4 İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin toplama üsulu ilə həlli

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini həll edərkən toplama üsulundan da istifadə olunur. Burada da məqsəd ikidəyişənli xətti tənlikdən birdəyişənli xətti tənlik alaraq tənliklər sistemini həll etməkdir.

Toplama üsulundan istifadə etmək üçün tənliklər sistemində iştirak edən eyni dəyişənlərin əmsalları əks ədədlər olmalıdır.

Yadda saxlayın: Tənliklər sistemindəki tənlikləri tərəf-tərəfə toplayarkən, onların sol tərəfindəki ifadələr bir-biri ilə, sağ tərəfindəki ifadələr də bir-biri ilə toplanır.

MİSAL 1: $\begin{cases} 3x+4y=6 \\ 2x-4y=5 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemini toplama üsulu ilə həll edin.

$$+\begin{array}{l} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \\ \hline (a_1+a_2)x+(b_1+b_2)y=c_1+c_2 \end{array}$$

HƏLLİ: Verilmiş sistemdəki tənliklərdə y dəyişəninin əmsalları “4” və “–4”-dür. Bu tənlikləri tərəf-tərəfə toplasaq, əmsalları əks ədədlər olan toplananların cəmi sıfıra çevrilər və birdəyişənli xətti tənlik alarıq:

$$+\begin{array}{l} 3x+4y=6 \\ 2x-4y=5 \\ \hline 5x+0=11 \end{array}$$

Burada alınan birdəyişənli $5x = 11$ tənliyindən $x = 2{,}2$ olar. x dəyişəninin qiymətini tənliklər sisteminin hər hansı tənliyində yerinə yazıb, ikinci dəyişəni tapırıq. $3x + 4y = 6$ tənliyində x-in yerinə $2{,}2$ yazsaq:

$3 \cdot 2{,}2 + 4y = 6$ və $y = -0{,}15$ alarıq.

Beləliklə, verilmiş xətti tənliklər sisteminin kökü $(2{,}2; -0{,}15)$ olar.

Yoxlanması:

$$\begin{cases} 3\cdot 2{,}2+4\cdot(-0{,}15)=6 \\ 2\cdot 2{,}2-4\cdot(-0{,}15)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6{,}6-0{,}6=6 \\ 4{,}4+0{,}6=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6=6 \\ 5=5 \end{cases}$$

Cavab: $(2{,}2; -0{,}15)$

Əgər xətti tənliklər sistemində iştirak edən eyni dəyişənlərin əmsalları əks ədədlər deyilsə, dəyişənlərdən hər hansı birinin əmsallarını əks ədədlərə çevirmək lazım gəlir. Bunun üçün tənliklərin hər ikisinin və ya hər hansı birinin hər tərəfi elə ədədə vurulur ki, dəyişənlərdən birinin əmsalları əks ədədlər olsun.

MİSAL 2: $\begin{cases} 3x+5y=7 \\ 2x-7y=15 \end{cases}$ xətti tənliklər sistemini toplama üsulu ilə həll edin.

Misal 2-ni y dəyişənin əmsallarını əks ədədlərə çevirməklə necə həll edərsiniz?

HƏLLİ: Verilmiş sistemdə tənlikdə iştirak edən eyni dəyişənlərdən heç birinin əmsalları əks ədədlər deyil. x dəyişəninin əmsalları "3" və "2", y dəyişəninin əmsalları isə "5" və "–7"-dir. x dəyişəninin əmsallarını əks ədədlərə çevirək.

ƏKOB (3,2) = 6 olduğuna görə x-in əmsallarını "6" və "–6"-ya çevirmək olar. Onda birinci tənliyin hər tərəfini 2-yə, ikinci tənliyin hər tərəfini isə"–3"-ə vuraq və tərəf-tərəfə toplayaq:

$$\begin{cases} 3x+5y=7 & \cdot 2 \\ 2x-7y=15 & \cdot(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+10y=14 \\ -6x+21y=-45 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 31y=-31 \\ 2x-7y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ 2x-7\cdot(-1)=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=4 \end{cases}$$

Yoxlanması:

$$\begin{cases} 3\cdot 4+5\cdot(-1)=7 \\ 2\cdot 4-7\cdot(-1)=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7=7 \\ 15=15 \end{cases}$$

Cavab: $(4; -1)$

ÇALIŞMALAR

1. Aşağıdakı əməlləri yerinə yetirin:

a) $3x - 4y = 8$ tənliyinin hər tərəfini "3"-ə vurun;

b) $8x + 0{,}4y = -6$, tənliyinin hər tərəfini "2"-yə bölün;

c) $-1{,}1x - 1{,}9y = 3{,}4$ tənliyinin hər tərəfini "–10"-a vurun;

d) $5y + \frac{7}{15}x = -7$, tənliyinin hər tərəfini "15"-ə vurun.

Verilən və alınan tənliklərin nə üçün eynigüclü olduğunu izah edin.

2. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini qrafik, əvəzetmə və toplama üsulu ilə həll edin. Nəticələr haqqında fikirlərinizi söyləyin. Hansı üsulu daha əlverişli hesab etdiniz?

a) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x-y=7 \\ x+2y=6 \end{cases}$

3. Verilmiş xətti tənliklər sistemini toplama üsulu ilə həll edin:

a) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 2x-y=9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x-2y=6 \\ 7x+2y=6 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 4x+7y=40 \\ -4x+9y=24 \end{cases}$

d) $\begin{cases} a+3b=17 \\ 2b-a=13 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 4m+3n=-15 \\ 5m-3n=-3 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 2p-5q=1 \\ 4p-5q=7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 5y+x=3 \\ x+4y=2 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} 2k-3t=6 \\ k-3t=9 \end{cases}$ **m)** $\begin{cases} 4x+3y=-4 \\ 6x+5y=-7 \end{cases}$

n) $\begin{cases} 5y-4x=22 \\ 3x+2y=18 \end{cases}$ **k)** $\begin{cases} 7c=9d \\ 5c+3d=66 \end{cases}$ **l)** $\begin{cases} 5a+6b=0 \\ 3a+5b=4 \end{cases}$

4. $y = kx + b$ şəklində verilmiş tənliyin qrafiki aşağıda verilmiş nöqtələrdən keçir:

a) $A(5;\ 5)$ və $B(-2;\ -2)$; **b)** $M(8;\ -1)$ və $B(-4;\ 17)$;

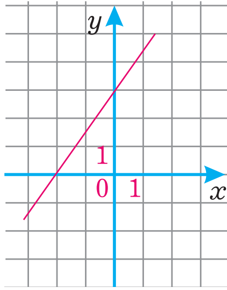
c) $K(4;\ 1)$ və $B(3;\ -5)$; **d)** $C(-19;\ 31)$ və $B(1;\ -9)$.

Bu düz xətlərin tənliyini yazın.

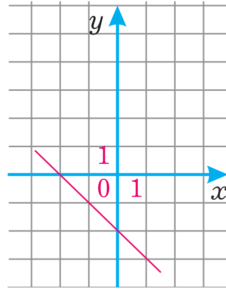
5. $y = kx + b$ tənliyinin qrafiki koordinat oxlarını $(-2;\ 0)$ və $(0;\ 6)$ nöqtələrində kəsir. Bu düz xəttin tənliyinin $y = 3x - 6$ şəklində olduğunu söyləmək olarmı?

6. Xətti funksiyanın qrafiki OX oxunu absisi "6" olan, OY oxunu isə ordinatı "–2" olan nöqtədə kəsir. Bu düz xəttin tənliyini yazın.

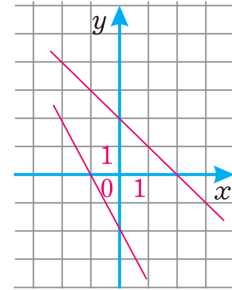
7. Şəkil 5-də verilmiş qrafiklərə görə düz xəttlərin tənliklərini yazın.



ŞƏKİL 5, a



ŞƏKİL 5, b



ŞƏKİL 5, c

8. Tənliklər sistemini sadələşdirin və toplama üsulu ilə həll edin:

a) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \frac{m}{4} + \frac{n}{4} = 2 \\ \frac{m}{6} + \frac{n}{3} = 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2a + \frac{a-b}{4} = 11 \\ 3b - \frac{a+b}{3} = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -12 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} \frac{1}{3}c - \frac{1}{12}d = 4 \\ 6c + 5d = 150 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} \frac{p}{3} - \frac{q}{8} = 3 \\ 7p + 9q = -2 \end{cases}$

9. İkihədlilərin hasilini taparaq tənlikləri sadələşdirin və toplama üsulu ilə sistemin kökünü tapın:

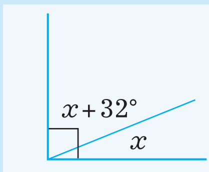
a) $\begin{cases} (x+3)(y+5) = (x+1)(y+8) \\ (2x-3)(5y+7) = 2(5x-6)(y+1) \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} (m+4)(6-n) = (m+2)(9-n) \\ (2m-1)(12-5n) = 2(5m-1)(2-n) \end{cases}$

b) $\begin{cases} (a+5)(b-2) = (a+2)(b-1) \\ (a-4)(b+7) = (a-3)(b+4) \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} (p-2)(q+2) = (p-1)(q-3) \\ (p-4)(2q-1) = 2(p-5)(q+1) \end{cases}$

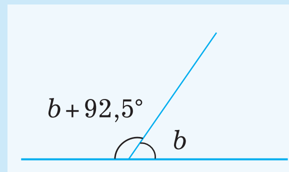
Özünüzü yoxlayın



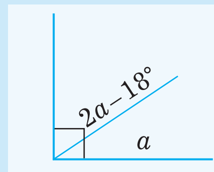
10. Həndəsə: Şəkildə verilənlərə görə ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi qurun və həll edin.



ŞƏKİL 6, a



ŞƏKİL 6, b



ŞƏKİL 6, c

BÖLMƏ 8

5 İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli

Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi qurmaq üçün məsələnin şərti təhlil edilir, verilənlər və axtarılanlar müəyyən olunur. Axtarılanlar hərflərlə işarə edilərək, şərtə uyğun tənliklər qurulur.



MƏSƏLƏ: Dörd dəftər və səkkiz qələm 3 manat, üç qələm və iki dəftər isə 1 manat 35 qəpikdir. Qələm və dəftərin hər biri neçəyədir?

HƏLLİ: Bir dəftər və bir qələmin qiyməti məlum deyil. Onları uyğun olaraq x qəpik və y qəpik ilə işarə edək.

Şərtə görə "4 dəftər və 8 qələm 3 manat = 300 qəpik" olduğuna görə 4 dəftər – $4x$ qəpik, 8 dəftər isə – $8y$ qəpik olar.

Onda sistemin birinci tənliyi: $4x + 8y = 300$-dür.

Digər tərəfdən,

"3 qələm və 2 dəftər 1 manat 35 qəpik = 135 qəpik"-dir, deməli, ikinci tənlik $2x + 3y = 135$ şəklindədir.

Beləliklə, məsələnin şərtinə uyğun tənliklər sistemi

$\begin{cases}4x+8y=300\\2x+3y=135\end{cases}$ olar.

Tənliklər sistemini hər hansı üsulla həll edərək x və y dəyişənlərinin qiymətini müəyyən edək:

$$\begin{cases}4x+8y=300\\2x+3y=135\ \ |\cdot(-2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x+8y=300\\-4x-6y=-270\end{cases} \Leftrightarrow$$

tərəf-tərəfə toplayaq.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2y=30\\2x+3y=135\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=15\\2x+3\cdot 15=135\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=45\\y=15\end{cases}$$

Alınan ədədlərin tənliklər sistemini ödədiyini özünüz yoxlayın.

Cavab: bir qələmin qiyməti 15 qəpik, bir dəftərin qiyməti 45 qəpikdir.

ÇALIŞMALAR

1. a) İki natural ədədin cəmi 6, fərqi isə 4-ə bərabərdir. Bu ədədləri tapmaq üçün ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edin və ədədləri tapın.

b) İki ədədin fərqi 21, nisbəti isə $5 : 12$-dir. Bu ədədləri tapın.

2. a) İki ədədin cəmi 65, fərqi isə 29-dur. Məsələnin şərtinə uyğun tənliklər sistemi tərtib edin və onu həll edin. Həmin ədədlərdən böyüyü $(65 + 29):2$-yə, kiçiyi isə $(65 - 29):2$-yə bərabər olduğunu söyləmək olarmı?

b) İki ədədin cəmi 178, fərqi isə 93 olarsa, bu ədədləri əvvəlki bənddə göstərilən üsulla tapın.

3. a) Cəmi 118, fərqi isə $83{,}6$ olan iki ədədin hasilini tapın. Alınan ədədi təkliklərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

b) Elə iki ədəd tapın ki, onların fərqi cəminin yarısına bərabər olsun. Bu halda ədədlərdən böyüyü kiçiyinin neçə mislini təşkil etdiyini müəyyən edin. Bəs kiçik ədəd böyüyün hansı hissəsini təşkil edir? Bir neçə nümunə ilə cavabınızı əsaslandırın.

c) İki ədədin cəmi 68-dir. Bu ədədlərdən birinin $\frac{1}{6}$ hissəsi, digərinin $\frac{2}{5}$ hissəsinə bərabərdir. Bu ədədləri tapın.

4. a) 14 m parçadan 4 eyni kişi və 2 eyni uşaq paltosu, 15 m bu parçadan isə 2 eyni kişi və 6 eyni uşaq paltosu tikmək mümkündürsə, bir kişi və bir uşaq paltosuna nə qədər parça lazımdır?





b) 5 böyük və 11 kiçik qutuda 156 qələm var. Böyük qutuya kiçik qutudan 12 qələm çox yerləşir. Hər qutuda neçə qələm var?

c) İki il əvvəl qardaş bacıdan 2 dəfə, 8 il əvvəl isə 5 dəfə böyük idi. İndi qardaş və bacının neçə yaşı var?

5. Əhməd və Elçinin hər birinin müəyyən məbləğ pulu var. Əgər Əhməd Elçindən 100 manat pul alsa, Əhmədin pulu ondan iki dəfə çox olar. Əgər Əhməd Elçinə 10 manat pul versə, onda Elçinin pulu Əhmədin pulundan 6 dəfə çox olar. Hər oğlanın neçə manat pulu var?

6. Hər gün 8 at və 15 inəyə 162 kq yem verilir. Məlumdur ki, 5 ata verilən yem 7 inəyə veriləndən 3 kq çoxdur. Hər atın və inəyin gün ərzində neçə kiloqram yem yediyini müəyyən edin.

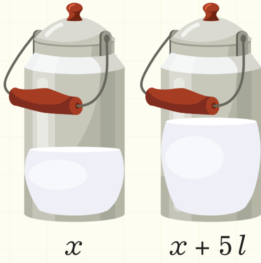
7. İki çəndə 140 l su vardı. Birinci çəndən 26 l, ikinci çəndən isə 60 l su işlədildikdən sonra birinci çəndə ikincidəkindən 2 dəfə çox su qaldı. Əvvəlcə hər çəndə neçə litr su var idi?

8. Verilmiş tənliklər sisteminə uyğun məsələlər tərtib edin və müxtəlif üsullar vasitəsilə tənliklər sistemini həll edin.

a) $\begin{cases} x+3y=22 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=30 \\ 2x-y=15 \end{cases}$

9. Tarazlıq: Tarazlıqda olan tərəzinin sol tərəfinə 9 eyni külçə qızıl, sağ tərəfinə isə 11 eyni külçə gümüş qoyulmuşdur. Əgər bir külçə qızılla bir külçə gümüşün yerini dəyişsək, onda tərəzinin sol tərəfi 13 q yüngül olar. Bir külçə qızıl və bir külçə gümüş neçə qramdır?

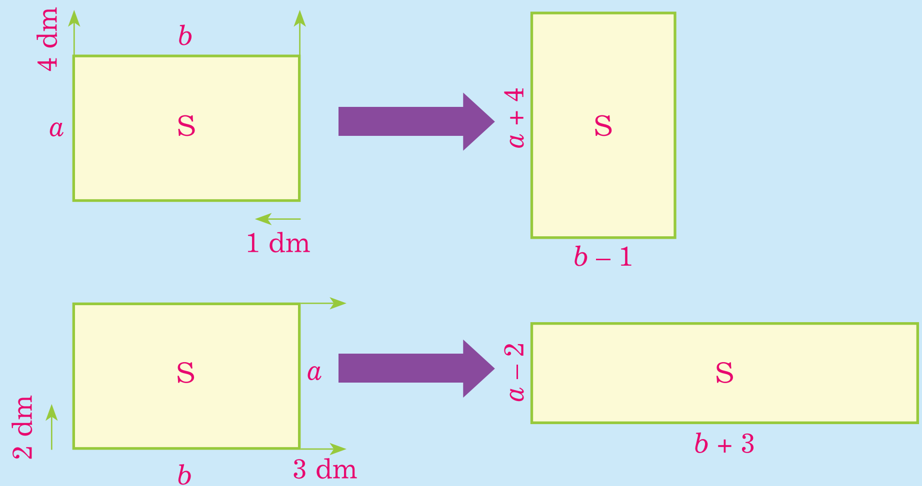
10. Birinci fəhlə 15 gün, ikinci fəhlə isə 14 gün işlədi və birlikdə 234 manat pul aldılar. Birinci fəhlənin 4 gün üçün aldığı pulun ikinci fəhlənin 3 gün üçün aldığı puldan 22 manat çox olduğu məlumdur. Hər fəhlənin bir gün üçün aldığı pulun məbləğini müəyyən edin.



11. Bir bidonda o birindən 5 l çox süd var. Əgər birinci bidondan ikinciyə 8 l süd boşaldılarsa, ikinci bidonda birincidən iki dəfə çox süd olar. Hər bidonda neçə litr süd vardı?

12. Həndəsə: a) Düzbucaqlının uzunluğu 4 dm artırıb, enini 1 dm azaltsaq, düzbucaqlının sahəsi dəyişməz. Bu düzbucaqlının uzunluğunu 2 dm azaldıb, enini 3 dm artırsaq, düzbucaqlının sahəsi yenə də dəyişməz. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

İPUCU



b) Düzbucaqlının bir tərəfi digərindən 4 sm böyükdür. Əgər kiçik tərəfin uzunluğunu 2 dəfə artırıb, böyük tərəfi olduğu kimi saxlasaq, alınan düzbucaqlının perimetri 56 sm olar. Əvvəlki düzbucaqlının sahəsini tapın.

13. a) Bir ədədin 5%-i, o biri ədədin 8%-nə bərabərdir. Birinci ədədin 10%-i ilə ikinci ədədin 9%-nin fərqi 3,5 olarsa, bu ədədlərin cəmini tapın.

b) İki ədədin fərqi 65, bu ədədlərin kvadratlarının fərqi isə 8775-dir. Bu ədədlərin cəmini tapın.

c) İki ədədin cəmi 125, bu ədədlərin kvadratlarının fərqi isə 8425-dir. Bu ədədlərin fərqini tapın.

14. a) İkirəqəmli ədədin rəqəmlərinin cəmi 14-ə bərabərdir. Bu ədədin rəqəmlərinin yerini dəyişsək, verilən ədədlə alınan ədədin fərqi 18 olar. Bu ikirəqəmli ədədi tapın.

b) İkirəqəmli ədədin rəqəmlərinin cəmi 9-a bərabərdir. Bu ədədin onluq və təklik mərtəbəsindəki rəqəmlərinin fərqi bu ədəddən 21 dəfə kiçikdir. İkirəqəmli ədədi tapın.

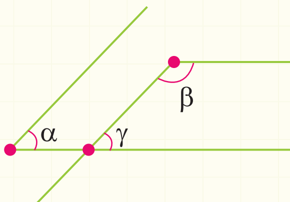
15. a) Aralarındakı məsafə 20 km olan iki kənddən, eyni zamanda, qarşı qarşıya iki piyada yola düşdü və 2 saatdan sonra görüşdülər. Birinci piyadanın 4 saata getdiyi yol ikinci piyadanın 3 saata getdiyi yoldan 16 km çox olduğu məlumdur. Piyadaların sürətini tapın.

b) İki şəhər arasındakı məsafəni velosipedçi 4 saata, motosikletçi isə 0,8 saata qət edir. Velosipedçinin sürəti motosikletçinin sürətindən 48 km/saat azdır. Onlardan hər birinin sürəti nə qədərdir?

16. Motorlu qayıq iki körpü arasındakı məsafəni çay axını istiqamətində 4 saat gedir, 5 saata isə qayıdır. Əgər motorlu qayıq çay axını istiqamətində 70 km məsafəni 3,5 saata qət edirsə, onun durğun sudakı sürətini tapın.



17. Bazar ertəsi 7-ci sinifdə oxuyan qızlardan 1 nəfər, oğlanlardan isə 5 nəfər məşqə gəlmədi və məşqdəki qızların sayı oğlanların sayından 2 dəfə çox oldu. Çərşənbə günü 1 oğlan və 9 qız məşqdə iştirak etmədi. Bu zaman oğlanların sayı qızların sayından 1,5 dəfə çox oldu. 7-ci sinifdə neçə şagird oxuyur?



ŞƏKİL 7

18. Məsələləri ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib etməklə həll edin:

a) Uyğun tərəfləri paralel olan iki bucaqdan biri o birinin 3 mislindən 26° kiçikdir. Bu bucaqları müəyyən edin (şəkil 7).

b) Uyğun tərəfləri perpendikulyar olan iki bucaqdan biri o birindən 75° böyükdür. Bu bucaqları müəyyən edin.

19. a) $y = kx + l$ xətti funksiyasının qrafiki A(3, –2) və B(–2, 3) nöqtələrindən keçir. k və l ədədlərini tapın.

b) $ax + by = c$ xətti tənliyinin qrafiki M(0,5, –1) və B(–2,4; –3) nöqtələrindən keçir. $k = -\frac{a}{b}$ və $l = \frac{c}{b}$ ədədlərini tapın və tənliyi $y = kx + l$ şəklində yazın.



20. İki briqadadan biri yolun 160 m, digəri isə 180 m hissəsini təmir etməlidir. Birinci briqada gün ərzində yolun 25 metrini, ikinci briqada isə 40 metrini təmir edir. Neçə gündən sonra ikinci briqadanın təmir edəcəyi yolun uzunluğu birincinin təmir edəcəyi yolun uzunluğundan 3 dəfə az olar?

21. Birinci torbada olan makaronun kütləsi ikinci torbadakından 3 dəfə çoxdur. Birinci torbadan 8 kq makaron işlədildikdən və ikinci torbaya 12 kq makaron əlavə etdikdən sonra hər torbada qalan makaronun kütləsi bərabər oldu. Əvvəl hər torbada nə qədər makaron vardı?

22. a) Səkkiz kiçik və altı böyük yeşiyə 232 kq alma yerləşdirdilər. Hər kiçik yeşikdə olan almanın kütləsinin hər böyük yeşikdəki almanın kütləsindən 6 dəfə az olduğu məlumdur. Hər kiçik və böyük yeşikdə nə qədər alma olduğunu tapın.

b) Kinoteatrın iki zalında birlikdə 534 tamaşaçı yeri var. Birinci zaldakı yerlər 12 eyni sırada, ikinci zalda isə 15 eyni sırada yerləşdirilmişdir. Birinci zalda hər sırada olan yerlərin sayı ikinci zalda hər sırada olan yerlərin sayından 4 yer çoxdursa, hər zalda neçə yer var?

Özünüzü yoxlayın



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

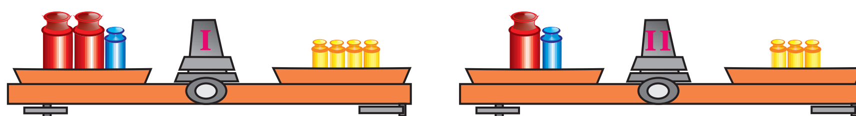
1. 100 ədədini nə qədər azaltmaq lazımdır ki, alınan fərqi 5-ə və 7-yə böldükdə qalıqda 1 alınsın və birinci bölmədən alınan natamam qismət ikinci bölmədən alınan natamam qismətdən 4 vahid çox olsun?

a) Məsələnin həlli üçün nəyi məchul qəbul etmək əlverişlidir?

b) Tənliklər sistemi tərtib edərək həll edin.

c) Cavabınızın doğruluğunu yoxlayın.

2. Şəkil 8-ə əsasən ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edin.



ŞƏKİL 8

3. Tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin: $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$

4. a və b-nin hansı qiymətlərində $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ ax + 4y = b \end{cases}$ tənliklər sisteminin:

a) sonsuz sayda kökü var? **b)** yeganə kökü var? **c)** kökü yoxdur?

5. Tənliklər sistemini həll edin:

a) $\begin{cases} \dfrac{5x - 3 + 9y}{3} = \dfrac{2x + 3y - 2}{2} \\ \dfrac{x - 3y}{2} = \dfrac{2x - 3y}{3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{2x - y}{6} + \dfrac{2x + y}{9} = 3 \\ \dfrac{x + y}{3} - \dfrac{x - y}{4} = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x + 3 - 5y}{2} = \dfrac{3x - 4y + 3}{3} \\ \dfrac{6 + 3x - y}{3} = \dfrac{12x - y}{4} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x + y}{8} + \dfrac{x - y}{6} = 5 \\ \dfrac{x + y}{4} + \dfrac{x - y}{5} = 10 \end{cases}$

6. Binada olan birotaqlı, ikiotaqlı və üçotaqlı mənzillərin sayı 160-dır. Birotaqlı mənzillərin sayı ikiotaqlı mənzillərin sayından 2 dəfə, üçotaqlı mənzillərin sayından isə 24 ədəd azdır. Binada hər mənzildən neçə ədəd olduğunu müəyyən edin.

7. Nağıl-məsələ: Dəvə və atın hər birinə eyni kütləli müxtəlif sayda kisələr yüklənib. At yükün ağırlığından şikayətləndi. Dəvə isə dedi ki: "Sən nə üçün şikayət edirsən? Əgər səndə olan kisələrdən birini mənə yükləsək, məndə səndən 2 dəfə artıq yük olar. Mən sənə 1 kisə versəm, onda bizim yüklər bərabərləşər". Hər heyvanın neçə kisə daşıdığını müəyyən edin.

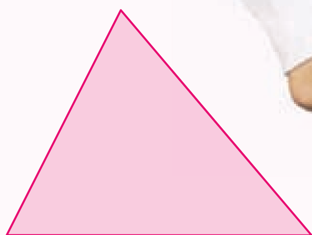
ÜÇBUCAQLARIN KONQRUYENTLİYİ

BÖLMƏ 9

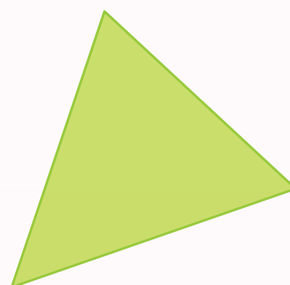
Hər hansı fiquru yerdəyişmə nəticəsində digər fiqurun üzərinə qoyduqda, bu fiqurlar tamamilə üst-üstə düşürsə, belə fiqurlar **konqruyent** və ya **bərabər** fiqurlardır. Konqruyent fiqurların forması və uyğun ölçüləri eynidir. Həndəsədə "bərabər fiqur" ifadəsi əvəzinə çox zaman "konqruyent fiqur" ifadəsi işlədilir.

Bu bölmədə siz konqruyent üçbucaqlar və onların konqruyentlik əlamətləri ilə tanış olacaqsınız. Üçbucaqların konqruyentliyi $\cong$ işarəsinin köməyi ilə yazılır.

Üçbucaqların konqruyent-lik əlamətlərini birlikdə öyrənək.



$\cong$

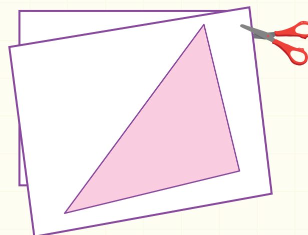


BÖLMƏ 9

1 Konqruyent üçbucaqlar

Konqruyent fiqurlar haqqında artıq məlumatınız var. Bilirsiniz ki, uzunluqları bərabər olan parçalar, dərəcələri eyni olan bucaqlar, tərəfləri bərabər olan kvadratlar, radiusları eyni olan dairələr və s. konqruyentdir.

Vərəqi yarıdan qatlayıb üzərində çəkilən üçbucağı kəsib ayırın (şəkil 1). Alınan üçbucaqlar haqqında fikrinizi deyin.



ŞƏKİL 1

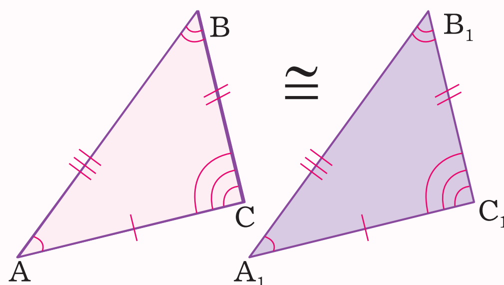
İki üçbucağı bir-birinin üzərinə qoyduqda bütün uyğun nöqtələri üst-üst düşərsə, bu üçbucaqlar konqruyent adlanır.
İki üçbucağın uyğun tərəfləri və uyğun bucaqları konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar **konqruyentdir**.

Fiqurların konqruyentliyi "≅" işarəsi vasitəsilə yazılır. $\Delta \mathbf{ABC} \cong \Delta \mathbf{A_1B_1C_1}$ (şəkil 2)

Deməli,

$AB \cong A_1B_1$; $AC \cong A_1C_1$; $BC \cong B_1C_1$,
$\angle A \cong \angle A_1$; $\angle B \cong \angle B_1$; $\angle C \cong \angle C_1$

şərtləri ödənirsə, onda ABC və $A_1B_1C_1$ üçbucaqları konqruyentdir.

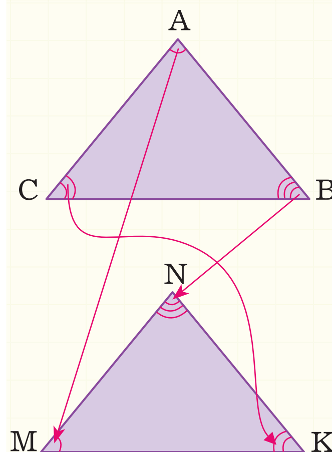


ŞƏKİL 2

DİQQƏT: Konqruyent üçbucaqlarda konqruyent tərəflər qarşısında konqruyent bucaqlar, konqruyent bucaqlar qarşısında konqruyent tərəflər durur.

Konqruyent üçbucaqlarda konqruyent bucaqların nizamı gözlənilməlidir.
$\Delta ABC \cong \Delta MNK$ (şəkil 3) olduğu məlumdursa,

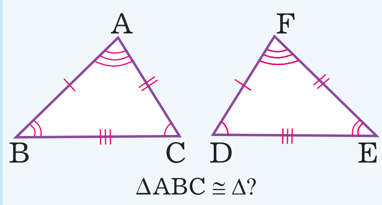
Doğrudur	Doğru deyil
$AB \cong MN$; $BC \cong NK$; $AC \cong MK$, $\angle A \cong \angle M$; $\angle B \cong \angle N$; $\angle C \cong \angle K$.	$AB \cong NK$; $BC \cong MK$; $AC \cong MN$, $\angle A \cong \angle N$; $\angle B \cong \angle K$; $\angle C \cong \angle M$.



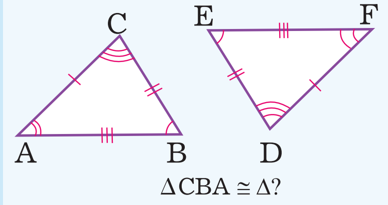
ŞƏKİL 3

ÇALIŞMALAR

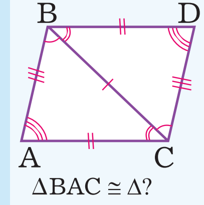
1. "?" işarəsinin yerinə verilmiş üçbucağa konqruyent olan üçbucağı yazın (şəkil 4, *a, b, c, d*). Hərflər ardıcıllığını nə üçün belə seçdiyinizi əsaslandırın.



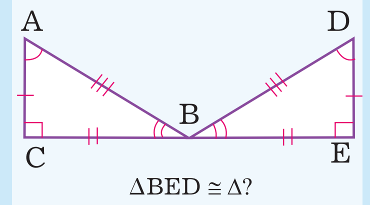
ŞƏKİL 4, a



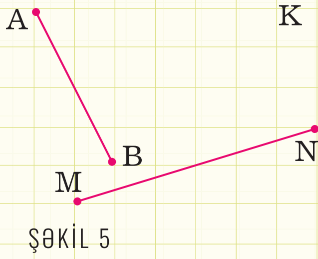
ŞƏKİL 4, b



ŞƏKİL 4, c



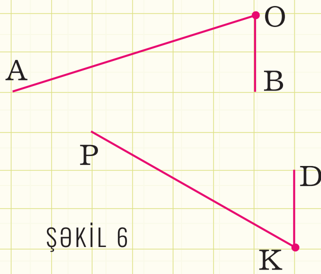
ŞƏKİL 4, d



ŞƏKİL 5

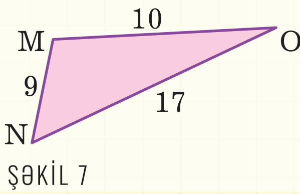
2. AB və MN parçaları konqruyentdirmi? (şəkil 5) Cavabınızı izah edin.

3. AOB və PKD bucaqları konqruyentdirmi? (şəkil 6) Cavabınızı izah edin.



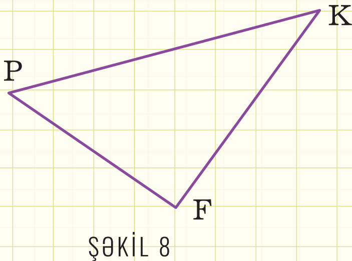
ŞƏKİL 6

4. ABC üçbucağı şəkil 7-dəki MON üçbucağına konqruyentdir. ABC üçbucağının tərəflərinin uzunluğunu müəyyən edin. Bu üçbucaqların konqruyent bucaqları hansıdır?



ŞƏKİL 7

5. Damalı dəftərdə şəkil 8-də verilmiş PKF üçbucağına konqruyent olan MND üçbucağını çəkin.



ŞƏKİL 8

6. Damalı dəftərdə hər hansı ABCD düzbucaqlısını və ona konqruyent olan MNPK düzbucaqlısını çəkin. AC və MP parçalarını çəkin və alınmış konqruyent üçbucaqların adını yazın.

7. AOB bucağının OC tənbölənini çəkin. Aşağıda verilmiş bucaqlardan hansıların konqruyent olduğunu müəyyən edin.
a) $\angle AOC$ və $\angle BOC$; **b)** $\angle AOC$ və $\angle AOB$; **c)** $\angle AOB$ və $\angle COB$.
Fikirlərinizi əsaslandırın.

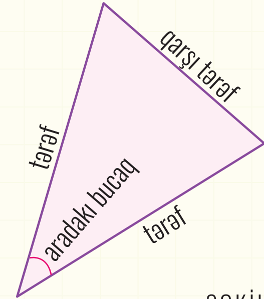
8. Aşağıdakı üçbucaqlar konqruyent ola bilərmi?
a) itibucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlar;
b) düzbucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlar;
c) bərabəryanlı və bərabərtərəfli üçbucaqlar.
Cavablarınızı əsaslandırın.

BÖLMƏ 9 **2**

Üçbucaqların konqruyentliyinin birinci əlaməti

Üçbucaqların konqruyentliyini yoxlamaq üçün heç də onları üst-üstə yerləşdirmək və ya onların bütün altı əsas elementinin (üç tərəfi və üç bucağı) konqruyentliyini yoxlamaq vacib deyil. Bunun üçün üçbucaqların bir neçə əsas elementinin qarşılıqlı konqruyentliyinin yoxlanılması kifayət edir. Üçbucaqların konqruyentlik əlamətləri bunu ifadə edir.

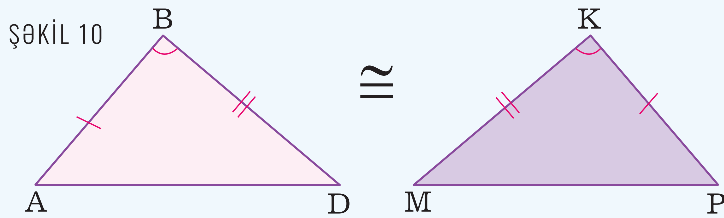
İki tərəfi və onlar arasındakı bucağına görə üçbucaqların konqruyentlik əlaməti (I əlamət)



ŞƏKİL 9

Birinci əlamətə TBT (Tərəf, Bucaq, Tərəf) əlaməti də deyilir.

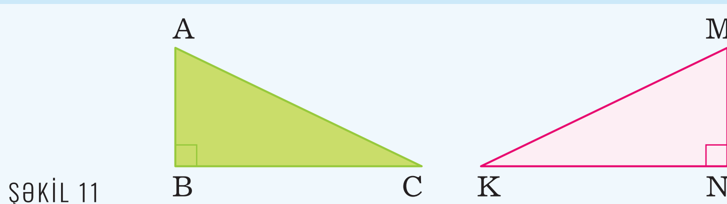
Bir üçbucağın iki tərəfi və onlar arasındakı bucaq uyğun olaraq digər üçbucağın iki tərəfinə və onlar arasındakı bucağa konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar konqruyentdir.



ŞƏKİL 10

$AB \cong PK$, $BD \cong KM$ və $\angle B \cong \angle K$ olarsa, $\Delta ABD \cong \Delta PKM$ (şəkil 10)

QEYD: Uyğun katetləri konqruyent olan iki düzbucaqlı üçbucaq konqruyentdir.

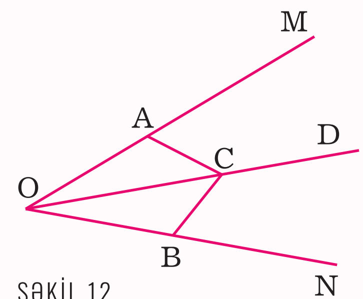


ŞƏKİL 11

$AB \cong MN$, $BC \cong NK$ olarsa, $\Delta ABC \cong \Delta MNK$ (şəkil 11)

MİSAL: MON bucağının tərəfləri üzərində konqruyent OA və OB parçaları ayrılmışdır. $\angle AOB$-nin OD tənböləni üzərində yerləşən C nöqtəsi A və B nöqtələri ilə birləşdirilmişdir (şəkil 12). $\Delta AOC \cong \Delta BOC$ olduğunu göstərin.

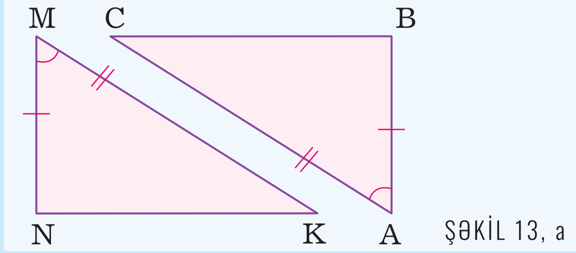
HƏLLİ: Şəkil 12-də verilmiş AOC və BOC üçbucaqlarına baxaq. Şərtə görə $OA \cong OB$-dir, OC hər iki üçbucağın ortaq tərəfidir və $\angle AOC \cong \angle BOC$ (OC tənbölən olduğuna görə). Onda üçbucaqların konqruyentliyinin I əlamətinə görə $\Delta AOC \cong \Delta BOC$.



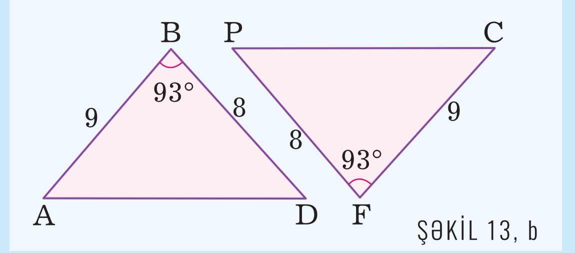
ŞƏKİL 12

ÇALIŞMALAR

1. Şəkil 13-də verilmiş üçbucaqların konqruyent olduğunu demək olarmı? TBT əlamətini ifadə edin və cavabınızı əsaslandırın.



ŞƏKİL 13, a



ŞƏKİL 13, b



İki tərəfi və onlar arasında qalan bucağına görə üçbucaq necə qurulur?



2. Praktik iş: İki tərəfi və onlar arasında qalan bucağına görə üçbucağın qurulması qaydasını yadınıza salın.

1. $AB = 4$ sm, $AC = 5$ sm, $\angle A = 60°$ olan ABC üçbucağı qurun.

2. $A_1B_1 = 4$ sm, $A_1C_1 = 5$ sm, $\angle A_1 = 60°$ olan $A_1B_1C_1$ üçbucağı qurun.

3. ABC üçbucağını hərəkət nəticəsində $A_1B_1C_1$ üçbucağı ilə üst-üstə qoyun. Burada BC tərəfi $\Delta A_1B_1C_1$-in hansı tərəfi ilə üst-üstə düşər?

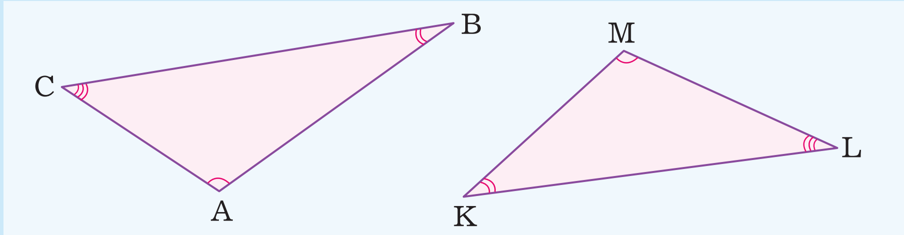
4. ABC və $A_1B_1C_1$ üçbucaqları haqqında nə deyə bilərsiniz?

3. $\Delta ABC \cong \Delta KLM \cong \Delta DEF$ olduğu məlumdur. Bu üçbucaqların uyğun tərəflərinin uzunluğunu və bucağını müəyyən edərək cədvəli tamamlayın:

ΔABC	$AB = 6$ sm; $BC = 12$ sm; $\angle B = 105°$		
ΔKLM		$ML = 7{,}5$ mm; $KM = 5{,}4$ mm; $\angle M = 53°$	
ΔDEF			$DE = 1{,}5$ dm; $FD = 1{,}8$ dm; $\angle D = 25{,}6°$

4. ABC üçbucağının AB və AC tərəflərini bu tərəflər uzunluğunda A nöqtəsindən əks tərəfə uzadın. Alınan parçaların uc nöqtələrini uyğun olaraq D və E nöqtələri ilə işarə edin. Alınmış ABC və AED üçbucaqlarının konqruyent olduğunu demək olarmı? Cavabınızı əsaslandırın.

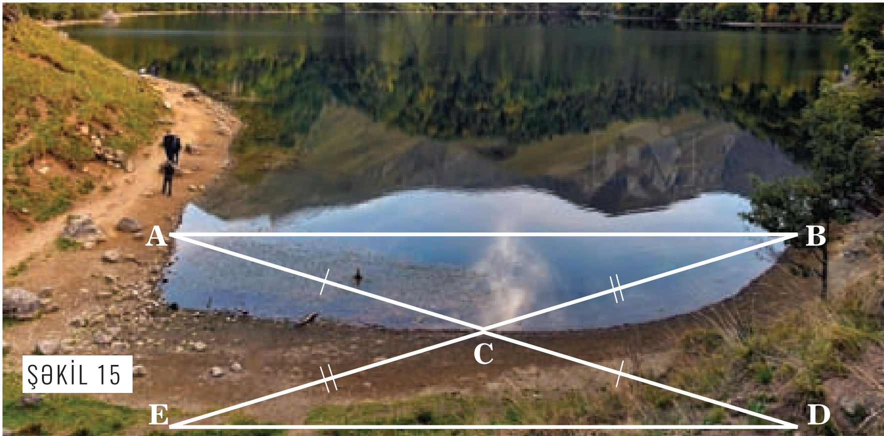
5. Verilmiş üçbucaqlara (şəkil 14) əsasən $\Delta ABC \cong \Delta KLM$ olduğunu söyləmək olarmı? Əgər olmazsa, KLM üçbucaqlarının təpə nöqtələrini necə dəyişmək lazımdır ki, bu üçbucaqların konqruyent olduğunu söyləmək mümkün olsun?



ŞƏKİL 14

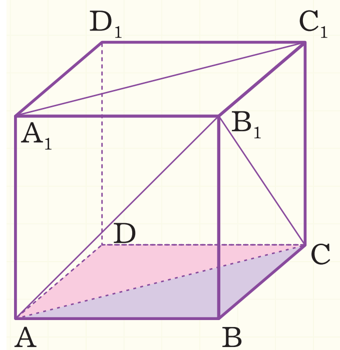
6. ΔABC bərabəryanlıdır: $AB \cong AC$. A təpəsindən çəkilən tənbölən BC tərəfini D nöqtəsində kəsir. ABD və ACD üçbucaqlarının konqruyentliyini söyləmək olarmı? Cavabınızı əsaslandırın.

7. Şəkil 15-də EC = 19,5 m, CD = 1800 sm, ED = 0,027 km, AC = 18000 mm, BC = 1950 sm olarsa, gölməçənin eni (AB) nə qədər olar?



ŞƏKİL 15

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubu (şəkil 16) verilmişdir. Onun üzlərində göstərilmiş üçbucaqlardan konqruyent olanları göstərin. Bu üçbucaqların hansı əlamətə görə konqruyent olduğunu əsaslandırın.



ŞƏKİL 16

9. Praktik iş: Kağızdan hər hansı ABC üçbucağı kəsin və onu A təpəsi ətrafında 90° saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində döndərin. Alınan üçbucaq və ABC üçbucağı haqqında nə deyə bilərsiniz?

10. O mərkəzli çevrənin AB və CD diametrlərini çəkin. AOC və BOD üçbucaqları haqqında fikirlərinizi söyləyin. BD və AC vətərlərinin cəmi 24,6 sm olarsa, hər vətərin uzunluğu neçə millimetr olar?

BÖLMƏ 9

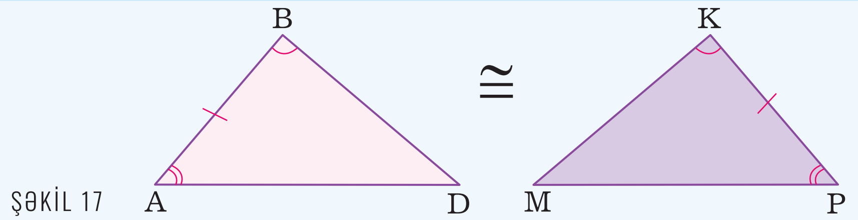
3 Üçbucaqların konqruyentliyinin ikinci əlaməti

Bir tərəfi və ona bitişik iki bucağına görə üçbucaqların konqruyentlik əlaməti (II əlamət)

İkinci əlamətə **BTB** (Bucaq, Tərəf, Bucaq) əlaməti də deyilir.

Bir üçbucağın bir tərəfi və ona bitişik iki bucağı uyğun olaraq digər üçbucağın bir tərəfi və ona bitişik iki bucağına konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar konqruyentdir.

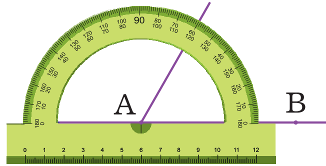
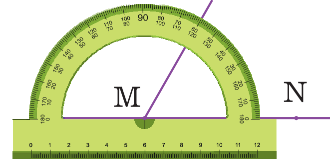
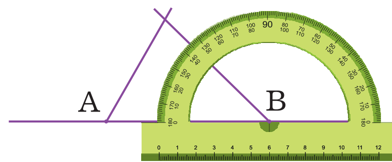
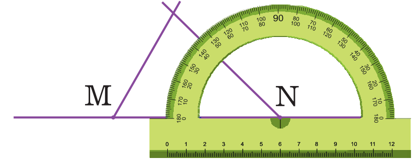
$AB \cong PK$, $\angle A \cong \angle P$ və $\angle B \cong \angle K$ olarsa, $\Delta ABD \cong \Delta PKM$ (şəkil 17)



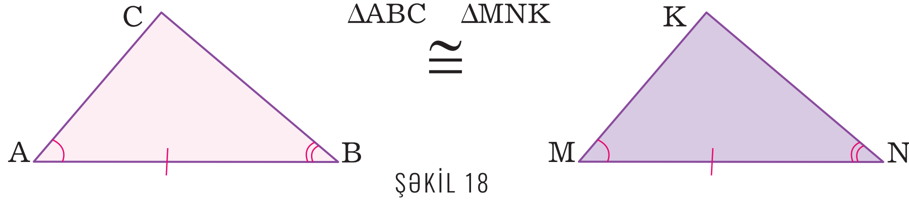
ŞƏKİL 17

PRAKTİK İŞ: Cədvəldə verilmiş alqoritmə uyğun tərəfi 2 sm, bu tərəfə bitişik bucaqları 60° və 45° olan üçbucaqlar qurun:

Yada salın: İki tərəfi və onlar arasında qalan bucağına görə üçbucaq necə qurulur?

ΔABC-nin qurulması	ΔMNK-nın qurulması
a düz xətti üzərində uzunluğu 2 sm olan AB parçasını çəkin: 	*m* düz xətti üzərində uzunluğu 2 sm olan MN parçasını çəkin. 
Təpəsi A nöqtəsində, tərəfi AB olan 60°-li bucaq qurun. 	Təpəsi M nöqtəsində, tərəfi MN olan 60°-li bucaq qurun. 
Təpəsi B nöqtəsində olan, A bucağı ilə eyni yarımmüstəvidə yerləşən 45°-li bucaq qurun. 	Təpəsi N nöqtəsində olan, M bucağı ilə eyni yarımmüstəvidə yerləşən 45°-li bucaq qurun. 

A və B bucaqlarının tərəflərinin kəsişmə nöqtəsini C hərfi ilə işarə edin.	M və N bucaqlarının tərəflərinin kəsişmə nöqtəsini K hərfi ilə işarə edin.



ŞƏKİL 18

ABC və MNK üçbucaqları haqqında nə deyə bilərsiniz?

ÇALIŞMALAR

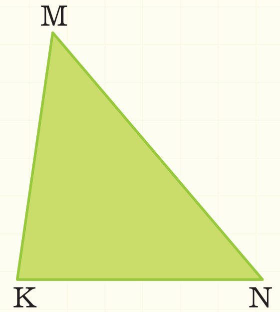
1. Verilmiş MNK üçbucağının (şəkil 19)

a) tərəflərinə bitişik bucaqları,

b) hər tərəfinin qarşısındakı bucağı,

c) hər bucağın qarşısındakı tərəfi göstərin.

Şəklə görə hansı bucağın qarşısındakı tərəf böyük olar? Hansı tərəfin qarşısındakı bucaq daha kiçikdir?



ŞƏKİL 19

2. ABC və DPM üçbucaqları üçün: $AB \cong DP$, $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle P$. Tapın:

a) $DP = 3{,}5$ sm olarsa, AB-ni,

b) $\angle A = 72°$ olarsa, $\angle D$-ni,

c) $\angle P = 17°49'$ olarsa, $\angle B$-ni,

d) $CB = 92$ mm olarsa, PM-i.

3. $\Delta ABC \cong \Delta DEF \cong \Delta PMN$ olarsa, aşağıdakı cədvəli tamamlayın.

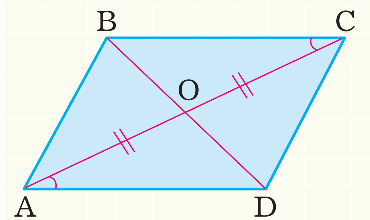
ΔABC	$AB = 12$ sm, $\angle A = 53°$, $\angle B = 25°$		
ΔDEF		$DE = 4{,}4$ mm, $\angle E = 90°$, $\angle D = 47°12'$,	
ΔPMN			$MN = 4{,}4$ mm, $\angle M = 111°22'$, $\angle N = 46°31'$

Bu üçbucaqların üçüncü bucağını müəyyən edin.

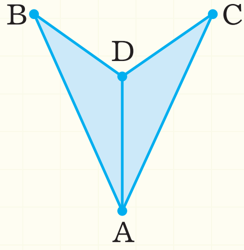
4. $AO \cong OC$, $\angle OCB \cong \angle OAD$ (şəkil 20). İsbat edin ki, $\Delta COB \cong \Delta AOD$.

5. Şəkil 20-də $AO \cong OC$, $\angle OCD \cong \angle OAB$.

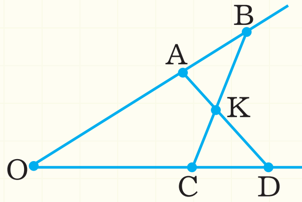
a) $CD = 10$ sm olarsa, $AB = ?$ **b)** $OD = 2{,}7$ sm olarsa, $BD = ?$



ŞƏKİL 20



ŞƏKİL 21



ŞƏKİL 22

6. AD şüası $\angle CAB$-nin tənbölənidir (şəkil 21). $\angle ADB \cong \angle ADC$. İsbat edin ki, $\Delta ADB \cong \Delta ADC$.

7. A bucağının tərəfləri üzərində B və C, tənböləni üzərində isə D nöqtəsi qeyd edilib. $\angle ABD \cong \angle ACD$ (şəkil 21). İsbat edin ki, $\Delta ADB \cong \Delta ADC$.

8. Bərabər uzunluqlu AB və CD parçaları O nöqtəsində kəsişir və $AO \cong OC$. İsbat edin ki:

a) $\Delta BOC \cong \Delta DOA$; b) $\angle ABC \cong \angle ADC$.

9. Şəkil 22-də $OA \cong OC$ və $OB \cong OD$-dir. İsbat edin ki:

a) $AD \cong BC$; b) $\angle BCD \cong \angle DAB$; c) $\Delta BCD \cong \Delta DAB$.

10. Hər hansı bucağın tərəfləri üzərində təpədən başlayaraq konqruyent iki parça ayrılmışdır. Hər iki parçanın son uc nöqtəsindən bucağın ikinci tərəfinə perpendikulyar çəkilmişdir. Bu perpendikulyarların konqruyent olduğunu demək olarmı? (İti, düz və kor bucaqlara baxın.)

11. A bucağının tənböləninə perpendikulyar olan düz xətt bucağın tərəflərini B və C nöqtələrində kəsir. ΔABC-nin bərabəryanlı olduğunu demək olarmı?

12. ABC üçbucağının B təpəsindən çəkilən medianı AC oturacağını D nöqtəsində kəsir və D nöqtəsindən əks tərəfə E nöqtəsinə qədər uzadılaraq $DE \cong BD$ parçalarını ayırır. $\angle BAD = 48°$ və $\angle BCD = 50°$ olarsa, $\angle BAE$-ni tapın.

13. ABC üçbucağının BD hündürlüyü çəkilmişdir, $\angle ABD$ və $\angle CBD$ konqruyentdir. BD hündürlüyü üzərində hər hansı M nöqtəsi qeyd edilmişdir. AM və MC parçalarının konqruyent olduğunu isbat edin.

14. Konqruyent üçbucaqlarda konqruyent tərəflərə çəkilmiş medianların konqruyent olduğunu isbat edin.

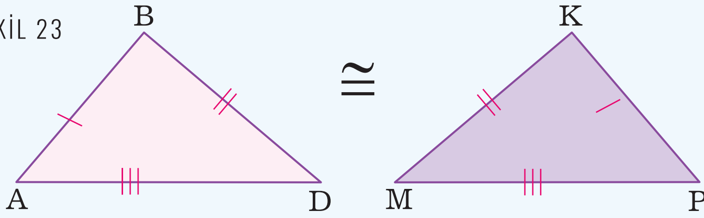
BÖLMƏ 4

Üçbucaqların konqruyentliyinin üçüncü əlaməti

Üç tərəfinə görə üçbucaqların konqruyentlik əlaməti:

Bir üçbucağın üç tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın üç tərəfinə konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar konqruyentdir (III əlamət).

Üçüncü əlamətə TTT (Tərəf, Tərəf, Tərəf) əlaməti də deyilir.

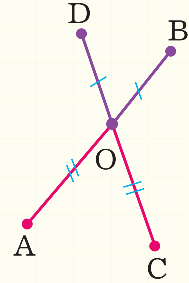


ŞƏKİL 23

$AB \cong PK$, $AD \cong PM$ və $BD \cong KM$ olarsa, $\Delta ABD \cong \Delta PKM$ (şəkil 23)

MİSAL: AB və CD konqruyent parçaları O nöqtəsində kəsişir (şəkil 24) və $DO \cong OB$.

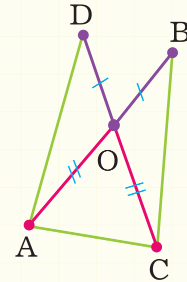
İsbat edin ki, $\Delta ADC \cong \Delta CBA$.



ŞƏKİL 24

HƏLLİ: Şəkil 25-də olduğu kimi AD, AC və BC parçalarını çəkək. AOD və COB üçbucaqlarına baxaq. Burada $DO \cong OB$ və $AO \cong OC$ (nə üçün?) olar. $\angle AOD$ və $\angle COB$ qarşılıqlı bucaqlar olduğuna görə $\angle AOD \cong \angle COB$ olar. Onda üçbucaqların konqruyentliyinin II əlamətinə görə $\Delta AOD \cong \Delta COB$ olar. Əgər bu üçbucaqlar konqruyentdirsə, onda $AD \cong BC$ olar (nə üçün?).

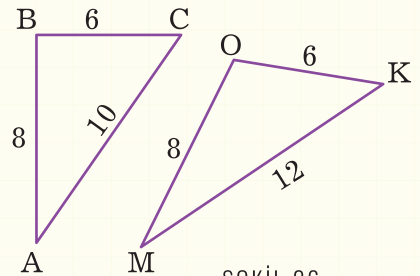
Beləliklə, $AB \cong CD$, $AD \cong CB$ və AC ortaq tərəf olduğuna görə, yəni ADC üçbucağının üç tərəfi uyğun olaraq CBA üçbucağının üç tərəfinə konqruyent olduğu üçün: $\Delta ADC \cong \Delta CBA$ olar.



ŞƏKİL 25

ÇALIŞMALAR

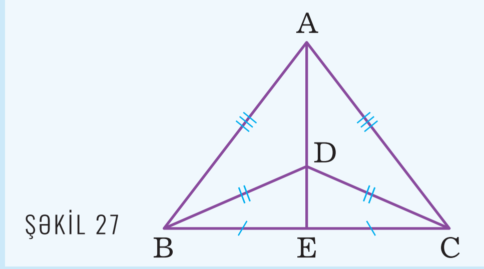
1. Şəkil 26-da ABC və MOK üçbucaqlarının tərəflərinin uzunluğu verilmişdir. Bu üçbucaqlar konqruyentdirmi? Nə üçün?



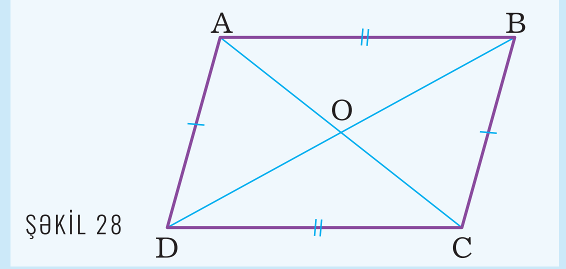
ŞƏKİL 26

2. ABC üçbucağında: $AB = 11$ sm, $BC = 8$ sm, $AC = 9$ sm. MNK üçbucağında: $MN = 9$ sm, $NK = 11$ sm, $MK = 8$ sm-dir. Bu üçbucaqların konqruyent tərəflərini və bucaqlarını göstərin.

3. Şəkil 27 və 28-də verilən konqruyent üçbucaqların adını yazın.



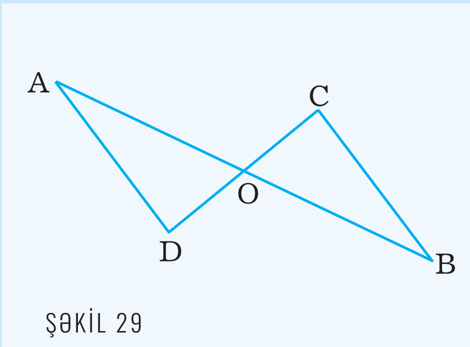
ŞƏKİL 27



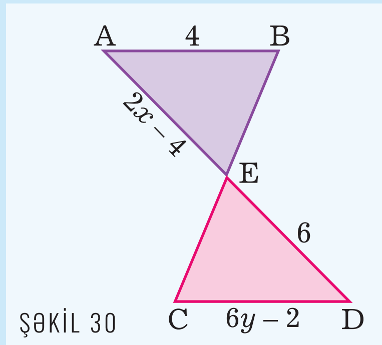
ŞƏKİL 28

4. AB və CD parçaları AB parçasının O orta nöqtəsində kəsişir. $\angle CBO \cong \angle DAO$ olduğu məlumdursa, $\Delta AOC \cong \Delta BOD$ olduğunu isbat edin (şəkil 29).

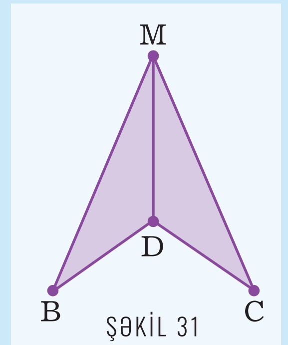
5. Şəkil 30-da $AB \parallel CD$, $BE \cong CE$ olduğu məlumdur. x və y-i tapın.



ŞƏKİL 29



ŞƏKİL 30



ŞƏKİL 31

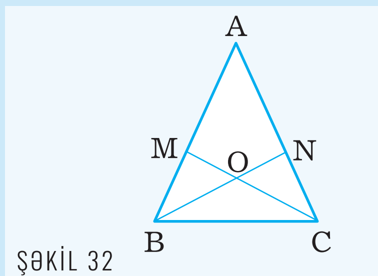
6. Şəkil 31-də $BM \cong CM$, $BD \cong CD$ olduğu məlumdur. İsbat edin:

a) $\Delta BDM \cong \Delta CDM$;

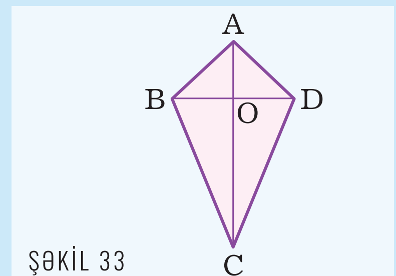
b) MD şüası BMC bucağının tənbölənidir.

7. Şəkil 32-də $BN \cong CM$ və $BM \cong CN$ olduğu məlumdursa, $AB \cong AC$ olduğunu söyləmək olarmı? Cavabınızı əsaslandırın.

8. Şəkil 33-də ABD və BDC bərabəryanlı üçbucaqları ortaq BD oturacağına malikdir. AC parçası BD-ni O nöqtəsində kəsir. $\angle ABC \cong \angle ADC$ olduğunu isbat edin.



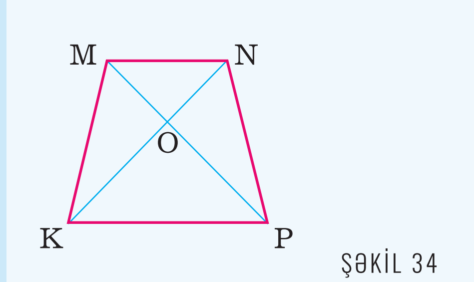
ŞƏKİL 32



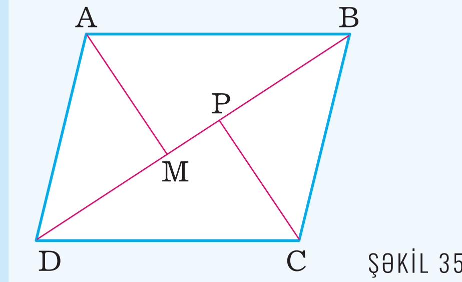
ŞƏKİL 33

9. Şəkil 34-ə əsasən $MK \cong NP$ və $KN \cong MP$ olduğu məlumdur. $\angle KNP = 67°$ olarsa, $\angle KMP$-ni müəyyən edin.

10. Şəkil 35-də AM və CP parçaları tənböləndir. $AD \cong BC$ və $AB \cong CD$-dir. $\angle ABD = 25°$ və $BP = 3$ sm olarsa, $\angle BDC$-ni və DM-in uzunluğunu tapın.

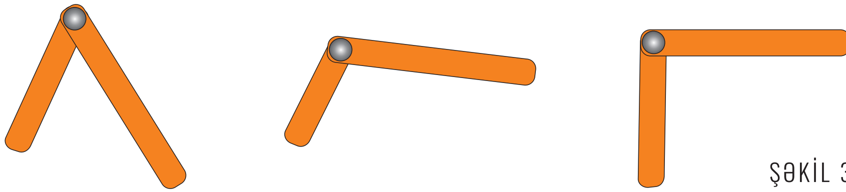


ŞƏKİL 34

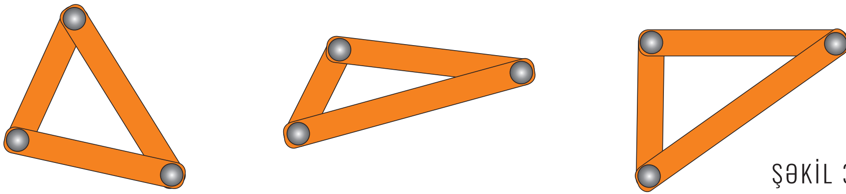


ŞƏKİL 35

11. Praktik iş: İki taxta parçasının bir ucunu üst-üstə qoyaraq mismarla tərpənməz lövhəyə bərkidin (şəkil 36). Taxta parçalarının digər uclarını hərəkət etdirərək müxtəlif vəziyyətlərdə saxlayın:


ŞƏKİL 36

Bu taxta parçalarının nə üçün hərəkət etdiyini izah edin. Necə etmək olar ki, taxta parçaları tərpənməsin? (şəkil 37)


ŞƏKİL 37

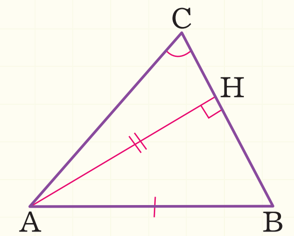
Üçbucağın dayanıqlıq xüsusiyyəti dedikdə nə başa düşürsünüz? Bu xüsusiyyətdən məişətdə necə istifadə olunur?

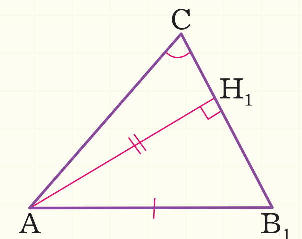
12. Bir üçbucağın hər hansı bucağı, onun qarşısındakı tərəfi və digər tərəfə çəkilmiş hündürlüyü uyğun olaraq digər üçbucağın bucağının, onun qarşısındakı tərəfinə və digər tərəfinə çəkilmiş hündürlüyünə konqruyentdirsə (şəkil 38), bu üçbucaqların konqruyent olduğunu əsaslandıra bilərsinizmi?

13. Bir üçbucağın iki tərəfi və onlar arasındakı medianı, uyğun olaraq digər üçbucağın iki tərəfi və onlar arasındakı mediana konqruyentdirsə, bu üçbucaqların konqruyent olduğunu əsaslandırın.

Özünüzü yoxlayın







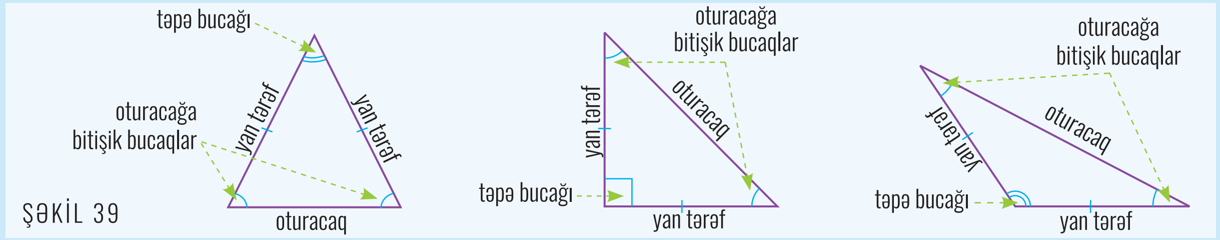
ŞƏKİL 38

BÖLMƏ 9

5 Bərabəryanlı və bərabərtərəfli üçbucağın xassələri

Bərabəryanlı üçbucaq – iki tərəfi konqruyent olan üçbucaqdır.

Bərabəryanlı üçbucağın konqruyent tərəfləri onun yan tərəfləri, üçüncü tərəfi isə bu üçbucağın oturacağıdır. İki tərəfi konqruyent olan hər hansı itibucaqlı, düzbucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlar bərabəryanlıdır və onun tərəfləri və bucaqları şəkil 39-da verildiyi kimi adlandırılır.

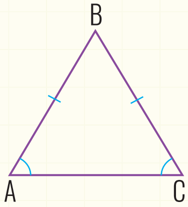


ŞƏKİL 39

XASSƏ 1: *Bərabəryanlı üçbucaqda oturacağa bitişik bucaqların xassəsi:*

Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına bitişik bucaqları konqruyentdir.

ΔABC-də $AB \cong CB$ olduğuna görə oturacağa bitişik olan A və C bucaqları da konqruyendir: $\angle A \cong \angle C$ (şəkil 40).

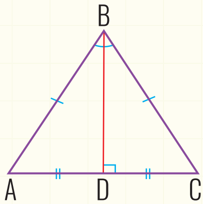


ŞƏKİL 40

XASSƏ 2: *Bərabəryanlı üçbucaqda oturacağa çəkilmiş median, tənbölən və hündürlüyün xassəsi:*

Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına çəkilmiş median, tənbölən, hündürlük üst-üstə düşür.

ΔABC-də (şəkil 41) $AB \cong CB$, BD mediandır: $AD \cong CD$, BD tənböləndir: $\angle ABD \cong \angle CBD$, BD hündürlükdür: $BD \perp AC$.



ŞƏKİL 41

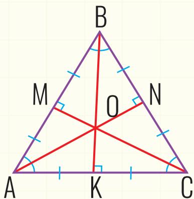
Bərabərtərəfli üçbucaq – bütün tərəfləri konqruyent olan üçbucaqdır.

XASSƏ 3: *Bərabərtərəfli üçbucaqda median, tənbölən, hündürlüyün xassəsi:*

Bərabərtərəfli üçbucaqda hər təpədən çəkilmiş median, tənbölən, hündürlük üst-üstə düşür.

ΔABC bərabərtərəflidir (şəkil 42): $AB \cong AC \cong BC$.
AN tənböləndir: $\angle BAN \cong \angle CAN$,
AN mediandır: $BN \cong CN$,
AN hündürlükdür: $AN \perp BC$.

Eyni hökmləri BK və CN parçaları üçün yazın.



ŞƏKİL 42

MƏSƏLƏ: ΔABC bərabəryanlıdır: $AB \cong BC$. D nöqtəsi oturacağın orta nöqtəsidir. $\angle ABD = 43°$ olarsa, A və C bucaqlarını tapın.

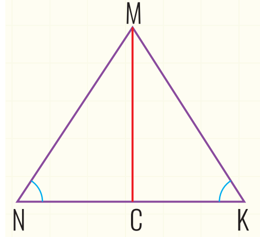
HƏLLİ: Şərtə görə AB və BC yan tərəflər, AC isə oturacaqdır. D nöqtəsi oturacağın orta nöqtəsi olduğuna görə BD mediandır. 2-ci xassəyə görə BD həm də tənböləndir. Onda $\angle B = 2 \cdot \angle ABD = 2 \cdot 43° = 86°$ olar.

Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə və 1-ci xassəyə görə,
$\angle A \cong \angle C = (180° - \angle B) : 2 = (180° - 86°) : 2 = 47°$ olar. **Cavab:** $47°$.

ÇALIŞMALAR

1. MNK üçbucağı bərabəryanlıdır (şəkil 43). Onun konqruyent tərəflərini və konqruyent bucaqlarını göstərin.

2. Bərabəryanlı üçbucağın M təpə bucağının tənböləni çəkilmişdir (şəkil 43). Burada alınmış konqruyent parçaları və konqruyent bucaqları göstərin.



ŞƏKİL 43

3. Bərabəryanlı ABC üçbucağının AB oturacağına CK tənböləni çəkilmişdir. K nöqtəsi AB üzərindədir.

a) AB-nin uzunluğunun: **1)** 12 sm; **2)** 25 mm; **3)** 14,4 sm olduğu məlumdursa, AK və BK parçalarının uzunluğunu müəyyən edin.

b) BK-nın uzunluğunun: **1)** 3,4 sm; **2)** 5 mm; **3)** 4,45 sm olduğu məlumdursa, AB oturacağının uzunluğunu müəyyən edin.

4. Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına bitişik bucaqların xassəsində şərt və hökmü müəyyən edin. Onların yerini dəyişərək söyləyin. Alınan xassələr doğrudurmu?

5. MNK üçbucağının MC tənbölənini çəkin. $\angle N \cong \angle K$ olduğu məlumdur. $MN \cong MK$ olduğunu əsaslandırın.

6. Bərabəryanlı üçbucağın təpə bucağının: a) 30°; b) 120°; c) 90°; d) 60° olduğu məlumdursa, oturacağa bitişik bucaqların hər biri neçə dərəcə olar?

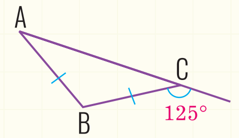
7. a) Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına bitişik bucaqlarından biri:
1) 89°; **2)** 120°; **3)** 90° ola bilərmi? Fikrinizi əsaslandırın.

b) Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına bitişik bucaqlarından birinin:
1) 60°; **2)** 28°; **3)** 79° olduğu məlumdursa, üçbucağın təpə bucağını müəyyən edin.

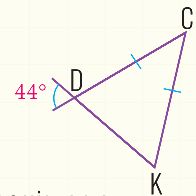
8. Samir bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağın iti bucaqlarının hər birinin 45° olduğunu söyləyir. Onun fikri doğrudurmu?

9. Bərabərtərəfli ABD üçbucağının A təpəsindən çəkilən medianının uzunluğu 11,4 sm olarsa, onun C təpəsindən çəkilən hündürlüyünü tapın.

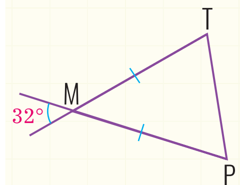
10. Şəkillərə görə üçbucaqların bucaqlarını tapın (şəkil 44, a, b, c).



ŞƏKİL 44, a



ŞƏKİL 44, b



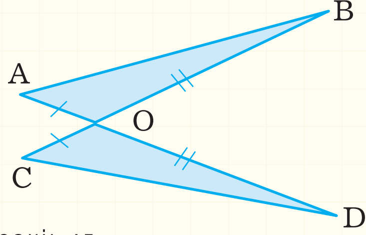
ŞƏKİL 44, c

11. ABD bərabəryanlı üçbucağında $AB \cong DB$, yan tərəfinin uzunluğu 13 sm-dir, BC tənböləndir və AC = 4,2 sm-dir. ABD üçbucağının perimetrini tapın.

12. Perimetri 54 sm olan ABC üçbucağında $AB \cong AC$ olduğu məlumdur. AK mediandır. ABK üçbucağının perimetri 42 sm olarsa, AK-nın uzunluğunu tapın.

13. Bərabəryanlı üçbucağın medianı onun perimetrini 33 sm və 42 sm hissələrə bölür. Bu üçbucağın tərəflərinin uzunluğunu tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

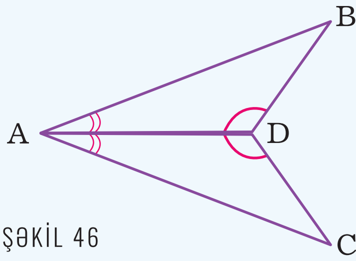


ŞƏKİL 45

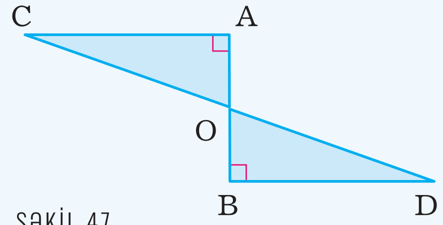
1. Şəkil 45-də verilənlərə görə $\triangle AOB \cong \triangle COD$ olduğunu göstərin.

2. Şəkil 46-da verilənlərə görə $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ olduğunu göstərin.

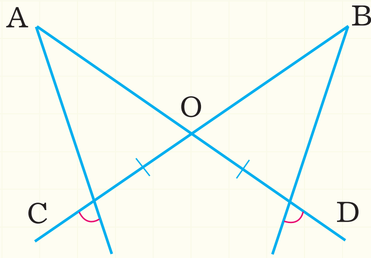
3. O nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsi olduğu məlumdursa, $\angle ACO \cong \angle BDO$ olduğunu isbat edin (şəkil 47).



ŞƏKİL 46



ŞƏKİL 47



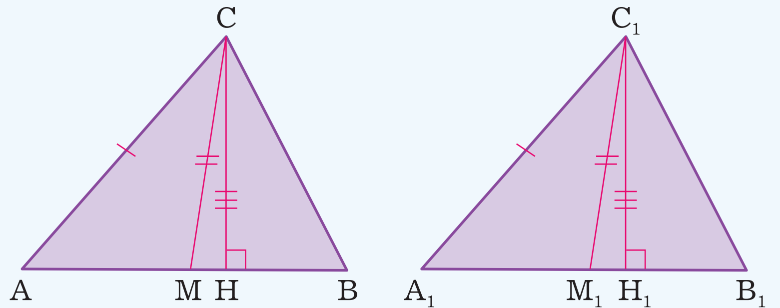
ŞƏKİL 48

4. Şəkil 48-də verilənlərə görə $AO \cong BO$ olduğunu isbat edin.

5. Bir üçbucağın bir tərəfi və digər tərəflərdən birinə çəkilmiş median və hündürlüyü, uyğun olaraq, ikinci üçbucağın bir tərəfi və digər tərəflərdən birinə çəkilmiş median və hündürlüyünə konqruyent olarsa (şəkil 49), bu üçbucaqların konqruyent olduğunu əsaslandırın.

Özünüzü yoxlayın





ŞƏKİL 49

SİTUASİYA MƏSƏLƏLƏRİ

BÖLMƏ 10

Bu bölmədə həyatda rast gəldiyiniz müxtəlif tip situasiya məsələləri və onların həlli ilə tanış olacaqsınız. Belə məsələlərin həlli sizin yaradıcılıq qabiliyyətinizin formalaşmasına xidmət edir.



Bəzən obyektin ölçülərini dəqiq müəyyən etməkdə çətinlik yaranır. Onda ölçmə təqribi edilir. Bu bölmədə təqribi kəmiyyətin mütləq və nisbi xətası anlayışlarını öyrənəcəksiniz. Həyatda insanın ən çox qarşılaşdığı məsələlərdən biri də bank, hesab, faiz məsələləridir. Sizcə, banklar kredit faizlərini hesablarkən hansı düsturlardan istifadə edirlər? Ümid edirik ki, bu və digər araşdırma məsələlərinin həllini öyrənməyiniz həyatda hər zaman lazımınız olacaq.



BÖLMƏ 10

1 Xəta məsələləri. Mütləq xəta

Situasiya məsələlərini həll edərkən fiziki kəmiyyətlərin dəqiq və təqribi qiymətlərinə rast gəlinir. Məsələn, $6,39$ sm qiymətini onda birlərə qədər yuvarlaqlaşdırdıqda $6,4$ sm alınır: $6,39 \approx 6,4$. Burada ədəd yuvarlaqlaşdırıldıqda ədədin dəqiq qiymətində müəyyən xəta yaranır. Ədəd $6,4 - 6,39 = 0,01$ qədər böyüyür.

Kəmiyyətin (temperatur, təzyiq, sürət və s.) ölçülməsində əldə olunan qiymət müxtəlif amillərdən asılı olaraq dəqiq qiymətdən bir qədər fərqli alınır.

ÖLÇMƏ ALƏTLƏRİNİN DƏQİQLİK DƏRƏCƏSİ

Bəzi məsələlərin həllində müşahidə və təcrübələr aparılarkən ölçmə alətlərindən (xətkeş, transportir, termometr, tərəzi, manometr və s.) istifadə edilir. Ölçmə alətlərinin üzərində, adətən, ştrixlə göstərilmiş bölgüləri olan şkala olur. Ölçmə aparılarkən alınan qiymətlər heç də həmişə dəqiq olmur. Ölçmənin dəqiqlik qiyməti ölçmə alətinin bölgülərinin sayından asılıdır.

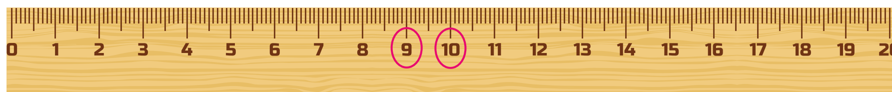
Aşağıdakı alətlərdə iki qonşu ədədin fərqini həmin ədədlər arasında olan bölgülərin sayına bölməklə ölçmənin hansı dəqiqliklə aparıldığını müəyyən edək:

Tikiş ölçü lentində qonşu ədədlər arasında 1 bölgü olduğu üçün alətin dəqiqlik qiyməti: $\frac{10-9}{1} = 1\ sm$ olar (şəkil 1).

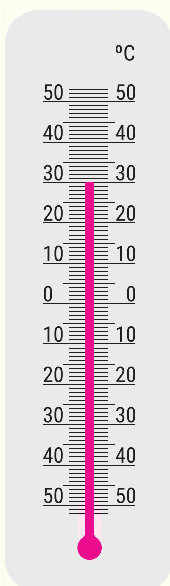


ŞƏKİL 1

Xətkeş üzərində iki qonşu ədəd arasında bölgülərin sayı 10 olduğu üçün xətkeşin dəqiqlik qiyməti: $\frac{10-9}{10} = 0,1\ sm$ olar (şəkil 2).



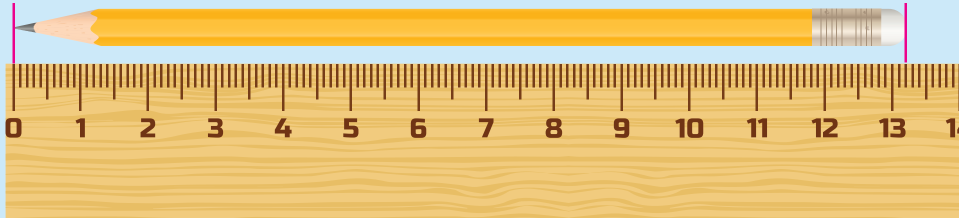
ŞƏKİL 2



ŞƏKİL 3

Termometrin (şəkil 3) üzərində iki qonşu ədəd arasında bölgülərin sayı 10 olduğu üçün termometrin dəqiqlik qiyməti: $\frac{30° - 20°}{10} = 1°$ olar.

PRAKTİK İŞ: Şəkil 4-də verilmiş qələmin uzunluğunu müəyyən edərkən ölçmədən alınan ədədin üzərinə xətkeşin dəqiqlik qiymətini əlavə etməklə və çıxmaqla yazılır: 13,2 sm ± 0,1 sm. Siz də əlinizdəki qələmin uzunluğunu yazın.



ŞƏKİL 4

Ölçmələr nəticəsində a kəmiyyətinin bir-birindən fərqli təqribi qiymətləri alına bilər. Təyin olunan hər təqribi qiymətin öz mütləq xətası alınır.

Kəmiyyətin dəqiq a qiyməti ilə təqribi x qiymətinin fərqinin moduluna təqribi qiymətin **mütləq xətası** deyilir: $|a - x|$.

Ölçmə vasitəsilə kəmiyyətin dəqiq qiymətini təyin etmək olmur. Mütləq xəta ölçmə nəticəsində alınan təqribi qiymətin kəmiyyətin dəqiq qiymətindən nə qədər fərqləndiyini göstərir.

Kəmiyyətin dəqiq qiyməti a, təqribi qiyməti x, yol verilən xəta isə b olarsa, $a = x \pm b$ yazılır.

Mütləq xəta:
|dəqiq qiymət – təqribi qiymət|

NÜMUNƏ: Şirniyyat qutusunun kütləsini müəyyən etmək üçün bir neçə qutu seçilərək tərəzidə çəkilir. Alınan nəticələr: 350 q, 350,2 q, 348 q, 352 q, 349,5 q, 349 q olur. Bu nəticələrdən ən böyüyü ilə ən kiçiyinin ədədi ortası hesablanır: (352 + 348) : 2 = 350 q.

Xəta kimi ən böyük və ən kiçik nəticələrin fərqinin yarısı götürülür:

$b = (352 - 348) : 2 = 2$

Qutunun kütləsi onun üzərində 350 ± 2 q yazılır.

MƏSƏLƏ: Çay qutusunun üzərində kütləsi 125 ± 1 q yazılıb. Bu qutuların ən az və ən çox kütləsi nə qədər ola bilər?

HƏLLİ: 125 + 1 = 126 q və 125 – 1 = 124 q olduğu üçün çay qutusunun ən çox kütləsi 126 q, ən az kütləsi isə 124 q-dır.

Cavab: 126 q, 124 q.

ÇALIŞMALAR

1. Verilmiş ədədləri göstərilən mərtəbəyə (altından xətt çəkilən) qədər yuvarlaqlaşdırın və hər biri üçün mütləq xətanı hesablayın.

a) $2{,}3\underline{4}1$; **b)** $54\underline{3}{,}78$; **c)** $0{,}\underline{9}537$; **d)** $-36{,}\underline{7}921$.

2. Yuvarlaqlaşdırmadan alınan xətaları hesablayın və cədvəli tamamlayın:

Verilən ədəd	Yuvarlaq ədəd	Fərqin modulu	Mütləq xəta
61,76318	61,7632	|61,76318 – 61,7632|	
61,76318	61,763		0,00018
61,76318	61,76		
61,76318	61,8		
61,76318	62		

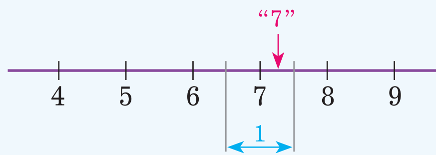
3. Ədəd oxu üzərində

$6{,}5 \le a < 7{,}5$

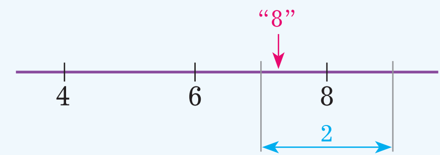
a) 6,5 və 7,5 ədədləri arasındakı istənilən ədəd təqribi 7-yə bərabər götürülür. Bu halda ən böyük mütləq xəta neçədir? (şəkil 5)

$7 < a < 9$

b) 7 və 9 ədədləri arasındakı istənilən ədəd təqribi 8-ə bərabər götürülür. Bu halda ən böyük mütləq xəta neçədir? (şəkil 6)



ŞƏKİL 5



ŞƏKİL 6

4. Hasarın uzunluğunun 0,1 metrə qədər dəqiqliklə ölçülən qiyməti 12,5 m olduğu məlumdur. Hasarın həqiqi uzunluğunu göstərən ədəd hansı ədədlər arasında yerləşir?

5. Düzbucaqlının eni və uzunluğu 1 sm dəqiqliklə uyğun olaraq 6 m və 8 m-dir. Düzbucaqlının eni və uzunluğunu göstərən ədəd hansı ədədlər arasında yerləşir? Düzbucaqlının sahəsinin mümkün qiyməti hansı ədədlər arasında yerləşir?

6. Düzbucaqlı paralelepipedin ölçüləri 2 sm-ə qədər dəqiqliklə 23 sm, 24 sm və 27 sm-dir. Onun həcmini göstərən ədəd hansı ədədlər arasında yerləşir?

7. Havanın temperaturunu termometrlə ölçərək $18{,}6°$ C olduğunu müəyyən etdilər. Termometrin bölgüsünün qiyməti $0{,}2°$-dir. Əgər ölçmə $0{,}1$ dəqiqliklə aparılarsa, havanın dəqiq temperaturu neçə dərəcə ola bilər?

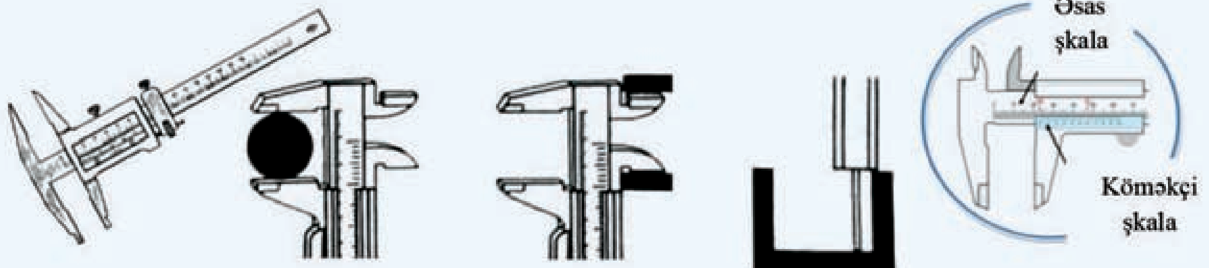


8. Əli $25{,}925$ ədədini onda bir, yüzdə bir və təklik mərtəbəsinə qədər yuvarlaqlaşdırdı və hər bir hal üçün təqribi qiymətin mütləq xətasını hesabladı. Hansı halda mütləq xətanın qiymətinin daha böyük olduğunu təxmin edin. Hesablama apararaq cavabınızın dəqiqliyini yoxlayın.

9. $\frac{2}{3}$ kəsrini onluq kəsr şəklində göstərin. Bu kəsri onda birə, yüzdə birə, mində birə qədər yuvarlaqlaşdırın. Hər hal üçün təqribi qiymətin mütləq xətasını hesablayın.

10. Masanın uzunluğunu ölçərkən yol verilən mütləq xəta 1 sm, şəhərlər arasındakı məsafəni ölçərkən yol verilən mütləq xəta isə 1 m = 100 sm-dir. Sizcə, hansı ölçmə daha dəqiqdir? Nə üçün? Fikrinizi əsaslandırın.

11. Praktik iş. Ştangenpərgar (şəkil 7) ölçmə dəqiqliyi daha yüksək olan ölçmə alətidir. Onun vasitəsilə əşyanın daxili və xarici xətti ölçülərini, deşiyin və ya çıxıntının dərinliyini ölçmək mümkündür. Ştangenpərgardan istifadə etməklə ətrafınızdakı hər hansı əşyanın xətti ölçülərini tapın. Təqribi qiymətin mütləq xətası alətin üzərində (nonius) göstərilir.



ŞƏKİL 7

Özünüzü yoxlayın



2 Nisbi xəta

Ölçmədə və ya təqribi hesablamada, yuvarlaqlaşmada buraxılan xətanın qiymətləndirilməsi üçün nisbi xətadan istifadə olunur.

$N = \frac{|a-x|}{|x|}$

Kəmiyyətin təqribi qiymətinin nisbi xətasını tapmaq üçün mütləq xətanın qiymətinin təqribi qiymətin moduluna nisbəti tapılır.

$$\text{Nisbi xəta} = \frac{\text{mütləq xəta}}{\text{təqribi qiymətin modulu}}$$

$N = \frac{|a-x|}{|x|} \cdot 100\%$

Nisbi xətanın faizlə ifadəsi: $\text{Nisbi xəta} = \frac{\text{mütləq xəta}}{\text{təqribi qiymətin modulu}} \cdot 100\%$

Yadda saxlayın: Nisbi xətası daha kiçik olan ölçmə daha dəqiq hesab olunur.

Məsələ: 0,01 mm dəqiqliklə ölçülmüş insan tükünün təxmini qalınlığı 0,15 mm-dir. Yerdən Aya qədər 500 km dəqiqliklə ölçülmüş məsafə isə təxmini 384 000 km olmuşdur. Ölçmələrin nisbi xətalarını faizlə ifadə edin və hansı ölçmənin daha dəqiq olduğunu tapın.

Həlli: Tükün qalınlığının ölçülməsində buraxılan nisbi xəta:

$$\frac{0,01}{0,15} = \frac{1}{15} = 0,0666... = 6,(6)\%$$

Yerdən Aya qədər məsafəni ölçərkən yol verilən nisbi xəta:

$$\frac{500}{348000} = \frac{1}{768} \approx 0,00130208333... = 0,130208(3)\%.$$

Cavab: $0,130208(3)\% < 6,(6)\%$ olduğuna görə Yerdən Aya qədər olan məsafə daha dəqiq ölçülmüşdür.

ÇALIŞMALAR

1. 26,345 ədədini:

a) təkliyə qədər; b) yüzdə birlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

Hər bir hal üçün mütləq və nisbi xətanı müəyyən edin. Hansı halda nisbi xəta daha çoxdur?

2. 3,65 ədədini onda birə qədər yuvarlaqlaşdırdıqda:

a) $3,65 \approx 3,6$ və $3,65 \approx 3,7$ bərabərliklərindən hansını yazmaq doğru olar?

b) Bu bərabərliklərin hər ikisinin nisbi xətasını hesablayın və seçdiyiniz cavabı əsaslandırın.

3. Cədvəldə verilən ədədləri onluq kəsr şəklində göstərin. Alınan kəsrləri yüzdə birə qədər yuvarlaqlaşdırın. Mütləq və nisbi xətanı kalkulyatorla hesablayaraq cədvəli tamamlayın (nəticələri onda birə qədər yuvarlaqlaşdırın).

Ədəd	Onluq kəsr	Mütləq xəta	Nisbi xəta
$7\frac{5}{8}$			
$\frac{37}{15}$			
$15\frac{9}{11}$			

4. Seymur taxta parçasının uzunluğunun 1 mm dəqiqliklə 269 mm, Taleh isə digər taxta parçasının uzunluğunun 1 sm dəqiqliklə 189 sm olduğunu müəyyən etdi. Hansı oğlan işi daha dəqiq yerinə yetirmişdir? Nə üçün?

5. Təqribi qiymət $4{,}89$, nisbi xəta isə 1%-dir. Təqribi qiymətin mütləq xətasını müəyyən edin.

6. At tükünün qalınlığını ölçən cihazın ölçmə xətası $0{,}005$ mm-dir. Cihazın göstəricisi $0{,}35$ mm olmuşdur.

a) Ölçmənin nəticəsi necə qeydə alınar? b) Nisbi xətanı tapın.

7. Cədvəli tamamlayın:

Evin hündürlüyü	Ölçmədən alınan nəticə	Mütləq xəta	Nisbi xəta
Nərminin evi	12 m	0,1 m	
Uğurun evi	5 m		3%
Nigarın evi	8 m	0,02 m	
İnayətin evi	7 m	10 sm	

8. Aşağıdakı ölçmələrdən hansı daha həssas cihazla yerinə yetirilmişdir?

a) 100 kq xəta ilə ölçən qapanda (ağır kütlələri ölçmək üçün tərəzi) bir yük avtomobilinin kütləsi 3 tondur;

b) $0{,}01$ q xəta ilə ölçən bir tərəzidə bir miqdar dərmanın kütləsi 5 q-dır.

9. İşığın vakuumdakı sürəti $299792{,}5 \pm 0{,}4$ km/san., səsin havadakı sürəti isə $331{,}63 \pm 0{,}04$ m/saniyədir. Hansı ölçmə daha dəqiqdir?

10. Avtomobilin yükgötürmə qabiliyyətinin $2{,}5 \pm$ ($2{,}5$-in 15%) ton olduğu məlumdur. Onun yükgötürmə qabiliyyətinin yuxarı sərhədini tapın.

11. Ayın diametri $d = 3476 \pm 1$ km-dir. Nisbi xəta neçə faizdir?

BÖLMƏ 10

3 Faiz məsələləri

Bir çox məsələlərin həllində birhədlilər üzərində əməllər icra edilir, ədədlərin və dəyişənlərin hasili ilə yazılmış düsturlar tətbiq edilir. Belə növ məsələlərə əhalinin sayının müəyyən edilməsi, bank əməliyyatlarının icra edildiyi məsələlər və s. aiddir.

MƏSƏLƏ 1: Əhməd $10\ 000$ manat pulu 20% artımla banka qoyaraq 1 ildən sonra geri aldı. Əhmədin 1 ildən sonra nə qədər pul aldığını müəyyən edin.

HƏLLİ:

1. $10\ 000$ manatın 20%-ni tapın.
2. Aldığınız məbləğlə $10\ 000$ manatı toplayın.
3. Nəticə haqqında fikirlərinizi söyləyin.

MƏSƏLƏ 2: Səbinə $10\ 000$ manat pulu banka qoyaraq 2 ildən sonra hər il ilkin qoyulan məbləğin 15%-i qədər artımla geri aldı. Səbinənin bankdan nə qədər pul aldığını hesablayın.

HƏLLİ:

1. $10\ 000$ manatın 15%-ni tapın.
2. Bu ədədi 2-yə vurun.
3. Aldığınız məbləğlə $10\ 000$ manatı toplayın.
4. Nəticə haqqında fikirlərinizi söyləyin.

Bank əməliyyatlarında son məbləğin hesablanmasının 2 üsulunu öyrənək.

Araşdırılan məsələlərdə sonda bankdan götürülən məbləğ banka qoyulan ilkin məbləğin hər hansı faizi qədər artırılır (və ya azaldılır). Belə tip məsələlər **sadə faiz artımı** məsələləri adlanır.

I. SADƏ FAİZ ARTIMI MƏSƏLƏLƏRİ

Yuxarıda verilən məsələlərdə zaman müddəti böyük olduqda hesablama bir qədər mürəkkəbləşir. Bu halda düsturdan istifadə etmək əlverişli hesab edilir.

Sadə faizlə artımı (və azalmanı) hesablamaq üçün aşağıdakı düsturlardan istifadə edilir.

$$S_n = S_0\left(1+\frac{r\cdot n}{100}\right), \quad \left[S_n = S_0\left(1-\frac{r\cdot n}{100}\right)\right]$$

Burada S_0 – ilkin qiymət, S_n – son qiymət, r – vahid zaman müddətində faiz dərəcəsini göstərən ədəd, n isə zamandır.

MƏSƏLƏ 1: Aysel sadə 12% artımla kredit verən bankdan 25000 manat kredit götürdü. O, 2 ildən sonra banka nə qədər pul qaytarmalı olar?

HƏLLİ: Şərtə görə $r = 12\%$, $n = 2$ il və $S_0 = 25000$ ₼-dır. Məbləğ artdığına görə $S_n = S_0\left(1+\frac{r \cdot n}{100}\right)$, düsturundan istifadə edərik:

$$S_2 = 25000 \cdot \left(1+\frac{12 \cdot 2}{100}\right) = 25000 \cdot 1{,}24 = 31000 \text{ ₼ olar.}$$

Cavab: 31000₼

MƏSƏLƏ 2: Cəmilə ona müəyyən xidmətin göstərilməsi xərcini ödəmək üçün hesabına 500 manat qoydu. Göstərilən xidmət müqabilində bu məbləğ hər ay qoyulan pulun 10%-i qədər azaldı. Cəmilənin hesabında 3 aydan sonra nə qədər pul qalar?

HƏLLİ: Şərtə görə $S_0 = 500$ ₼, $n = 3$ ay, $r = 10\%$. Məbləğ azaldığına görə

$S_k = S_0\left(1-\frac{r \cdot k}{100}\right)$ düsturundan istifadə edərik:

$$S_3 = 500 \cdot \left(1-\frac{10 \cdot 3}{100}\right) = 500 \cdot 0{,}7 = 350 \text{ ₼ olar.}$$

Cavab: 350₼

ÇALIŞMALAR

1. İlahə illik 30% gəlirlə banka qoyulan 300 manatın 5 ildən sonra 750 manat olduğunu iddia edir. Sizcə, o, doğrumu deyir? Fikrinizi izah edin.

2. Əmanətçi 3% sadə faiz artımı ilə gəlir verən banka 100000 AZN pul qoydu. 5 ildən, 8 ildən, 10 ildən sonra əmanətçinin hesabında nə qədər pul olar?

3. $S_n = S_0\left(1+\frac{r \cdot n}{100}\right)$, və $S_k = S_0\left(1-\frac{r \cdot k}{100}\right)$ düsturları üzərində çevrilmələr apararaq aşağıdakı kəmiyyətlərin hesablanması üçün ifadə yazın.

   a) S_0 b) n və k c) r

NÜMUNƏ: b) Birinci düstura görə n-i düsturla ifadə edək. $S_n = S_0\left(1+\frac{r\cdot n}{100}\right)$,

Bərabərliyin sağ tərəfində hasili cəm şəklində yazaq: $S_n = S_0 + S_0\cdot\frac{r\cdot n}{100}$

Toplananını bərabərliyin sol tərəfinə keçirək: $S_n - S_0 = S_0\cdot\frac{r\cdot n}{100}$ $- S_0$

Bərabərliyin hər tərəfini 100-*ə vuraq:* $100(S_n - S_0) = S_0\cdot r\cdot n$

Bərabərliyin hər tərəfini $S_0\cdot r$ *hasilinə bölək:* $\frac{100(S_n - S_0)}{S_0\cdot r} = n$

Alınan $n = \frac{100(S_n - S_0)}{S_0\cdot r}$ bərabərliyi n-nin digər kəmiyyətlərlə ifadəsidir.

4. a) Akif 8 ildən sonra 2000 manat məbləğ əldə etmək üçün 1000 manat məbləği neçə faiz artımı olan banka qoymalıdır?

b) İllik 18% artımla bir il ərzində banka qoyulan hansı məbləğ artaraq 7316 manat olar? Həmin məbləğ illik 20% artımı olan banka qoyularsa, iki il ərzində nə qədər pul əldə etmək olar?

5. Sadə faizlə artım düsturundan istifadə edərək cədvəli tamamlayın:

No	Bank	İllik faiz artımı	Qoyulan məbləğ (manat)	Qoyulan müddət (il)	Son məbləğ (manat)
1	I bank		3 000	2	3 840
2	II bank	25%		4	4 000
3	III bank	15,3%	5 000		7 295
4	IV bank	11,5%	7 000	10	

Cədvələ əsasən aşağıdakı sualları araşdırın. Hesablama zamanı kalkulyatordan istifadə edin:

a) I banka qoyulan $3\ 000$ manat 1 ildən sonra hansı məbləğə çevrilər?

b) III bank qoyulan $7\ 000$ manat pul üçün 6 aya nə qədər pul ödəyər?

c) II bank cədvəldə göstərilən başlanğıc məbləğə əsasən illik 20% artımı ilə 4 il müddətinə nə qədər pul ödəməlidir?

Özünüzü yoxlayın



6. İş adamı bizneslə məşğul olmaq üçün hər il götürülmüş məbləğin 10% illik artımı ilə bankdan 5 il müddətinə $20\ 000$ ₼ pul götürdü. İş adamı 5 ildən sonra banka nə qədər pul qaytarmalıdır?

7. $S_n = S_0(1 + r\%\cdot n)$ düsturunda n – məbləğin qoyulduğu müddəti ifadə edir $\left(r\% = \frac{r}{100}\right)$. Bu bərabərlikdən n-i müəyyən etmək üçün ifadə yazın.

a) $S_n = 500$, $S_0 = 2500$, $r\% = 10\% = 0{,}1$;

b) $S_n = 2500$, $S_0 = 500$, $r\% = 25\% = 0{,}25$ olarsa, n-i tapın.

8. Çiçək müəyyən xidmətin göstərilməsi üçün hesabına 1000 ₼ qoydu. Göstərilən xidmətin müqabilində bu məbləğ hər ay 5% azalır. Neçə aydan sonra hesabdakı məbləğ:

a) 800 ₼; b) 700 ₼; c) 400 ₼; ç) 100 ₼ olar?

9. 800 AZN pul sadə faizlə 12% artım verən banka qoyularsa, 8 aydan sonra bu məbləğ nə qədər olar?

İPUCU:

$8 \text{ ay} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ il

10. Nərgizin valideynləri onun xaricdə təhsil alması üçün 50000 AZN lazım olacağını müəyyən etdilər. Onlar illik sadə artımla 6% gəlir verən banka 32000 AZN pul qoydular. Nərgizin 1-ci sinifdə oxuduğu məlumdursa, 10 ildən sonra valideynlər bankdan lazım olan məbləği əldə edə bilərmi?

II. MÜRƏKKƏB FAİZ ARTIMI MƏSƏLƏLƏRİ

Bəzən bank məsələlərində son məbləği tapmaq üçün sadə faiz artımındakı kimi ilkin məbləğin faizi götürülmür. Alınan məbləğ hər sonrakı zaman anında yaranan məbləğin faizi qədər artırılır. Məsələn, 3 illik müddətə banka depozit edilən məbləğ birinci il ilkin məbləğin, ikinci il birinci ilin sonunda yaranan məbləğin, üçüncü il ikinci ildə yaranan məbləğin faizi qədər artırılır. Belə məsələlərə **mürəkkəb faiz artımı** məsələləri deyilir.



MƏSƏLƏ 1: Bank müştərisi hər il əvvəlki ildəki məbləğin 3%-i qədər artım verən banka ilkin olaraq 35 000 ₼ pul qoydu. 2 ildən sonra bank ona nə qədər pul qaytarmalıdır?

HƏLLİ:

1. 35 000 ₼-ın 3%-ni tapın.
2. Alınmış ədədlə 35 000 ₼-ı toplayın.
3. Yeni məbləğin 3%-ni tapın.
4. Bu ədədlə ikinci addımda alınan nəticəni toplayın.
5. Nəticə haqqında fikirlərinizi söyləyin.

MÜRƏKKƏB FAİZ ARTIMI DÜSTURU

Mürəkkəb faizlə artımı hesablamaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə edilir.

$$S_n = S_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

Burada S_0 – ilkin qiymət, S_n – son qiymət, r – vahid zaman müddətində faiz dərəcəsini göstərən ədəd, n zamandır.

MƏSƏLƏ 2: Nüsrət banka 7000 ₼ pul qoydu. Bankın illik faiz artımı hər il əvvəlki ildəki məbləğin 11%-ni təşkil edir. Bank Nüsrətə 2 ildən sonra hansı məbləği qaytarmalıdır?

HƏLLİ: Birinci il 7000 ₼ pul 11% artmışdır. Deməli, birinci ilin sonunda məbləğ $7000+7000\cdot\frac{11}{100}=7770$ ₼ olar. İkinci il isə 7770 ₼ pul 11% artmışdır. Deməli, ikinci ilin sonunda bank Nüsrətə:

$7770+7770\cdot\frac{11}{100}=8624{,}7$ ₼ pul qaytarmalıdır.

Bu məbləği mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə hesablasaq eyni qiymət alınar:

$$S_n=S_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^n=7000\cdot\left(1+\frac{11}{100}\right)^2=7000\cdot1{,}11^2=8624{,}7 \text{ ₼}$$

Cavab: 8 624,7 ₼.

ÇALIŞMALAR

1. İsmayıl hər il əvvəlki ilin 10%-i qədər artım verən banka qoyulan 700 ₼-ın 2 ildən sonra 800 ₼ olduğunu söyləyir. Onun nəticəsi doğrudurmu?

2. Memar körpünün layihəsi üçün qazandığı 100000 ₼ mükafatı iki banka yatırım etmək qərarına gəldi. O bu ilkin məbləğin yarısını 3 il müddətinə hər il ilkin məbləğin 7%-i qədər artım verən dövlət bankına, digər yarısını isə 2 il müddətinə hər il əvvəlki ildəki məbləğin 10%-i qədər artım verən kommersiya bankına qoydu. Hansı bank daha çox gəlir verdi?

3. Hər il əvvəlki ildəki məbləğin 25%-i qədər artım verən banka qoyulan müəyyən məbləğ 3 ildən sonra 100 mln. ₼ oldu. Banka qoyulan ilkin məbləğ nə qədər idi?

4. Azər hər il qoyulan məbləğin 12,5%-i qədər artımla kredit verən bankdan 5000 manat pul götürdü. O, **a)** 6 aydan; **b)** 15 aydan sonra banka nə qədər pul qaytarmalıdır?

Qeyd: Ayları ilə çevirməklə həll edin.

5. Hesablama zamanı məlum oldu ki, şəhər əhalisinin avtomobillərinin sayı hər il əvvəlki ilə nisbətən 15% artır. Son 5 il ərzində avtomobillərin sayının təxmini neçə dəfə artdığını müəyyən edin.

Özünüzü yoxlayın



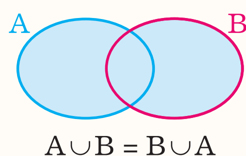
BÖLMƏ 10

4 Çoxluqlar üzərində əməllər

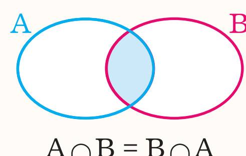
Çoxluqların birləşməsi, kəsişməsi, fərqi anlayışları ilə tanışsınız. Çoxluqlar üzərində aparılan bu əməllər müxtəlif xassələrə malikdir.

A, B və C çoxluqları üçün aşağıdakı xassələr doğrudur:

1) Yerdəyişmə xassəsi:

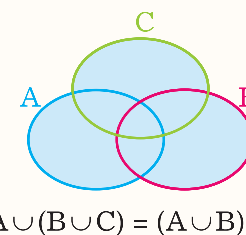


$A \cup B = B \cup A$

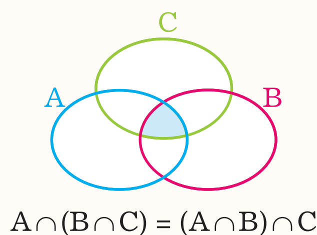


$A \cap B = B \cap A$

2) Qruplaşdırma xassəsi:

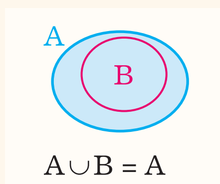


$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

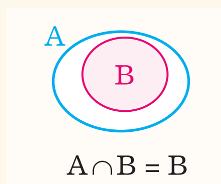


$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

3) Əgər $B \subset A$ (yəni B çoxluğu A-nın alt çoxluğu) olarsa:



$A \cup B = A$

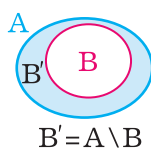


$A \cap B = B$

4) $A \setminus A = \varnothing$.

5) $A \cup \varnothing = A$. $A \cap \varnothing = \varnothing$.

Əgər $B \subset A$ olarsa, $B' = A \setminus B$ çoxluğuna B-nin A çoxluğuna tamamlayıcısı deyilir.

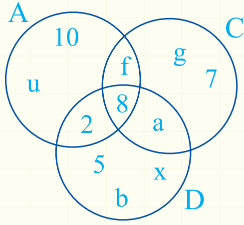


$B' = A \setminus B$

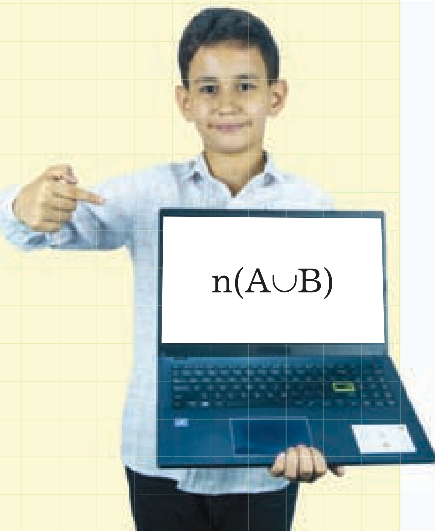
Yada salın:

Çoxluqların birləşməsinin elementləri necə müəyyən edilir? Bəs kəsişməsinin elementləri?





ŞƏKİL 8



ÇALIŞMALAR

1. A = {m, n, l, k, p} və B = {n, p, g, j} çoxluqlarının elementlərinin sayını tapın. Bu çoxluqların birləşməsinin və kəsişməsinin elementlərinin sayını müəyyən edin. Yerdəyişmə xassəsinin ödəndiyini göstərin.

2. Natural, tam və rasional ədədlər çoxluqlarının elementlərinin sayı haqqında nə deyə bilərsiniz? Bu çoxluqlardan hansı digərinin alt çoxluğudur? Onları Eyler-Venn diaqramları ilə təsvir edin.

3. Şəkil 8-də verilən A, C, D çoxluqları üçün aşağıda göstərilənləri araşdırın:

a) $A \cap C$; **b)** $C \cap D$; **c)** n(A), n(C), n(D);
d) $A \cup D$; **e)** $A \cap D$; **f)** $A \cap C \cap D$;
g) $A \cup C$; **h)** $A \cup C \cup D$;
l) yalnız A çoxluğuna daxil olan elementləri;
h) yalnız C çoxluğuna daxil olan elementləri;
k) A\D, A\C və D\C çoxluqlarının elementlərini.

4. a) Hər birinin üç elementi olan elə iki çoxluq göstərin ki, onların birləşməsinin dörd elementi olsun.

b) Elə A və B çoxluqları göstərin ki, n(A) = 4, n(B) = 6, n(A∩B) = 2 olsun. n(A∪B)-ni tapın. Bu çoxluqları Eyler-Venn diaqramı ilə təsvir edin.

5. Bizim binada yaşayan hər bir ailə ya qəzet, ya jurnal, ya da hər ikisinə abunə yazılıb. 75 ailə qəzet, 26 ailə jurnal, 18 ailə isə həm qəzet, həm də jurnal alır. Bizim binada neçə ailə yaşayır?

6. Məktəb idman yarışlarında 7-ci sinif şagirdlərindən 25 iştirakçı qaçış və hündürlüyə tullanma üzrə səviyyələri yerinə yetirdi. 7 nəfər hər iki, 11 nəfər isə yalnız qaçış üzrə səviyyəni ödədi. Neçə nəfər şagird:

a) qaçış üzrə;
b) hündürlüyə tullanma üzrə;
c) yalnız hündürlüyə tullanma üzrə səviyyələri yerinə yetirdi?

7. 61 şagirddən 27 nəfəri medal, 35 nəfəri isə marka kolleksiyası ilə məşğuldur. 6 nəfər şagird isə həm medal, həm də marka yığır. Neçə şagird bunlardan heç birini kolleksiya etmir?

8. a) n(A) = 18, n(B) = 23 və $n(A \cap B) = 9$ olarsa, $n(A \cup B) = ?$
b) $n(M \cup K) = 42$, n(M) = 35, n(K) = 28 olarsa, $n(M \cap K) = ?$
c) $n(C \cap D) = 7$, n(C) = 19, $n(C \cup D) = 22$ olarsa, n(D) = ?

Özünüzü yoxlayın



Araşdırma məsələləri

1. İçərisində $100\ l$ şirə olan çəlləkdən $10\ l$ şirə götürülüb əvəzinə $10\ l$ su əlavə edildi. Alınan məhlul qarışdırılaraq ondan yenə də $10\ l$ götürülüb, əvəzinə $10\ l$ su əlavə edildi və bu əməliyyat bir neçə dəfə təkrarlandı. Sonda tərkibində $72{,}9\ l$ şirə olan məhlul əldə etmək mümkündürmü?

2. a) $10!$ ədədinin ən böyük natural bölənini tapın.

İPUCU: Burada $10! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10$.

b) $10!$ ədədi hansı ən kiçik natural ədədə bölünməz?

3. Geyim dükanında aşağıdakı kimi aksiya elan edilib:

ELAN

1000 MANATDAN çox alış-veriş edən hər bir alıcı
100 MANATLIQ BONUS KARTI əldə edir.

Bonus kartla həmin dükandan 100 manatlıq mal almaq şansı qazanır. Əgər alıcı bu aksiyada iştirak edərsə, aldığı malları geri qaytarmaq hüququnu itirir.

Nərmin 950 manatlıq kostyum, 80 manatlıq ayaqqabı və 60 manatlıq çanta almaq istəyir. Hansı halda Nərmin alış üçün ən az pul xərcləyər:

a) hər 3 geyimi birdən alar?
b) əvvəl kostyum və ayaqqabını alar, çantanı isə bonus kartla əldə edər?
c) əvvəl kostyum və çantanı alar, ayaqqabını isə bonus kartla əldə edər?

4. Müəllim istəyir ki, şagirdləri "birgə tapşırıq yerinə yetirməyə aid" bir neçə məsələ tərtib etsinlər. Məsələnin şərtində nəzərə alınmalıdır ki: "Birinci briqada hər hansı tapşırığı a günə, ikinci briqada isə b günə yerinə yetirir. Briqadalar birgə işləməklə bu tapşırığı neçə günə yerinə yetirə bilər?" Həmçinin müəllim istəyir ki, məsələnin cavabı hər bir halda "24 gün" alınsın. a və b natural ədədləri üçün $a > b$ şərti daxilində neçə müxtəlif variant tərtib etmək mümkündür?

5. a) İki oğlan 8×8 lövhəsində dama oynayır. Oyun başladıqdan bir müddət sonra dama lövhəsi üzərində qara rəngli boş xanaların sayı daşlar olan xanaların sayından 3 dəfə çox, oğlanların birində isə digərindən 2 daş çox oldu. Lövhədə hər oğlanın neçə daşı qalmışdır?

b) Qız gün ərzində 3 arşın parça toxuyaraq 4 gün tək işlədi. Sonra ana da qızına qoşularaq gün ərzində 5 arşın parça toxudu. Onların parçaları eyni uzunluqda olduqda işlərini saxladılar. Ana və qız birlikdə neçə arşın parça toxudular?

c) Ana bütün uşaqlara eyni sayda qoz verdi. Onlardan dörd nəfəri hər biri 12 qoz yedi və bu zaman həmin dörd nəfərdə birlikdə ananın hər uşağa verdiyi qədər qoz qaldı. Ana hər uşağa neçə qoz vermişdi?

6. Alış-veriş üçün dükana gedən adam özü ilə 10 manat pul götürdü. Onun alış-verişdən sonra qalan pulun dörddə biri qədər də əlavə pulu olsa idi, ilkin pulunun $7{,}5\,\%$-i qədər pulu qalmış olardı. Adamın alış-verişdən sonra nə qədər pulu qaldı?

7. Üç qardaşdan birinci qardaş a manat pulu illik $p\%$ artımla, ikinci qardaş $2a$ manat pulu illik $\frac{p}{2}\%$ artımla, üçüncü qardaş isə $\frac{a}{2}$ manat pulu illik $2p\%$ artımla gəlir verən banka qoydu. Göstərin ki, hər üç qardaş bir ildən sonra eyni gəlir əldə edər.

8*. Sahibkar məşhur bir firmanın hər birinin qiyməti 100 manat olan 200 səhmini aldı. Hər səhmin qiyməti $p\%$ bahalaşdıqda o, səhmlərin yarısını satdı. Hər səhmin qiyməti yenidən $q\%$ artdıqda sahibkar səhmlərin qalan yarısını da satdı. Bütün səhmlərin satışından sahibkarın əldə etdiyi gəliri hesablayın.

9. Qədim məsələ: Bağban üç oğluna 100 limon verdi və dedi ki, onlar limonları eyni qiymətə satsınlar. Evə qayıdarkən oğlanlardan biri satışdan alınan 1 manat 80 qəpiyi və qalan 4 limonu, ikinci oğlu 1 manat 60 qəpiyi və qalan 3 limonu, üçüncü oğlu isə 1 manat 20 qəpiyi və qalan 1 limonu bağbana verdi. Bağban hər oğluna neçə limon vermişdi?

10. a) Əgər verilmiş ikirəqəmli natural ədədin sağına və ya soluna 2 yazılsa, onda alınan üçrəqəmli ədədlər bərabər olar. İkirəqəmli ədədi tapın.

b) Əgər verilmiş beşrəqəmli natural ədədin sağına 2 yazsaq və alınan ədədi verilmiş beşrəqəmli ədədin soluna 2 yazmaqla alınan ədədə bölsək, qismətdə 3 alınar. Bu beşrəqəmli ədədi tapın.

11. “Məişət tullantıları və ətraf mühitin çirklənməsinin qarşısının alınması” adlı təqdimat hazırlamaq üçün şagird bəzi tullantıların çürüməsi haqqında məlumat toplayaraq cədvəldəki kimi yazır:

Tullantının növü	Çürümə müddəti
Banan qabığı	1–3 il
Portağal qabığı	1–3 il
Karton qutular	0,5 il
Saqqız	20–25 il
Qəzet	Bir neçə gün
Plastik qab	100 ildən çox

a) Şagird bu cədvəldə verilənləri sütunlu diaqram şəklində vermək istədi. Sizcə, sütunlu diaqram bu məlumatı təsvir etmək üçün əlverişlidirmi? Fikrinizi izah edin.

b) Məlumatı təsvir etmək üçün hansı diaqramdan istifadə edərsiniz?

12. Bank müştərisi illik 6% faiz verən banka müəyyən məbləğdə pul qoydu. Əgər o, banka 5000 manat az pul qoysa idi, illik gəlir 1,5 min manat olardı. Müştəri banka nə qədər pul qoymuşdu?

13. İlahə illik 12% gəlir verən bankda müəyyən məbləğlə hesab açdırdı. Əgər İlahənin banka qoyduğu pul 1000 manat artıq olsa idi, bir ildən sonra 720 manat gəlir əldə edərdi. İlahənin banka qoyduğu məbləğ nə qədər olmuşdur?

14. 65 km/saat sürətlə bərabərsürətli hərəkət edən qatar onun yanındakı paralel yolla eyni istiqamətdə 5 km/saat sürətlə hərəkət edən piyadanın yanından 30 saniyəyə keçir. Qatarın uzunluğunu tapın.

15. 90 km/saat sürətlə bərabərsürətli hərəkət edən qatar 800 m uzunluqda meşənin yanından 1 dəqiqə ərzində keçir. Qatarın uzunluğunun neçə metr olduğunu tapın.

16. Samir qardaşıgilə getmək üçün 3 növ nəqliyyatdan istifadə edə bilər: avtobus, qatar və ya taksi. Aşağıdakı cədvəldə hər nəqliyyat üçün yolun hər hissəsinə sərf olunan vaxt göstərilib.

Nəqliyyat	Evdən dayanacağa qədər məsafə	Yol	Dayanacaqdan qardaşıgilə qədər məsafə
Avtobus	15 dəq.	2 saat 15 dəq.	15 dəq.
Qatar	25 dəq.	1 saat 45 dəq.	20 dəq.
Taksi	25 dəq.	1 saat 35 dəq.	5 dəq.

Hansı nəqliyyatla yola daha az vaxt sərf edilər? Cavabı saatla yazın.

Cavablar

I. Statistika. Ehtimal

Səh. 8-9. **№1.** a) yaşlı nəsil; b) 13%; **№2.** a) 300; b) yanvar; c) ≈880; **№3.** b) dram dərnəyi və voleybol; **№5.** a) 360 mm; b) 710 mm; c) 6002,5 mm; d) ≈0,53.

Səh. 10-12. **№1.** a) 20 gün; b) ≈ 73%; c) 2 dəfə; **№2.** a) ≈ 66,7%; b) 50%; **№3.** b) 50%; c) 85%; d) 45%; **№4.** a) 0,364 düym ≈ 0,925 sm; 0,365 düym ≈ 0,927 sm və s. d) 75%; **№5.** a)10,1 m; b) ≈1,6m; c) ≈12 sm; d) 15 sm.

səh. 16-18. **№1.** 1) a) 11; b) 19; 2) 35%; **№2.** a) 5; b) 11; **№3.** b) 63% ; c) ≈9%; **№4.** a) 5-ci avtomobilin reytinqi daha yüksəkdir; b) Məsələn, Q = 3*T + Y + G + 3*R düsturundan istifadə edilərsə, I avtomobilin reytinqi yüksək olar; **№5.** ən az ≈3,2°, ən çox ≈10,3°; **№6.** a) 24%; b) 32%; c) 56%; d) 96%; **№7.** ≈ 0,48; **№10.** a) 14 yaşdan kiçik və 14-17 yaş arası insanların sayı ≈50%-dir. b) 25-34 və 35-44 yaş qrupuna aid insanların sayı bütün idman ayaqqabısı istifadəçilərinin dörddə birini təşkil edir. c) histoqram və ya qrafiklə.

səh. 20. **№1.** a) 140°F; b) 59°F; c) 122°F; d) 86°F; e) 131°F; f) 145,4°F; g) 41°F; h) 127,4°F; k) 116,6°F; m) 251,6°F; **№2.** a) 5°C; b) 45°C; c) 15°C; d) 65°C; e) 115°C; f) 90°C; g) 35°C; h) 40°C; k) 26,7°C; m) 1,1°C; **№3.** a) 10,8°F; b) 62,6°F; **№4.** 20,5°C-dən 23,3°C-ə qədər; **№7.** Xeyr.

səh. 22-23. **№1.** a) Türkiyəyə gedən turistlərin sayı hər il artır, Amerikadan gələn turistlər çoxluq təşkil edir və s.; b) 2014-cü ildə bu ABŞ-dan gələn turistlərin sayı azalıb, 600000 nəfər ola bilər və s.; c) Azərbaycan və Yaponiyadan gələnlərin sayı artır; **№3.** Hər iki xəstədə temperatur 37°C-dən yüksək olmuş, sonra Fatimənin temperaturu normallaşmış, Nəzrinin temperaturu isə sabit qalmışdır. Saat 11 (23^{00})-də hər iki xəstənin temperaturu yüksəlmiş, Nəzrində daha yüksək olmuşdur. Gecəyə doğru temperatur düşməyə başlamışdır. Sabaha doğru xəstələrin temperaturunun normal olacağını proqnoz etmək olar. **№4.** a) noyabrda Bakıda ≈49°F = 9,4°C, Şuşada ≈39°F = 3,8°C və Naxçıvanda ≈29°F = -1,6°C dərəcə olacağını demək olar; b) noyabr ayında Şuşada temperatur Bakıdakı temperaturdan 10°C soyuq ola bilər; c) dekabr ayında Şuşada temperatur Bakıdakı temperaturdan 10°C aşağı ola bilər; **№5.** a) 3-cü həftədə; b) 6-cı həftədə; c) 10-cu həftə.

səh. 26-27. **№1.** a) azimkanlı hadisə; b) azimkanlı hadisə; c) yəqin –1; **№2.** 0,5; **№3.** 0,4; **№4.** $\frac{7}{16}$; $\frac{1}{4}$; **№5.** $\frac{12}{17}$; **№6.** a) $\frac{1}{10}$; b) 0,1; c) $\frac{1}{18}$; d) $\frac{1}{6}$; e) 0,1; f) $\frac{4}{45}$; **№8.** a) 0,1; b) 0,2; c) 0,07; d)0,08; **№9.** a) $\frac{5}{36} \approx 0,1$; b) $\frac{2}{9} \approx 0,2$; c) $\frac{1}{6} \approx 0,2$; **№10.** a) 0,125; bir əlverişli hal var; b) 0,25; iki əlverişli hal var; c) 0,125; oxun hər mavi rəngli hissədə dayanması hadisəsinin ehtimalı 0,125-dir (hər hissəyə ayrılıqda baxılır); d) 0,375; üç əlverişli hal var; e) 0,125; oxun hər qırmızı rəngli hissədə dayanması hadisəsinin ehtimalı 0,125-dir.

səh. 29-30. **№1.** dairə 5 bərabər hissəyə bölünür, 2 hissə qırmızı rənglənir. **№2.** a) P(qırmızı və ya yaşıl) = 0,25; b) P(sarı olmayan) = 0,75; c) P(qara olmayan) = 1. **№3.** a) P(3) = $\frac{1}{6}$; b) P(2 və ya 5) = $\frac{1}{3}$; c) P(5-dən kiçik) = $\frac{2}{3}$; d) P(6-dan fərqli) = $\frac{5}{6}$; e) P(sadə ədəd) = $\frac{1}{2}$; f) P(9) = 0; **№4.** 0,96; **№5.** a) P(m, n, p və ya t) = 0,125; b) P(я) = 0; c) P(samit) = $\frac{23}{32}$; d) P(sait) = $\frac{9}{32}$; e) P(dodaqlanan sait) = $\frac{1}{8}$; f) P(incə sait) = 0,125; **№6.** a) 0,2; b) artar; **№7.** a) 0,9; b) 0,6; **№8.** a) 0,6; b) 0,5; **№11**. a) 0,5; b) 1; c) 0,5; **№ 12.** Xeyr; **№ 13.** a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{4}$; **№14**. $\frac{1}{2}$.

səh. 31. **№1.** a) 55°C = 131°F, 12°C = 53,6°F, 93°C = 199,4°F, 61°C = 141,8°F; b) 125°F = 51,6°C, 42°F =5,6°C, 35°F = 1,7°C, 112°F = 44,4°C; **№2.** a) P(8) = $\frac{2}{5}$; b) P(2, 6, 10 və ya 12) = $\frac{2}{5}$; **№3.** b) $\frac{1}{2}$; **№4.** a) P(12) = $\frac{2}{5}$; b) P(cüt ədəd) = 0,5; c) P(sadə ədəd) = 0,3; d) P(kəsr) = 0; e) P(1-dən kiçik) =0; f) P(25-dən böyük) = $\frac{1}{6}$; g) P(2 və ya 3-ün böləni) = $\frac{1}{6}$; h) P(sonu 5-lə bitən) = 0,1; **№5.** d) göy; **№6.** a) 36; b) 30; $\frac{1}{3}$; **№7.** a) 6%; b) 94%; c) 14100.

II. Rasional ədədlər

səh. 34: **№1.** a) doğru deyil; b) doğrudur; c) doğru deyil; d) doğrudur; e) doğrudur; **№4.** a) {14; –5; 0; – 82; 12; 1} və {– 11; 17}; b) {14; 12; 1} və {17}; c) { –5; – 8,2; – 82} və {$-\frac{11}{15}$; – 22,3; – 11}; d) 14; 3,5; $\frac{4}{9}$; 12; 1} və {1,7; 17; 22,1; 0,93} ; **№6.** a) $\frac{4}{5} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20} = \frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{6}{14} = \frac{12}{28}$; c) $1,25 = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20} = \frac{125}{100}$; d) $-5,2 = -5\frac{2}{10} = -5\frac{5}{25} = \frac{-520}{100} = -\frac{26}{5}$; **№7.** Nümunə: a) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$; $-\frac{7}{12} = -\frac{14}{24}$; $-3\frac{5}{15} = -3\frac{1}{3}$; $\frac{125}{100} = \frac{21}{9}$; b) $-2,3 = -2\frac{3}{10}$; $7,25 = 7\frac{1}{4}$; $0,24 = \frac{12}{50}$; $9,03 = \frac{903}{100}$; **№8.** 1) 4 dəfə böyük olar; 2) *m* dəfə.

səh. 36-37. **№1.** a) {0,(7); 5,333...; 32,(56); 6,98(3); 0,(345); 1,43(12); 2,0(7)}; b) {0,(7); 5,333...; 32,(56); 0,(345)}; c) {6,98(3); 1,43(12); 2,0(7)}; d){3,4; 2,003; 0,444; 0,5; 8,111}; **№2.** 0,1(6) – qarışıq; 2,32999... = 2,32(9) – qarışıq; 21,823823823...=21,(823); 9,09323232...=9,09(32)–qarışıq; 1,64026402... =1,(6402)–saf; 3,454545...

= 3,(45)– saf; 0,123444... = 0,123(4) – qarışıq; 3066,666... = 3066,(6) – saf; 0,24752475...= 0,(2475) – saf; 93,02654654...= = 93,02(654) – qarışıq; **№4.** $\frac{1}{3}$ = 0,(3); $\frac{5}{9}$ = 0,(5); $\frac{7}{12}$ = 0,58(3); $\frac{3}{16}$ = 0,1875; $\frac{12}{18}$ = 0,(6); $\frac{9}{20}$ = 0,45; $\frac{11}{21}$ = 0,(523809); $\frac{17}{28}$=0,60(714285); $\frac{30}{32}$ = 0,9375; $\frac{10}{48}$ = 0,208(3); $\frac{21}{50}$ = 0,42; $\frac{16}{72}$ = 0,(2); $\frac{10}{75}$ = 0,1(3); $\frac{20}{99}$ = 0,(20); $\frac{84}{200}$ = 0,42; $\frac{465}{555}$=0,(837); $\frac{900}{1000}$ = 0,9; **№5.** Haqlıdır.

səh. 38-39. №1. a) $\frac{8}{9}$; b) $1\frac{7}{9}$; c) $10\frac{5}{11}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $8\frac{68}{90}$; f) $15\frac{232}{990}$. **№2.** a) $\frac{2}{9}$; $1\frac{1}{3}$; $3\frac{6}{11}$; $21\frac{23}{99}$; $\frac{673}{999}$; $7\frac{256}{999}$; $16\frac{2}{999}$; $\frac{1}{9999}$; 5, $\frac{1}{99}$; b) $\frac{2}{15}$; $1\frac{23}{90}$; $7\frac{2}{45}$; $2\frac{107}{450}$; $10\frac{72}{495}$; $\frac{1279}{4950}$; $16\frac{497}{990}$; $\frac{1}{9000}$; **№3.** a) 2,(7) = $2\frac{7}{9}$ və 2,4(7) = $2\frac{43}{90}$; b) 0,(54) = $\frac{54}{99}$ və 0,3(54)=$\frac{351}{990}$; **№5.** a) 1,2(5) = 1 + 0,2 + 0,0(5) = 1 + $\frac{2}{10}$ + $\frac{5}{90}$ = 1 + $\frac{18}{19}$ + $\frac{5}{90}$ = 1 + $\frac{23}{90}$ =$1\frac{23}{90}$; **№6.** a) $8\frac{m}{9}$; b) $\frac{\overline{abc}-a}{990}$; c) $1,m(nmm)$ = =$1,(mnm)$ = $1\frac{\overline{mnm}}{999}$; **№7.** $\frac{a}{9}$ və $7\frac{\overline{ba}-b}{90}$; **№8.** 7,(9999) = 7 $\frac{9999}{9999}$ = 8; 0,13; – 3,9; **№9.** ≈1600 mm²; ≈2400 mm².

səh. 41. №1. a) Ədəd oxu üzərində hesablama başlanğıcından sağdakı nöqtənin koordinatı müsbət, soldakı nöqtənin koordinatı mənfi, hesablama bağlanğıcı ilə üst-üstə düşən nöqtənin koordinatı isə sıfırdır; b) əks ədədlər; c) xeyr; **№2.** a) xeyr; b) bəli; c) bəli; d) bəli; **№4.** N(-5); M(-3,6); K(-2,(1)); A(-0,5); C(1,(8)); B(4); D(5,8); **№5.** 5,8; 2,78; (0,56); 3,67(4)).

səh. 43. №1. a) AB = 4,43; b) MN = 6,75; c) CD = 3 ; d) FD = 6.38(98); e) KF = 0,(06); f) EH = $6\frac{16}{35}$; **№2.** a) $8\frac{5}{6}$; **№3.** -11,41; **№4.** a) N(0,64) və ya N(-6,44); b) M(-2,53(8)) və ya M(11,23(8)); **№5.** a) 10; b) {-10, -9, -8,-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}; c) -126, 76, 78 və s.; **№6.** 88; **№7.** 116 sm, B(111).

səh. 44-46. №1. a) 5,(8) > -12,(9); b) 3,(5) > 3,55; c) -2,(67) < -2,676; d) 11 = 10,(99); e) 21,56(5) < 21,5657; f) -0,78(3) < -0,(78); **№2.** a) < ; b) < ; c) =; d) >; e) >; f) =; g) >; h) >; **№3.** 2 və 3; -1 və 0; 0 və 1; 1 və 2; -6 və -5; 31 və 32; -582 və -581; **№6.** a) -3,5; $-3\frac{1}{12}$; -0,3; $-\frac{15}{7}$; $\frac{-3}{5}$; $\frac{4}{-15}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{25}{7}$; b) $\frac{7}{2}$; $\frac{13}{11}$; $\frac{20}{27}$; 0,5; $-\frac{1}{5}$; $-\frac{2}{9}$; $\frac{4}{-17}$; $\frac{-34}{34}$; $-1\frac{1}{13}$; -2,3; -2,(3); **№7.** a) $m > 0$; $n < 0$; b) $\frac{1}{3}n > 3n$; c) $|0,5m| < |n|$; **№8.** b) $a-b < b+a < b-a$ (şəkil 13a); $b+a < a-b < b-a$ (şəkil 13b); $b+a < b-a < a-b$ (şəkil 13c); c) $|b+a| < |a-b| = |b-a|$ (şəkil 13a); $|a-b| = |b-a| < |b+a|$ (şəkil 13b); $|a-b| = |b-a|<|b+a|$ (şəkil 13c); **№9.** a) xeyr; b) modulu böyük olan ədəd kiçikdir; **№10.** a) bəli; b) bəli; c) bəli; d) bəli; e) xeyr (eyni ədəd olduğu hal nəzərə alınmır); f) bəli; **№11**. 1) a) $p < k$ olduqda, b) $|p| < |k|$ olduqda; c) $|p| > |k|$ olduqda; 2) $m < n$ olduqda $|m| > |n|$, $m > n$ olduqda $|m| < |n|$; 3) I hal: $a > b$ və $a + b < 0$ olarsa, $|a| < |b|$; II hal: $a > b$ və $a + b > 0$ olarsa, $|a| > |b|$; III hal: $a < b$ və $a + b < 0$ olarsa, $|a| > |b|$; IV hal: $a < b$ və $a + b > 0$ olarsa, $|a| < |b|$.

səh. 48-50. №1. a) $x > -0,8$ və $x < 3,4$; b) $y > 6,8 \le$ və $y < 11$; c) $a > -100$ və $a \le 112$; f) $n \ge -8\frac{2}{9}$ və $n < -4,(5)$; **№2.** a) $8 < a < 12,3$; b) $-3,(4) < y \le 0$; c) $0,75 \le x \le 5,6$; d) $-11,9(3) < m < 4,5$; e) $-2 < p < 2$; f) $-25 \le k \le 100$; **№3.** a) $0 \le x \le 4,2$; b) $-5 < y \le 7,8(56)$; c) $-\frac{22}{7} \le a < 0$; **№4.** a) A={1,2, 3,4, 5,6, 7}, n(A) = 7; b) B ={-11,-10, -9,..., 9, 10, 11}, n(B) = 23; c) C ={-45,-44, -43, -42, -41}, n(C) = 5; d) D ={5, 6, 7, 8, 9}, n(D) = 5; **№5.** a) A = {1, 2, 3, 4}, n(A) = 4; b) B={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, n(B) = 10; c) C={∅}, n(B) = 0; d) D ={5, 6, 7, 8, 9, 10}, n(D) = 6; **№6.** a) 9 və 11; b) -5 və -2; c) -128 və 0; d) -3 və 2; **№7.** a) {-4; -7,6} ; b) {-4} ; c) {∅}; d) {-4; -7,6; -0,2; 0; 1,2; 3,45; 7,6(12)}; e) {-4; -7,6; -0,2; 0; 1,2; 3,45 }; f) {-0,2; 0; 1,2; 3,45; 7,6(12)}; **№8.** a) $a + (-3) < -0,5$; b) $|x| \le 4,5(7)$; c) $|b - 11,(2)| \ge 3$; d) $m - 1,(23) < 7,4 - 9,(4)$; **№11**. a) $x - 6 < 13$; x = {7, 8, 9, 10, 11, 12} ; b) 7 və 10; c) 6 və 9; **№ 15**. a) $a < 0$ olduqda $|x| > a$ bərabərsizliyinin sonsuz sayda həlli var, çünki istənilən ədədin modulu mənfi ədəddən böyükdür; b) 0-dan başqa istənilən ədəd bərabərsizliyi ödəyir; c) kökü yoxdur; d) $-a < x < a$; e) 0; f) $-a \le x \le a$.

səh. 53-55. №1. a) bəli; b) xeyr; c) xeyr; d) xeyr; e) bəli (0-dan başqa); **№2.** a) -15,5; b) 1; c) $-\frac{7}{44}$; d) -2,48; e) -5; f) $-18\frac{7}{15}$; g) -14; h) -32; k) -5,4; **№3.** a) 6,8; b) $-1\frac{11}{12}$; c) -11,5; d) 15; e) $1\frac{97}{255}$; f) $7\frac{7}{15}$; **№4.** a) -0,5; b) 14,73; **№5.** a) 0,0(12); b) 18; c) 140; d) 13,(703); **№6.** 114,(148); **№7.** a) 8 ay; b) 10000q; c) 287,(3); d) 12,75; **№8.** a) Nümunə: $\frac{3}{12}$; b) $\frac{4}{12}$; c) sonsuz sayda; **№9.** 6,4 q yağ, 5 q zülal, 9,4 q karbohidrat; **№10.** 5-dən böyük sadə ədədlərin hər birindən ya 1 vahid böyük, ya da 1 vahid kiçik ədədlər 6-ya bölünür; **№11.** 4881,4 km; 2440,6 km; **№12**. a) 4,8; b) 0,8; c) $1\frac{1}{3}$; d) 0,(6); e) 11,625; **№13**. a) >; b) <; **№14**. a) 2; b) 3; c) 6; d) 32; **№15**. a) $8\frac{3}{16}$; b) $\frac{5}{6}$.

səh. 56. №1. 13 kitab, 19 kitab; **№2.** Nümunə: 9,5546; 9,5549 və s.; **№3.** 1) a) $a + b = 7,2$, nümunə: $7,1 < 7,2 < 7,3$; b) $a + b = 7,24$, nümunə: $7,2 < 7,24 < 7,25$; c) $a + b = 7,237$, nümunə: $7,236 < 7,237 < 7,238$; 2) 2 və 3; 3) nümunə: -2,99 və -2,8; tam sərhədlər -3 və -2; **№4.** $n < m < k$; $k > m > n$; **№5.** a) ikinci; b) birinci; **№6.** 1300 < h < 1600; {1301; 1302; … ; 1598;1599}; **№7.** a) 16,335; b) -8,246; c) -3,56; d) 89,096; e) -0,004; f) 60.

III. Paralellik. Perpendikulyarlıq

səh. 58-59. №1. a) AC, AK, AE parçaları; b) C, K, E nöqtələri; c) AB parçası; d) B nöqtəsi; e) BC, BK, BE parçaları; f) AB parçası; g) ∠ACB, ∠AKB, ∠AEB; **№2.** a) perpendikulyarın uzunluğu; b) ən kiçik meyil bucağı olan; **№3.** MB⊥ NC; KD⊥PA; b) MP⊥ NK; MO⊥KO; NO⊥PO; OP⊥OK; c) OA⊥ON; OB⊥OK; OA ⊥OK; **№4.** Xeyr; **№5.** a) itibucaqlı üçbucaqda hər təpədən qarşı tərəfə qədər məsafə bu təpədən qarşı tərəfə çəkilmiş perpendikulyarın uzunluğudur. b) düzbucaqlı üçbucaqda itibucaq təpəsindən qarşı tərəfə qədər

məsafə bu təpədən çıxan tərəfin uzunluğuna bərabərdir; **№6.** 3 sm 4 mm və 10 sm 2 mm; **№7.** 12 sm, 15 sm və 16,2 sm; **№8.** 16 sm; **№9.** a) 15 sm və ya 3 sm; b) iki hal: 7,5 sm və ya 1,5 sm; **№10.** c < d. **№11.** Əksini fərz etməklə isbat edin.

səh. 63. **№2.** xeyr; **№3.** a) xeyr; b) bəli; c) bəli; d) bəli; e) xeyr; **№4.** Əvvəlcə AA_1 və BB_1 parçalarının simmetriya mərkəzi tapılır, sonra həmin mərkəzə nəzərən P nöqtəsinə simmetrik olan nöqtə qurulur.

səh. 64-65. **№3.** Qonşu və qarşılıqlı bucaqların xassələrindən istifadə edilir; **№7.** 180°; **№8.** 540°; **№9.** 264°; **№10.** 1080°; **№11.** a) 7 və 12; 6 və 9 (daxili); 8 və 11; 5 və 10 (xarici); b) 2 və 11; 3 və 12; 4 və 9; 1 və 10; c) 2 və 6; 3 və 7; 4 və 8; 1 və 5; **№12.** a) $\angle 2 = 124°$; $\angle 4 = 58°$; b) $\angle 2 + \angle 3 = 84°$; c) $\angle 3 - \angle 1 = 32°$.

səh. 68-71. **№2.** Düz xətlərin paralellik xassəsinə görə əsaslandırılır; **№4.** a) bəli; b) bəli; c) xeyr; **№5.** $a \parallel b$; **№6.** AB|| DE; **№9.** Kəsişir; **№10.** a) 50°; b) 172°; c) 68°; d) 45° və 135°; **№11.** 75°; 105°; **№13.** 103°; $a \parallel b$; c və d düz xətləri paralel deyil; **№14.** a) 53°; b) 109° ; c) 65°; d) 69°, 54°, 57°; **№15.** 115°, 115°, 65°, 65°; **№16.** a) 75°; 105°; b) 52°; 128°; c) 80°; 100°; **№ 17.** AB düz xətti; **№18.** Daxili çarpaz bucaqların bərabərliyindən istifadə edin; **№19.** ML və NK; **№20.** a) Paraleldir; b) paraleldir; c) paralel və ya kəsişəndir; **№21.** a) 50°; b) 70°; **№22.** 45° və 20°; 95°; 60°, 130° və 110°.

səh. 74-75. **№1.** b) $\angle GLP$, $\angle DUC$ və $\angle SET$; c) 28° və ya 152°; 150° və ya 30°; 90°; d) 67°; **№3.** a) $\angle BOD$ açıq bucaqdır; b) $\angle PSR$-düz bucaqdır; **№4.** a) 60° və ya 120°; b) 105° və ya 75°; **№5.** a) 45°; b) 118°; c) 28° və 152°; **№6.** a) 66°; b) 101°; c) 102°, 78°; **№7.** a) 56° və ya 124°; b) 40°, 140°; c) 135°, 45°; d) 48°, 48° və ya 76°, 104°; **№8.** a) 30°, 150°; b) ±10800; c) 67,5°, 112,5°.

səh. 76. **№1.** 160°, 20°, 20°; **№4.** Bəli; **№5.** a) 30°; b) 90°; c) 45°; **№8.** a) 20°; b) 60°; **№9.** a) 36° və 144°; b) 60° və 120°; c) 80°, 100°; d) 84° və 96°.

IV. Birhədlilər. Çoxhədlilər.

səh. 80-82. **№2.** a) 5^7; b) $(-0,7)^5$; c) 9^{15}; d) x^{14}; e) a^6; f) $-y^9$; **№3.** Mələyin cavabı; **№4.** a) $-15a^5$; b) $-7b^{13}$; c) $-4,5c^9d^8$; d) $-10x^7y^6$; e) $12x^2y^3$; f) $-0,7abc^3$; g) $-a^5$; h) $-0,36m^3n$; m) $1\frac{2}{3}bc^6y^5$; **№5.** Nümunə: a) $14a^3bc^7 = 2ac^5 \cdot 7a^2bc^2$; b) $-3 \cdot 5x^3x^2y^3 = -15x^5y^3$; **№6.** Nümunə: a) $4abc^2$ və $4mn$; b) xy və $-xy$; **№7.** a) $21m^3nd^3$; b) $0,3k^2x^{10}$; c) $2,3cab^3 \cdot \left(\frac{1}{3}ac\right)^2 = \frac{23}{90}a^3b^3c^3$; d) $-10x^4y^3$; e) $5a^7b^5$; f) $-0,0104ab^3n^7$; **№8.** a)128; b) 125; c) 1,96; d) $\frac{81}{256}$; e) $\frac{1024}{243}$; f) $-\frac{64}{125}$; g) $\frac{196}{81}$; h) 243; k) -0,343; m) $\frac{49}{144}$; n) $-\frac{243}{64}$; l) $\frac{4}{9}$; **№9.** a) $7^2 \cdot 7^3$; b) $9^a \cdot 9^b$; c) $(-11)^3 \cdot (-11)^2$; d) $\left(\frac{7}{15}\right)^p \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^q$; e) $m^5 \cdot m^7$; f) $b^x \cdot b^y \cdot b^z$; **№10.** a) $\frac{1331}{729}$; b) $\frac{49}{8100}$; c) $\frac{14641}{6561}$; **№ 11.** a) 13; b) $-\frac{63}{256}$; **№12.** a) $0,7^2$; $0,8^2$; 13^2; $\left(\frac{6}{5}\right)^2$; $1,2^2$; $\frac{10}{11}$; b) 4^3; $(-6)^3$; $0,1^3$; $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; $\left(\frac{6}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{7}{6}\right)^3$; c) 5^2; 5^3; 5^4; 5^6; **№13.** a) 2^8; b) 2^7; c) 2^{10}; d) 2^8; e) 2^{14}; f) 2^{13}; **№14.** a) 3^3; b) 3^7; c) 3^6; d) 3^9; e) 3^9; f) 3^{10}; **№15.** a) $2ab$; b) $6xy$; **№16.** a) $4a^4bc$; b) $62,8x^3$; c) $\frac{729}{64}m^{18}$.

səh. 83-85. **№1.** a) a; b) x^{14}; c) b^{26}; d) $m^{12} : m^8$; em) a^9; f) k^{46}; g) n^6; h) $b^{13} : b^8 : b^2 = b^3$; **№2.** a) $\frac{x^3}{5}$; b) $4b^2$; c) x^6; d) m^8; e) 16; f) $(3,5)^4$; **№3.** 9; **№4.** a) 27; b) 1000; c) -8; d) 4913; **№6.** a) $-3x^2$; b) $3a^2$; c) $2a^2b^2$; d) $-7m^7$; e) 1; f) 1; g) $\frac{31x^3z^2}{7y^4}$; h) $\frac{b^5}{3}$; **№7.** a) $7\frac{18}{49}$; b) $-\frac{7^7}{6^7}$; c) 0,49; d) 27; e) 2; f) 7^3; g) 5^9; h) 1; k) 0,7; **№8.** Nümunə: a) $x^5 \cdot x^4 \cdot x$; b) $y^4 \cdot y^2$; c) $11^3 \cdot 11^4$; d) $4^{10} \cdot 4^3$; e) $9^3 \cdot 9^2 \cdot 9^9$; f) $5^{15} \cdot 5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^2$; **№9.** a) c^6; b) c^7; c) c^{10}; d) c^7; e) c^4; f) c^{25}; **№10.** a) 7^6; b) 11^3; c) a^{21}; **№11.** x; **№12.** a) x^4; b) a^9; c) ; d) 0; e) 2; **№13.** a) 7; b) a; c) 11^3; d) 3^{19}; e) 4^7; f) m^3; **№14.** Nümunə: a) $m = 4$, $n = 12$; b) $m = 13$, $n = 23$; c) $m = 2$, $n = 8$; **№15.** Kəsrin surətindəki ədədin rəqəmlərinin cəmi 3-ə bölünür: c) = 999…96; **№16.** a) 3-ün qüvvətlərini araşdırın: $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4=81$; ...; hər 4-cü qüvvət 1 ilə qurtarır; b) $10^k - 1 = 999...999$ – rəqəmlərin cəmi 3-ə bölünür; **№17.** a) a^3, a^2, a; b) a^3, a, a^2; c) $a > 1$; a, a^2 və a^3; d) a^3, a, a^2.

səh. 87-88. **№1.** a) x^6; c) m^{35}; d) x^5; e) x^4; f) n^{26}; g) m^{10}; **№2.** a) 3; b) 4; c) 7; d) x^4; e) 5; f) 13; **№3.** Hər ikisi; **№4.** a) $16x^4y^2$; b) $-8m^9n^6$; c) $256a^4x^{12}$; **№5.** a) $9xy^2$; b) $12\,a^2bc^3$; c) $13\,y^6$; d) $0,2m^5$; e) $\frac{3}{5}b^4$; **№6.** a) $4x^3$; b) $5\,a^2c^2$; c) $6y^4$; d) $0,3m^5$; e) $-\frac{2}{3}b^3$; **№7.** Nümunə: a) 0,09; b) 0,125; c) $\frac{1}{64}$; **№8.** a) $(2^2)^{10}$; b) $(2^4)^5$; d) $(2^{10})^2$; **№9.** a) $27x^6$; b) $-8m^{12}n^6$; c) $-x^{10}y^5z^{20}$; d) $0,36a^6b^2c^8$; e) $16x^4y^{12}$; f) $-x^{10}y^{25}z^{20}$; g) $-\frac{1}{8}k^{21}$; h) $\frac{144}{25}a^2b^2c^6$; **№10.** a) $(a^3b^6)^2 = (a^2b^4)^3$; b) $(1000x^{12})^2 = (100x^8)^3$; c) $(0,001p^9)^2 = (0,01p^6)^3$; **№12.** a) $-x^{11}y^8$; b) $9x^{14}y^{14}$; c) $8a^6b^{18}c^3$; d) $144\,x^8y^{18}$; e) $0,25a^2b^2c^{12}$; f) $3^7m^{14}n^{13}$; g) $-\frac{2}{7}a^{13}b^{14}$; **№13.** a) $3^4x^{10}y^8$; b) $2^2x^{16}y^{24}$; c) $\frac{1}{4}x^2$; **№14.** a) $\frac{9}{49}$; b) $\frac{-3125}{59049}$; c) $\frac{729}{64}$; d) $\frac{m^9}{n^9 \cdot k^9}$; e) $\frac{a^4 \cdot b^4 \cdot c^4}{9^4}$; **№ 15.** a) 2^5; b) $\left(\frac{5ab}{4}\right)^2$; c) $\left(\frac{2mn^2}{k^3}\right)^5$.

səh. 90-91. **№2.** dərəcə: a) 5; b) 4; c) 5; d) 5; e) 8; f) 4; **№3.** a) $7xy$; b) $-3x^4 + 9x^2 + x$; c) $-5ab + 3a^2b$; d) $7a^3 + 2a^2 - a - 32$; **№4.** d) $3a^2 + b$; **№5.** a) $21p^3 - p^2$; 3; b) $3a^3 - 5a^2 - a$; 3; c) $8x^6 - 2x^5 - 6x^3$; 6; d) $14ab^2 - 0,2b^3 - 1$; 3; sərbəst hədd "-1"; **№6.** a) 7; b) 3; c) 1; d) 3; e) 5; f) 2; **№7.** a) $-4a^3 - 4ab + b^2$; 52; b) $-7mn - 12mn^2$; -17; c) $11xy^2 + x^2y$; 298; **№8.** Nümunə: a) $9ab - 5a + 7a^2$; b) $4a - 3ab - 8a^2 + 5a + 7a^2$; **№9.** a) $100c + 10b + a$; b) $90a + 9b + c$; c) $110a + 2c$; d) $110c + 11a + b$; e) $1001a + 1100b + 110c + 11b$; f) $101a + 10b + 79$; **№10.** $\overline{abbb} - a = 111(9a + b)$ hasilinin 37-yə böləndüyünü göstərin.

səh. 92-95. **№1.** a) $3a^3 - 18a + 5$; b) $3a^3 - 18a + 5$; c) $a^3 + 4a + 11$; d) $-a^3 - 4a - 11$; **№2.** a) $a^2 + a + 1$; b) $6x^2 + 2x + 5$; c) $-2y$; d) $-2c + 4$; e) $-n^2 - 1$; f) 4; **№3.** a) $-3{,}9x + 3{,}1x^2$; b) $2{,}2a^2 + 5$; c) $-3{,}7k^2 + 5{,}7k$; d) $0{,}2b^2 - 7b + 4$; **№4.** a) $12a - b$; b) $8a^2 - 7$; c) $-5b^2 + 3b$; d) $0{,}27x^2 - 0{,}06y^2$; **№5.** a) a^2; 2; b) $7a^2 - 3b^2 + 2ab$; 2; **№6.** a) $-12y^2 - 16y + 10$; b) $-8x^2 + 5x - 10$; c) $5b^3 - 16ab + 6a^2$; d) $-10x^5 - 7$; **№7.** a) Yusif və Nağının; b) Yusif və Nazirin; c) Nağı və Nazirin; d) 1031 AZN; 1173 AZN; 2045,1 AZN; 725,9 AZN; **№8.** a) $8x + 20$; b) $6x - 5$; c) $7x + 8$; d) $13x$; **№9.** a) Ardıcıl tək ədədləri $2x - 1$, $2x + 1$, $2x + 3$ və s. kimi işarə edin; c) ardıcıl natural ədədləri n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$ kimi işarə edin; **№10.** a) $5a - b - 11c$; b) $8x^3 + 2x^2 - 4x$; c) $7ax^3 + ax^2 + 12ax$; d) $1{,}4a^3 - 3b^3 + 2$; **№13.** a) $32a^2$; b) $30x^2y$; **№14.** a) $-5x^2 + 2xy$; b) $-3y^2 + 2xy$; **№ 16.** $-y^2 - 1{,}5y + 1$; **№17.** a) 10,5; b) 3; **№18.** a) $-1\frac{3}{4}b^3 - 5\frac{3}{5}b$; b) $\frac{1}{4}b^3 + 10\frac{4}{5}b$; c) $2\frac{1}{4}b^3 + 2\frac{2}{5}b$; d) $1\frac{3}{4}b^3 + 5\frac{3}{5}b$; **№ 19.** Nümunə: a) $4b^3 + 12 + (-6b^2 - 8{,}2b)$; b) $(4a^3 - 4a) + (-5a^4 + 3a^2)$; **№ 20.** Nümunə: a) $(3x^2 + x) - (x^3 + 8)$; b) $7y^3 - (6 - 3y^4 - 4y^2)$; **№21.** Göstəriş: a) $n^3 + n + 30n$; b) $n^3 + n - 30n$; **№22.** a) $-7a$; b) $2xy$; **№24.** a) $4m^2 - 10m - 4$; b) $-24m^3 - 20m^2 - 4m - 5$; c) $-32m^5 + 4m^3 - 24m^2 + 22m$.

səh. 96-98. **№1.** a) $10x + 35$; b) $3m^2 + 27m$; c) $8b^2 - 88b$; d) $-3x^2 + 6x$; e) $10x^3 - 6x^2$; f) $-20c^7 - 2c^5$; g) $6a^2 - 12a + 36$; h) $2x^3 - 14x^2 + 2x$; k) $1{,}7y^3 - 2{,}04y^2 + 6{,}8y$; **№2.** a) $40x^8 + 30x^7 - 50x^5$; b) $7n^5k^4 + 11n^4k - n^3k^4 + 15n^2$; c) $8a^3b^4 + 10a^2b^4 - 2{,}1a^2b^2$; d) $3{,}3x^2y^3 + 6x^3y^3 - 1{,}5\ x^3y^3 + 6{,}9\ x^2y^6$; **№3.** a) $0{,}6x^4 - x^2y$; b) $\frac{1}{4}m^4n^2 + \frac{1}{6}mn^4 - \frac{1}{8}m^2n^2$; c) $-0{,}2a^2b^7 + 0{,}7a^3b$; d) $-\frac{6}{25}p^8k^3 + \frac{1}{4}p^6k^3 + p^3k^6$; **№4.** a) -4,7; b) -85; c) 7,6; d) -22; **№5.** $3a^2b + 6ab^2 + 3abc$; **№6.** 156; **№7.** a) 3; b) 16; c) 0; d) $-x^2 - 3 < 0$; **№9.** a) $-m^4 + \frac{2}{3}m^3 - 1{,}5m^2n$; b) $-x^4 - 3x^3 + 3{,}5x^2$; c) a^2; d) $7x - 3x^2$; e) $5a + 15a^2 - 5a^5$; f) $3a^6x - 6a^5x^2 - 3a^4x$; g) $0{,}4x^3 - xy$; h) $\frac{1}{3}a^3b - \frac{3}{8}a^2b^2 + \frac{2}{5}ab^3$; k) $-0{,}4c^2d^2 + 2b^2c^2$; m) $-2a^3y^7 + 0{,}2a^4by^5 + \frac{1}{3}a^5y^5$; **№10.** a) 7; b) 8; c) 49; d) 0,4; e) -2; f) 24; **№11.** a) 0,5; b) -2; c) 1,6; d) -2; **№12.** 20 sm, 16 sm, 8 sm; **№14.** a) $4x^2 + 18x$; b) $6y^2 + 12y$; c) $20b + 4b^2$.

səh. 100-101. **№1.** a) $x^2 + 4x + 3$; b) $x^2 - x - 6$; c) $x^2 + 8x + 16$; d) $2x^2 + 5x + 3$; **№2.** a) $x^2 + 6x + 9$; b) $x^2 + 5x + 4$; c) $2x^2 + 7x + 3$; d) $3x^2 + 7x + 2$; e) $2x^2 + 11x + 12$; f) $3x^2 + 4x + 1$; **№3.** a) $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$; b) $-3x^3 + 11x^2 - 10x$; c) $c^2 - 16$; d) $30x^4 - 61x^2y^2 + 30y^4$; e) $2a^3 + a^2b^2 + 4ab + 2b^3$; f) $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$; **№4.** a) $2x^3 + 13x^2 + 18x - 9$; b) $x^4y - x^4 - 11x^2y^2 + 11x^2y + 5xy^2 - 5xy$; c) $a - a^2c - b + abc - c + ac^2 + k - ack$; d) $27m^3 - 24m^2n + 8mn^2 - n^3$; e) $0{,}75a^2b + 2{,}5ab^2 - 12b^3 + 0{,}5a + 3b$; f) $0{,}6p^3 + p^3q^2 - p^4 - 0{,}6q - q^3 + pq$; **№6.** a) $a + 9$; b) $a - 9$; c) $-0{,}5a - 1$; d) $4 - a$; **№7.** a) 25; b) 78; **№8.** a) $12(n + 2)$; b) $24(n + 3)$; **№9.** a) 46; b) 0,1; c) 20,25; d) 2; **№10.** a) $3a^2$, $7b$, $35b^2$; b) $2x$, $-7y$, $10xy^2$, c) $4a$, 3, $6a^3$, b^3, $3b^3$; d) 15, $2y$, 3, $18y^4$, 5; **№11.** a) -1; b) -2,5; c) 2; d) 2.

səh. 103. **№2.** a) a^2; b) 5; c) z; d) y; e) $6z^2$; f) $(y + 1)$; **№3.** a) 4; b) -25, x; c) $(a - 1)$; d) 2, 5, x^3; e) 3, z; f) yoxdur; **№4.** a) $2a$; b) $5xy$; c) $(x - 1)$; d) -9c; e) $(x + 1)$; f) $(b - 5)$; **№5.** a) $15a^2b$; b) $7x^2y^4$; c) $2(x - 1)^2(x - 2)^2$; d) c^3; e) $x^2(x - 1)(x + 1)$; f) $(n - 3)(n + 6)^2$.

səh. 104. **№1.** a) $x(mx - n)$; b) $y(6y - 5)$; c) $3a^2b^2(b^2 + 3a)$; d) $4(1 + 3xyz)$; e) $abc(c^2 - ab^2)$; f) $xt(0{,}5x + t^2)$; **№2.** a) $(a - 2)(5x + 3y)$; b) $(x + 6)(9a - 7)$; c) $(m - 1)(m - 6)$; d) $4(k + 4)(2 + (k + 4)^2)$; **№3.** a) $(a - b)(10b - 3a)$; b) $(1 - x^2)(7x + 6)$; c) $(x + y)(n + m)$; d) $-2(x - y)$; **№4.** a) $abc(a^2b + ac - bc^2)$; b) $2xy(2xy^5 - y^3 + 3x^2y - 4y^4)$; c) $-7m(n^3 + 2m^3 - 3n^2)$; d) $x^2y^2(x^3 + x^2y - x^4y^2 + y^4)$; **№5.** a) $x^2y(a - 2x)(1 + y^2)$; b) $ab(m - n)(a^2 + b)$; c) $7x^3y^2(k - 2t)(x^3 + y^2)$; d) $bc^2(3x - 2a)(ac^2 + b^2)$.

səh. 105-108. **№2.** a) $(x - b)(a + y)$; b) $(a - 2b)(y + 2x^2)$; c) $(x + 3)(x + 2)$; d) $(\frac{1}{2}ax - b)(3x - y)$; **№3.** a) $(b + x)$; b) $(n - k)$; c) $(a - 2b)$; d) $(b + 1)$; **№4.** a) $(x + 1)(x^2 + 1)$; b) $(a - b)(a - 8)$; c) $(y^2 - 1)(y^3 - 1)$; d) $(a + b)(b - 5)$; e) $(a + 2)(a^3 - 1)$; f) $(x + y)(7 - x)$; g) $(b^4 - 2)(b^2 - 3)$; h) $(n + m)(k - n)$; **№5.** Ortaq vuruq olmadığı üçün; **№7.** a) $(a - 1)(a - 4)$; b) $(a + 2)(a - 8)$; c) $(x + y)(x + 8y)$; d) $(a + b)(a + 6b)$; e) $(y - x)(y - 8x)$; f) $(m - n)(m - 4n)$; **№8.** a) $a^2 + ab + ac + bc = (a + b)(a + c)$; b) $2a^2 + ab + 2ad + bd = (2a + b)(a + d)$; **№9.** a) $(a + 2)(b + c)$; b) $(x + y)(x + y)$; c) $(y + z)(8 + c)$; **№11.** a) $(a - x)(5a - 7)$; 91; b) $(m - n)(m - 3)$; -0,625; c) $(a + b)(a - 11)$; -30,8; d) $(a - b)(a - 2)$; -0,33; **№12.** a) 15600; b) 12500; c) 550; d) 28; **№13.** a) 10; b) -20; c) 1; **№14.** a) doğrudur; **№15.** a) -2; 8; b) -1; 12; c) -4; 1; d) -1; 5; e) -7; 4; f) -0,2; 2; **№16.** a) $10b^2$; $3a^2$; $2b$; b) $10xy^2$; $2x$; y; c) $3n^3$; $4m$; 3; $6m^3n^3$; d) 15; $2y$; 3; $18y^4$; 5.

Səh. 109. **№5.** a) -7a; b) 1; c) $-m$; d) 5.

Səh. 111. **№4.** a) $(a^2+1)(a-1)$; b) $(x - z)(x-5)$; c) $(b-2)(b-6)$; d) $(a-8)(b-5)$; **№5.** a) -5 və 8; b) -1 və -6; **№7.** a) $\frac{41}{55}$; b) 0; **№8.** a) $a^3 - 2ab - 2b - 4a^3$.

V. Üçbucaqlar

səh. 116. **№4.** a) 130°; b) 135°; c) 17° d) 20°; e) 30°.

səh. 117-118. **№6.** a) 72°; b) 61°; c) 120°; d) 23°; e) 27,6°; f) 67,2°; **№7.** a) 100°, 20°, 60°; b) 32°, 98°, 50°; c) 21°, 75°, 84°; **№8.** a) 68°; b) 19°; c) 20°; d) 81°; e) 69°; f) 48°; **№9.** 1) 30°, 65°, 85°; 2) 54°, 83°, 43°; 3) 27°, 54°, 99°; 4) 33°, 99°, 48°; 5) 40°, 40°, 100°.

səh. 119. **№3.** a) 93°; b) 128°; c) 16°; **№4.** a) 66°; 58°; b) 110°; 40°; 30°; c) 80°; 30°; 150°; **№5.** 120°; 36°; 24°; **№7.** a) 120°, 30°, 30°; b) 13°, 83,5°, 83,5°; və ya 13°; 13°; 154°; **№8.** a) 63°, 45°, 72° və 117°, 135°, 108°.

səh. 120-121. **№3.** a) NK < MN < MK; b) ∠A < ∠C < ∠B; **№4.** hipotenuz, 34°-li bucağın qarşısında duran katet ən kiçik tərəfdir; **№5.** İki hala baxılır, hər ikisi haqlıdır; **№6.** Bərabəryanlıdır;

səh. 122-123. **№1.** istənilən iki parçanın uzunluqlarının cəmi üçüncünün uzunluğundan böyük olmalıdır: nümunə: 3,5 sm, 2,1 sm və 43 mm; **№5.** a) xeyr; b) xeyr; c) bəli; **№6.** a) 1) 40 sm; 2) 122 sm; 3) 17,1 sm; b) 1) 7 və ya 8; 2) 7; 3) 9; **№7.** Xeyr; **№8.** 6,92 sm; **№9.** məktəb-dükan-ev; **№10.** a) 31 km; b) 19,9 km; **№ 11**. Olar; **№ 13**. Göstəriş: üçbucaq bərabərsizliyindən istifadə edin; **№ 14**. 37; **№15**. a) (1;9); b) (9;23); c) (0;10).

səh. 125. **№1.** a) 735′, 282′, 2040,7′; b) 22920″, 212400″, 2340″; c) (3,(3))°, 10,5°; **№2.** a) 1) 73°24′; 2) 66°12′; 3) 125°6′; 4) 41°55′48″; 5) 12°30′; b) 1) 12,6°; 2) ≈44,277°; 3) 54,008°; 4) ≈135,933°; 5) ≈49,014°; **№3.** a) 33°55′; b) 22°24′3″; c) 129°53′34″; d) 16°59′50″; f) 44°15′15″; g) 140°15′; h) 85°59′.

səh. 127-128. **№1.** 45,8°; 90,16°; **№2.** 48°; **səh. 129.** **№3.** 17,4 sm; **№4.** 9,4 sm;

səh. 130-131. **№2.** a) ∠BAT = ∠DAT; b) BM = AM; c) AD-yə; **№3.** a) 48°; b) 33,4 sm; c) 90°; **№5.** Xeyr;

səh. 132. **№1.** a) doğrudur; b) doğru deyil; c) doğru deyil; d) doğrudur. **№2.** a) 48°, 60°, 72°; b) 1) 68°; 68°; 44° və ya 68°; 56°; 56°; 2) 136°; 22°; 22°; 3) 100°; 40°; 40°; **№3.** 60°; **№4.** 56°; **№5.** 25°, 70°, 85°; 25°, 60°, 95°; **№7.** 100 mm; **№8.** 49 dm; **№9.** 4,8 sm; **№10.** 214,5 sm.

VI. Müxtəsər vurma düsturları

səh. 134-136. **№1.** a) $x^2+8x+16$; b) $9-6a+a^2$; c) $1-4x+4x^2$; d) $a^2+10a+25$; e) $b^2-14b+49$; **№2.** a) $25y^2-30xy+9x^2$; b) $0,09a^2-2,4ax+16x^2$; c) $100c^2+2bc+0,01b^2$; d) $49p^2-14pk+k^2$; e) $144+192k+64k^2$; f) x^2-xy+y^2; g) $0,36+2,4x+4x^2$; h) $0,04m^2+2mnb+25b^2n^2$; k) $144a^2-7,2ac+0,09c^2$; **№3.** a) b; a; a; b) 10; c) $a;25;10a$; d) 140; **№5.** a) k^2+a^2+2ak; b) a^2+4a+4; c) $4a^2+4ab$; **№6.** a) 10201; b) 9801; c)3721; d) 39601; e)998001; f) 494209; g) 98,01; h) 104,04; k) 93025; m) 1002001; n) 358801; l) 99,6004; **№7.** a) $4xy$; b) $-4xy$; **№8.** a) x^4+20x^2+100; x^4-20x^2+100; b) $49+14y^3+y^6$; $49-14y^3+y^6$; c) $-4ab$; **№9.** a) $x^4-6x^2+9x^2$; b) $c^4-1,4c^5+0,49c^6$; c) $a^{10}+24a^7+64a^4$; d) $x^6+6x^4+36x^2$; e) $4y^6-2y^5+0,25y^4$; f) $x^2+x^3+\frac{4}{9}$; **№10.** a)16; b) 0; **№11.** a) $144m^2-24m-1$; b) $-49x^2+154x-109$; c) $14a$; d) $4a^2+36b^2$; e) $18ab-81$; f) $-162-18a^2$; **№12.** a) $2x^2+3x^2+9$; b) $-5b+14$; c) $4a^2$; d) $-21b-4$; **№13.** a) 72,84; b) 128; **№14.** a) 1,7; b) 2,2; c) $\frac{5}{12}$; d) 3,125; e) 1; f) $\frac{3}{13}$.

səh. 137-138. **№1.** a) $(x+4)(x+4)$; b) $(x-4)(x-4)$; c) $(2x-3)(2x-3)$; d) $(2x+3)(2x+3)$; **№2.** a) $(9a+b)(9a+b)$; b) $(10xy-1)^2$; c) $(7x+2y)^2$; d) $(7a-76)^2$; e) $(3c+4d)^2$; f) $(4-a^2b^2)^2$; **№3.** a) $16a^2$; b)x^2 ; c) $2bc$; d) $5ab$; e) $81a^2$; f) $16x^2$; **№4.** a) a; b) 2; c) $-2p$; d) 0; e) $-20bc$; f) $14xy$; **№5.** a) $(x^2-4y^2)^2$; b) $(0,5x+2y^2)^2$; c) $(\frac{1}{4}a^2+4b)^2$; d) $(mn-n^3)^2$; **№6.** a) $7y$; $25x^2$; $49y^2$; b) $10b$; $81a^2$; $180ab$; c) $-3n^2$; $9n^2$; $100a^2$; d) $5m$; $-8n$; $64n^2$; **№7.** a) 676; b) 2116; c) 400; d) 256; e)12544; f) -5184; **№8.** a) 5; b) 4; c) -1; d) 5; e) 2; f) 4; **№10.** a) $4a^2$; b) $(3b-a)^2$; c) 16; d) $0,81n^2$;

səh. 140-142. **№3.** a) x^4-49; b) a^8-b^6; c) $c^{10}-k^{14}$; d) $81x^2-b^4$; e) $0,49a^4-b^2$; f) $25c^{16}-9k^2$; **№4.** a) $6b$; $3a$; $36b^2$; b) $5m$; $5m$; $9x^2$; c) $1,2m^2$; $1,1a$; $1,2n^2$; $1,21a^2$; d) m^2; $18n^4$; **№5.** a) $\frac{25}{46}m^6-\frac{1}{16}n^4$; b) $\frac{100}{9}a^{10}-\frac{9}{4}n^{14}$; c) $\frac{16}{169}-\frac{1}{49}n^8$; d) $\frac{100}{289}-0,0004^{14}$; **№6.** a) 9999; b) 1591; c) 2496; d) 39999; e) 0,9975; f) 3,9991; g) 288,91 h) 999996; k) 899,96; m) 489999; n) 9991; l) 89975; **№7.** a) x^2-y^2; b) $-(x+y)^2$; c) $(b-a)^2$; d) $-(x-y)^2$; e) c^2-b^2; f) $(a+b)^2$; **№8.** a) $a^2-25x^2y^2$; b) $81-180p^4+100p^8$; c) $4a^4b^2-9$; d) $100y^2-0,04x^2$; e) $81x^2-289a^6$; f) $1,21y^2-0,09$; **№9.** a) $a=0$; b) $b=0$; **№10.** a) 0,04; b) 225; c) 1,44; **№ 11.** a) $(4a-2b)(4a+2b)$; b) $(8-9k)(8+9k)$; c) $(mn-5)(mn+5)$; d) $(x-\frac{4}{3})(x+\frac{4}{3})$; e) $(y-0,2)(y+0,2)$; f) $(0,8-0,7x)(0,8+0,7x)$; g) $(\frac{4}{5}n-25)(\frac{4}{5}n+25)$; h) $(1,3-\frac{7}{4}x)(1,3+\frac{7}{4}x)$; **№12.** a) $(6a-b)(6a+b)$; b) $(4m-3n)(4m+3n)$; c) $(k-ab)(k+ab)$; d) $(5n-x)(5n+x)$; e) $(8x-11y)(8x+11y)$; f) $(2ab-1)(2ab+1)$; g) $(9a-7)(9a+7)$; h) $(12b-7m)(12b+7m)$; k) $(p-ab)(p+ab)$; m) $(0,1n-3m)(0,1n+3m)$; n) $(0,3x-0,7y)(0,3x+0,7y)$; l) $(ax-1,1m^2)(ax+1,1m^2)$; **№13.** a) 1160; b) 251; c) 0,79588; d) -2280; e) 8,33; f) $13\frac{1}{3}$; **№14.** a) 0,75; b) 0,2; c) $\frac{4}{7}$; d) 4,375; **№15.** a) x^2-225; b) $-8a^2-1$; c) b^2+9; d) $75x^2+16$; e) x^2+1; f) $5x^2+0,25$; **№16.** a) a^4-b^4; b) $16x^4-y^4$; c) $m^{12}-b^4$; d) a^4-1; **№17.** a) -12; 8; b) ±4; c) ±0,5; d) $\pm\frac{1}{3}$; e) $\pm\frac{8}{3}$; f) $\pm\frac{3}{5}$; g) ∅; h) ∅; k) ±1,5; m) $\pm\frac{9}{7}$; **№18.** a) $2a^2-40a+12$; b) $1-8b$; c) $8x^2$; d) $242a^2-66ab$; **№ 19.** a) $(x-1)(x+7)$; b) $(4a-6)(4a+4)$; c) $(14-2x)(4+2x)$; d) $(10y+1)(-4y-1)$; e) $(4x-2)(10x+2)$; f) $a(a+22)$; g) $4ab$; h) $4mn$; k) $-40x$; m) $(2c-4x)(6c+2x)$; **№20.** a) $x^2-2xy+y^2-49$; b) $m^2-9n^2-12n-4$; c) $a^2+12a+36-16b^2$; d) $9x^2-1+2b-b^2$; **№21**. a) $(12-5)(12+5)$; b)$(20-9)(20+9)$; c) $(31-12)(31+12)$; d) $(30-7)(30+7)$; e) $(40-13)(40+13)$; f) $(50-9)(50+9)$.

səh. 144-145. **№1.** a) a^3+3a^2+3a+1; b) $a^3-6a^2+12a-8$; c) $8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$; d) $8a^3-36a^2+54a-27$; **№2.** a) $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$; b) $m^3-3m^2n+3mn^2-n^3$; c) $x^3+6x^2+12x+8$; d) $\frac{8}{27}a^3+4a^2b+18ab^2+27b^3$; e) $m^3+0,6m^2+0,12m+0,008$; f) $125-75x+15x^2-x^3$; g) $8p^3-12p^2+6p-1$; h) $y^3+y^2+\frac{1}{3}y+\frac{1}{27}$; **№3.** a) 42875; b) 1771,561; c) 140608; d) 79507; e) 8012,006001; **№4.** a) $X=ab$; $Y=a^3b^3$; b) $X=2a$; c) $X=2b$; d) $X=3a$; $Y=27a^3$; e) $X=ab^4$; $Y=a^3b^{12}$; **№5.** a) $x^6-3x^4y^4+3x^2y^8-y^{12}$; b) $-a^{15}-3a^{10}b^7-3a^5b^{14}-b^{21}$; c) $27x^6-189x^4y^2+441x^2y^4-343y^6$; d) $-64m^{12}-48m^8n^5-12m^4n^{10}-n^{15}$; e) $\frac{8}{27}a^3+1\frac{1}{3}a^2b^8+2ab^{16}+b^{14}$; f) $\frac{8}{27}a^{18}-16\frac{7}{8}a^{12}b^2+28\frac{1}{8}a^6b^4-15\frac{5}{8}b^6$; g) $a^3b^9-2\frac{1}{4}a^2b^6+1\frac{11}{16}ab^3-\frac{27}{64}$; h) $-\frac{1}{125}m^3-\frac{9}{50}m^2n-\frac{9}{20}mn^2-\frac{27}{8}n^3$; m) $0,125x^3y^6-1,5x^4y^5+0,06x^5y^4-0,008x^6y^3$; **№6.** a) $6a^2b+2b^3$; b) $-54m^2n-2n^3$; c) x^3+y^3; d) $-a^3-b^3$; e) a^3-b^3; f) $3mn^2-3m^2n$; **№7.** a) $-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}$; b) $\frac{8}{343}x^3+3\frac{6}{7}x$;

c) $42x^3 + 42x^2y + 84xy^2 - 49y^3$; d) $\frac{7}{72}x^3 + 1\frac{1}{4}x^2 + 1\frac{1}{3}x + \frac{85}{108}$; **№8.** a) $27a^3b^6 + 27a^5b^6 + 9a^7b^6 + a^9b^6$; b) $m^{12}n^{15} - 9m^9n^{11} + 27\ m^6n^7 - 27\ m^3n^3$; c) $\frac{8}{125}x^3y^9 + \frac{6}{25}x^2y^{13} + \frac{3}{10}x^6y^{17} + \frac{1}{8}x^3y^{21}$; d) $343a^3b^3c^9 - 147a^4b^3c^7 + 189a^5b^3c^5 - 27a^6b^3c^3$; e) $0{,}001\ x^{18}y^6c^{30} - 0{,}006\ x^{12}y^4c^{20} + 0{,}012x^6y^2c^{10} - 0{,}008$; f) $a^3b^{15}c^{12} - 3{,}6a^3b^{11}c^9 + 4{,}32a^3b^7c^6 + 1{,}728a^3b^3c^3$.

səh. 147-148. **№1.** a) $a^2 + 4ab + 4b^2$; $a^2 + 2ab + 4b^2$; b) $36m^2 - 12mn + n^2$; $36m^2 - 6mn + n^2$; c) $4k^2 -12k + 9$; $4k^2 -6k + 9$; d) $0{,}25\ x^2 + 5xy^2 + 25y^4$; $0{,}25\ x^2 + 2{,}5xy^2 + 25y^4$; e) $49m^2 - 14\ mn^2 + n^4$; $49m^2 - 7mn^2 + n^4$; f) $\frac{4}{25}a^2 + \frac{4}{5}ab^4 + b^8$; $\frac{4}{25}a^2 + \frac{2}{5}ab^4 + b^8$; g) $2{,}56 - 16d + 25d^2$; $2{,}56 - 8d + 25d^2$; h) $1{,}69a^2b^2 + 2{,}6ab + 1$; $1{,}69a^2b^2 + 1{,}3ab + 1$; **№2.** a) $(m +n)(m^2 - mn + n^2)$; b) $(x - y)(x^2 = xy + y^2)$; c) $(2 +a)(4 - 2a + a^2)$; d) $(5 +a)(25 - 5a + a^2)$; f) $(3 - x)(9 + 3x + x^2)$; g) $(c-1)(c^2 +c + 1)$; h) $(t + 1)(t^2 - t +1)$; k)$(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$; **№3.** a) $(k - 10)(k^2 +10k +100)$; b) $(0{,}1 + a)(0{,}01 - 0{,}1a + a^2)$; c) $(\frac{1}{3}a + b^2)(\frac{1}{9}a^2 - \frac{1}{3}ab^2 + b^4)$; d) $(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}b)(\frac{9}{16} + \frac{3}{8}b + \frac{1}{4}b^2)$; f) $(1 - 5a^2)(1 + 5a^2 + 25a^4)$; g) $(7a^4 - b^3)(49a^8 + 7a^4b^3 + b^6)$; k) $(1{,}2 - 0{,}1x^2)(1{,}44 + 0{,}15x^2 + 0.01x^4)$; **№4.** a) $8p^3 - 27$; b) $b^3 - 1$; c) $27n^3 + m^6$; d) $64m^3 - 27n^3$; f) $27a^3 + \mathrm{d}^{24}$; g) $27 - d^3$; **№5.** a) 43; b) -215; **№6.** a) $-a^3 - b^3$; b) $-a^3 - b^3$; c) $a^3 + b^3$; d) $-a^3 - b^3$; **№7.** a) $x^9 + y^{15}$; b) $27\mathrm{d}^6 + 8\mathrm{c}^3$; c) $125 + y^{18}$; d) $27r^{12} + 64\mathrm{s}^{15}$; **№8.** a) A = $3y$; b) A = $5y$; C =$5y$; B = $20xy +64x^3$;D = $4x$; c) A = 2d; **№9.** a) 2; b) $-4\frac{2}{3}$; c) 4; d) 2; **№10.** a) $(2x + 1)(x^2 + x + 1)$; b) $a(a^2 - 3ab + 3b^2)$; c) $(10 + a - b)(100 - 10a + 10b + a^2 - 2ab + b^2)$; d) $(3x - y)(3x^2 + y^2)$; f)$(y + 1)(y^2 - 7y + 19)$; g) $(4m + n)(7m^2 - mn + n^2)$.

səh. 149-150. **№1.** a) 9936; b) 0,9964; c) 0,9919; d) 999975; **№2.** a) $2y^5 - 32y$; b) $1 - b^{12}$; c) $-9x^3 + x^5$; d) $a^{16} - 625$; **№3.** a) 0; b) $2y^2 - 74$; c) $6x - 9$; d) 48; **№4.** a) 44; b) $\frac{27}{64}$; **№5.** a) $x^22xy + y^2 - 1$; b) $a^2 - 2ab + b^2 - 9$; c) $m^2 + 2mn + n^2 - 4$; d) $c^2 + 8c + 16 - 9d^2$; **№6.** a) 4; b) 0; **№7.** a) $(3 - ab)\ (3 + ab)$; b) $(2mn^2 - 3)(2mn^2 + 3)$; c) $(0{,}3y^3 - 0{,}7x)(0{,}3y^3 + 0{,}7x)$; d) $(1{,}1p^2 - 1)(1{,}1p^2 + 1)$; f) $(0{,}1ab^3 - 0{,}4)(0{,}1ab^3 + 0{,}4)$; g) $(1\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{4}y)\ (1\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}y)$; **№8.** a) $\frac{15}{64}$; b) 100; c) 0,5; d) 25; **№9.** a) $x(x - 6)$; b) $(-3x - 3)(1 - 3x)$; c) $(5 - a)(a + 13)$; d) $(3b + 1)(3b + 5)$; **№10.** a) 17,4; b) 17; **№ 11.** a) $4a$; b) $7x(3x + 2)$; **№ 12**. a) $a^3 + 22a - 28$; b) $x^4 + x^3 -5x^2 + 2$; **№13**. a) $(0{,}3a +1)(0{,}09a^2 -0{,}3a +1)$; b) $(m - 0{,}2n)(m^2 + 0{,}2mn + 0{,}04n^2)$; c)$(x^2 - 0{,}4y^3)(x^4 + 0{,}4x^2y^3 + 0{,}16y^6)$; d) $(\frac{1}{4} - b^4)(\frac{1}{16} + \frac{1}{4}b + b^8)$; e) $(\frac{2}{3} - a^5)(\frac{4}{9} + \frac{2}{3}a^5 + a^{10})$; f) $(1\frac{1}{2}x^4 + b^5)(2\frac{1}{4}x^8 - 1\frac{1}{2}x^4b^5 + b^{10})$; **№14**. a) $58(41^2 - 41\cdot17 + 17^2)$; b) $48(53^2 + 53\cdot5 + 25)$; c) $400(33^2 - 33\cdot17 + 17^2)$; **№15**. a) 20; b) $2\frac{10}{11}$; **№16**. a)$(a + 3)(a^2 + 18a + 93)$; b) $(9b + 2)(81b^2 + 107b + 4a)$; c) $18c^6(c - 1)(7c^2 + 6c + 12)$; d) $x^3(xy^3 - 4)(x^2y^6 + 4xy^3 + 16)$; e) $4x(4x^2 + 3y^2)$; f)$10y(48x^2 + 25y^2)$; **№ 18**. Kvadratın sahəsi daha böyükdür; **№20**. a) $2(x^4 - 3)^2$; b) $2(x^3 + 2y)^2$; c)$x(4 + 4y^6 - y^{12})$; d) $-y(x^2 + 3y^2)^2$; **№21**. a) $(3a + b)(a - b)(a + b)$; b) $(x - 3)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; **№22**. a) ±1; 2; b) 6; c) ±1; 0,75; d) ±3; 0,5.

səh. 151. **№1.** a) $5b(a^2 - 5)$; b) $7a(b - c)(b + c)$; c) $2c(a^2 - 4b^2)(a^2 + 4b^2)$; d) $cd(2c - 3d)(2c + 3d)$; e) $-n(64m^2 + 27)$; f) $9m(n^6 - 13)$; g) $6x^2(y- 2z)(y + 2z)$; h) $2y(x - 4)(x + 4)$; k) $7q(p^3 - q^3)(p^3 + q^3)$; **№2.** $3y(x + y)^2$; b) $(a - b + c)(a - b - c)$; c) $(a - b)(a + b - 1)$; d) $5(a - b)^2$; e) $(x + y - a)(x + y + a)$; f) $(c + d)(1 + c - d)$; g) $7x(y + 2)^2$; h) $(3 - m + 2n)(3 + m - 2n)$; **№3.** a) 0; 4; b) 0; ±3; c) 0; ±1; d) 0; ±5; e) 0;1; f) -3; ±2; **№4.** a) $1 + 64b^3$; b) $125\ k^3 - 343p^3$; **№5.** 333; **№6.** a) 28 sm; b) 52 sm; **№7.** b) 1) $68(c^2 - d^2)$; 2) $8\frac{21}{25}(a^2 + b^2)$.

VII. Funksiya

səh. 153-155. **№1.** a) funksiyadır; b) funksiyadır; c) funksiyadır; **№2.** a) -1; 0; 2; b) 2; 2,5; 3,25; **№4.** a) f(t) = 50 t; b) $y = -4x + 1$; c) $y = \frac{1}{2}x$; **№5.** a) 4,5 q; b) 18 q; c) 153 q; **№6.** a) 1266 AZN; b) 1145 AZN; c) 1200 AZN; d) 1342 AZN; **№7.** a) funksiyadır; b) funksiya deyil; **№8.** 22; -14; -21; **№9.** a) 674 mm.civ.süt; 525,7 mm.civ.süt; 404,8 mm.civ.süt; 198,1 mm.civ.süt; b) 0 km; 1 km; 20 km; **№10.** a) fevral; mart; may; b) yaz-yay; payız-qış; c) 500 dəq; 650 dəq; 850 dəq; 880 dəq; 700 dəq; **№11**. a) $y(0) = 1$; $y(2) = 4$; $y(3) = 1{,}5$; $y(5) = 1$; b) -1; 0; 0,5; c) nümunə; 3; 4; 5; d) -2; -1,5; e) -1; 6; m) (0; 1); (-1; 0); **№12**.a) 3; -12; 2; b) -0,5; 1,1; -1,1; **№13**. d) 0,5.

səh. 158-159. **№1.** a) $y = x - 3$; b) $y = -7x$; d) $y = 10$; e) $y = \frac{x}{5} - 1$; **№2.** a) düz xətt, $x = 5$; b) düz xətt; **№3.** a) M, N, A, B nöqtələri; **№4.** a) p = $4a + v$; b) S = a^2; **№5.** a) (0; 1); (-0,5; 0); b) (0; 0); c) (0; -1); (5; 0); d) (0; 7); $(4\frac{2}{3}; 0)$; **№6.** a) $y = x + 1$; b) $y= -2$; c) $y = -x + 1$; d) $y = -2x$; e) $y = x$; **№7.** $y = 0$ absis oxu; $x = 0$ ordinat oxu; **№8.** a) (0;0); b) 1 nöqtə; koordinat başlanğıcından başqa qrafikə məxsus hər hansı nöqtənin koordinatlarını; **№9.** a) doğru; b) doğru deyil; c) doğru; d) doğru; **№10.** a) $y = 9$; b) $x = -8$; **№11.** a) -1; b) 0; **№12**. a) -33; b) 2; **№13**. a) $k<0$; $b>0$; b) $k<0$; $b<0$; c) $k>0$; $b>0$.

səh. 161. **№1.** a) paralel; b) kəsişir; c) kəsişir; d) kəsişir; **№2.** a) olar; b) olar; c) olar; d) olmaz; **№3.** a) $y = 1{,}75x$; b) $y = -3x$; c) $y = 2{,}4x$; d) $y = 0{,}75x$; e) $y = 4x$; f) $y = 2{,}8x$; g) $y = -0{,}2x$; h) $y = -6x$; m) $y = -0{,}75x$; **№5.** a) kəsişir; $k_1 = -3$; $k_2 = 0{,}5$; b) paraleldir; $k_1 = k_2 = 1$; c) kəsişir; $k_1 = -1$; $k_2 = 1$; d)) paraleldir; $k_1 = k_2 = -1$.

səh. 163-164. **№1.** a) bəli; b) xeyr; c) bəli; d) bəli; e) bəli; f) bəli; g) xeyr; h) bəli; **№2.** a) (-4; 3); (0; -5); (4; -3); b) (0; -5); (4; -3); **№3.** (0,1; 11); (1; 2); **№5.** a) $y = \frac{7-4x}{2}$; b) $y = 5x - 12$; c) $y = \frac{-x-30}{15}$; d) $7 + \frac{14x}{3}$; e) $y = \frac{4x}{5} - 4$; f) $y = -x$; **№6.** a) $x = \frac{7-2y}{4}$; b) $x = \frac{y+12}{5}$; c) $x = -15y - 30$; d) $x = \frac{3y-21}{14}$; e) $x = \frac{5y}{4} + 5$; f) $x= -y$; **№7.** $\left(\frac{11}{3}; \frac{11}{3}\right)$; **№8.** $a = 3$; $y = -3{,}5$; **№9.** Nümunə: 20 ikiyerlik, 70 üçyerlik; **№11.** a) və c) eynigüclüdür; b) və d) eynigüclüdür; **№12.** a) $6x - 7y = 11$; b) $3x - 5y = -2$; c) $12x + y = 9$; d) $12x - 3y = -11$.

səh. 165. **№1.** a) xeyr; b) xeyr; c) bəli; d) xeyr; e) bəli; **№2.** Bəli; kəsişər; a) bəli; b) var: (0; 1,5); **№4.** a) 2; b) 4; **№5.** $x + 2y = 12$; (10;1); (2;5); (4; 4); (6; 3); (8; 2).

səh. 166. **№1.** a) (0; $2\frac{1}{3}$); (3,5; 0); **№3.** (x; $\frac{7}{18}$); **№4.** 10 qəp.; **№5.** Bir-birinə paraleldir; **№6.** Kvadratdır; **№7.** (1; 2); **№8.** a) $3x + 2y = 400$; b) (90; 65); **№9.** Göstəriş: Kök tam ədəd olduğuna görə, $y = \frac{-4x+16}{7}$ ifadəsində $y = 4n$ qəbul edilir ($n \in$N). Onda $x = 4 - 7n$ olar; ($4 - 7n$; $4n$).

VIII. Xətti tənliklər sistemi

səh. 169-170. **№2.** a) əmsal: 2; 5; 7; 1; sərbəst hədd: -1; 2; b) əmsal: 0,5; 3,1; 1; 1,2; sərbəst hədd: 4; 1; c) əmsal: -3; 3; -6; 1; sərbəst hədd: -2; 5; **№3.** Xeyr; **№4.** a) xeyr; b) bəli; **№5.** a) kəsişir; b) kəsişir; c) paraleldir; d) - m) kəsişir; **№8.** a) 1,5; b) $6\frac{7}{6}$; c) -15; d) -24; e) -0,4; f) -28; **№9.** a) -6; b) 24; c) 0,625; d) -5,4; e)-1; f) 0,1; **№10.** a) $m \neq -48$; b) $m \neq -10$; c) $m \neq -4{,}5$; d) $m \neq -6$; e) $m \neq 0{,}4$; f) $m \neq -\frac{7}{32}$.

səh. 172-173. **№1.** a) $y = 5x - 12$; b) $y = 0{,}75x - 1{,}75$; c) $y = -2x - 18$; d) $y = \frac{10}{13}x + \frac{160}{117}$; **№2.** a) (1;2); b) (-2;1); **№3.** Tənliklər sistemində x və y-in qiymətlərini yerinə qoyub hesablamaqla və ya qrafik qurmaqla; **№4.** b) (2;1); **№6.** a)(3;2); b) (1;-1); c) (3;1); **№7.** $3x - y = 1{,}2$; **№8.** $5x - 2y = 10$; **№9.** Nümunə: a) $x + 4y = 5$; b) $x + 2y = -6$; c) $-3x - 6y = 1$; **№11.** a) bir; b) bir; c) bir; d) sonsuz; e) bir; f) bir.

səh. 175-176. **№1.** 1) a) $x = 0{,}2y + 2{,}4$; b) $x = -7y - 9$; c) $x = 1{,}875y + 1{,}25$; 2) a) $y = 0{,}5x - 12$; b) $y = -\frac{1}{7}x - \frac{9}{7}$; c) $y = 0{,}6x + 0{,}6$; **№2.** a) $\begin{cases} a+3b=6 \\ 2a+b=7 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3a+2=2b+4 \\ b+3=a+3 \end{cases}$; **№3.** a) (5,5;3,5); b) (-2,8; 6,2); c) (4; 3); d) (2;1); e) (-85; -34); f) $\left(1\frac{2}{21}; \frac{52}{63}\right)$; g) (1; 6); h) $\left(-1\frac{5}{14}; -3\frac{3}{14}\right)$; m) (7; -4,5); **№4.** a) (4,4; 1,72); b) $\left(\frac{19}{36}; -\frac{5}{6}\right)$; c) (-3; 1); d) (7; 1); **№5.** a) $\left(\frac{19}{17}; -\frac{7}{17}\right)$; b) (2; 4); c) (1;1); **№6.** a) (-9; 2); b) (12; -2); c) (-15; 12); d) (4; 3); e) (5; -1); f) (2; -1,5); **№7.** a) (0;0); b) (18; 6); c) (53,4; 31,2); **№8.** a) -0,25; ($2\frac{2}{3}$; 0) ; b) 3; (3; 0).

səh. 178-179. **№1.** a) $9x - 12y = 24$; b) $4x + 0{,}2y = -3$; c) $11x + 19y = -34$; d) $75y + 7x = -105$; **№2.** a) (5; -1); **№3.** a) (5; 1); b) (1; -0,5); c) (3;4); d) (-1; 6); e) (-2; -2); f) (3;1); g) (-2;1); h) (-3; -4); m) (0,5; -2); n) (2; 6); k) (9; 7); l) ($-3\frac{3}{7}$; $2\frac{6}{7}$); **№4.** a) $y = x$; b) $y = -1{,}5x + 11$; c) $y = 6x - 23$; d) $y = -2x - 7$; **№5.** $y = 3x + 6$; **№6.** $y = \frac{1}{3}x - 2$; **№7.** a) $y = 1{,}5x + 3$; b) $y = -x - 2$; c) $y = -2x - 2$ və $y = -x + 2$; **№8.** a); b) (4; 4); c) (5; 1); d) ; e) (15; 12); f) (7; -5); **№9.** a) (3; 1); b) (7; 5); c) ($-\frac{2}{19}$; $3\frac{3}{19}$); d) (0; -7); **№10.** a) 61° və 29°; b) 136,25° və 43,75°; c) 36° və 54°.

səh. 180-184. **№2.** a) 47 və 18; bəli; b) 135,5 və 42,5; **№3.** a) 1734; b) 3 misli; $\frac{1}{3}$ hissəsi; c) 48 və 20; **№4.** a) 2,7 m və 1,6 m; b) 18 və 6; c) 18 və 10; **№5.** 40 man.; 170 man.; **№6.** 9 kq və 8 kq; **№7.** 78 *l* və 62 *l*; **№9.** 29,25q və 35,75 q; **№10.** 10 man. və 6 man.; **№ 11.** 14 *l* və 19 *l*; **№12.** a) 10 dm; b) 96 sm^2; **№13.** a) 130; b) 135; c) 67,4; **№14.** a) 86; b) 63; **№ 15.** a) $3\frac{3}{7}$ km/saat və $6\frac{4}{7}$ km/saat; b) 60 km/saat; 12 km/saat; **№16.** 18 km/saat; **№17.** 30 şagird; **№ 18.** a) 51,5° və 128,5°; b) 127,5° və 52,5°; **№19.** a) -1 və 1; b) -20; 29; -39; **№20.** 4 gün; **№21.** 30 kq və 10 kq; **№22.** a) $5\frac{3}{11}$ kq və $31\frac{7}{11}$ kq; b) 18 və 22.

səh. 185. **№1.** 29; **№3.** (2; 1); **№4.** a) $a = -2$; $b = -6$; b) $a \neq -2$; c) $a = -2$; $b \neq -6$; **№5.** a) (0;0); b)(6;6); c) (1; 0); d) (20; 20); **№6.** 34; 68; 58; **№7.** 5 kisə və 7 kisə.

IX. Konqruyent üçbucaqlar

səh. 199. **№1.** MN≅MK, ∠N ≅∠K; **№2.** NC≅KC, ∠N ≅∠K; ∠NMC ≅∠KMC; ∠NCM ≅∠KCM; **№3.** a) 1) 6 sm; 2) 12,5 mm; 3) 7,2 sm; b) 1) 6,8 sm; 2) 10 mm; 3) 8,9 sm; **№4.** Doğrudur; **№5.** Bərabəryanlı üçbucaq olduğunu göstərin; **№6.** a) 75°; b) 30°; c) 45° d) 60°; **№7.** a) 1) bəli; 2) xeyr; 3) xeyr; b) 1) 60°; 2) 124°; 3) 22°; **№8.** Doğrudur; **№9.** 11,4 sm; **№10.** a) 55°, 55°, 70°; b) 44°, 44°, 92°; c) 32°, 74°, 74°; **№11.** 34.4 sm; **№12.** 15 sm; **№ 13.** 22 sm, 22 sm, 31 sm və ya 28 sm, 28 sm, 5 sm.

X. Situasiya məsələləri

səh. 204. **№3.** a) 0,5; b) 1; **№4.** 12,5 m və 12,6 m; **№5.** 478601 sm^2; 481401 sm^2; №6. 11550 sm^3; 18850 sm^3; **№7.** 18,5°C və 18,7°C. **səh. 206-207.** **№1.** a) 0,007%; b) 0,02%; **№2.** b) ≈0,139 ; ≈0,135; **№5.** 0,049; **№6.** a) $a = 0{,}35 \pm 0{,}005$; b) 1,4%. **№7.** 0,8%; 5±0,03; 0,25%; 1,4%; **№8.** a) 3%; b) 0,2%; **№9.** 0,00013%; 0,012%

səh. 209-210. **№1.** Doğrudur; **№2.** 115000 AZN; 124000 AZN; 130000 AZN; **№4.** a) 12,5%; b) 8680 AZN; **№5.** a) 3420 AZN; b) 7535,5 AZN; c) 3600 AZN; **№8.** a) 4 ay; b) 6 ay; c) 12 ay; d) 18 ay; **№9.** 864 AZN; **№10.** 51200 AZN.

səh. 212. **№3.** 51200000; **№4.** a) 5312,5 AZN; b) 5781,25 AZN.

səh. 215. **№2.** a) 10! ; b) 11; **№ 5.** 7 qara, 9 ağ daş; **№ 6.** 60 qəp. ; **№ 8.** (200p + 100q + pq) man.; **№10.** a) 22; b) 85714; **№ 13.** 5000 man; **№ 15.** 700 m.

Buraxılış məlumatı

RİYAZİYYAT 7

Ümumi təhsil müəssisələrinin 7-ci sinifləri üçün
Riyaziyyat fənni üzrə

DƏRSLİK

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Sevda İsmayılova**
Sahib Abdurahimov

Buraxılışa məsul **Rafiq Kazımov**
Üz qabığının dizayneri **Yusif Qabilov**
Dizayner və səhifələyici **Yeganə Rüstəmova**
Multimedia mütəxəssisləri: **Yusif Qabilov**
Kənan Yusifzadə
Redaktor **Yeganə Abdullayeva**
Korrektor **Nigar Əliyeva**
Texniki redaktor **Sevinc Yusifova**
Baş redaktor **Samirə Bektaşi**
Texniki direktor **Allahverdi Kərimov**
Nəşriyyat direktoru **Sevil İsmayılova**

Rəqəmsal mobil texnologiyaların (animasiyalar, multimedia və QR kodlar) dərslik və metodik vəsaitlərdə istifadəsinin ideya müəllifi **Rafiq Kazımov**

© **Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi: 2022-039**

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Hesab-nəşriyyat həcmi 20. Fiziki çap vərəqi 28. Formatı $57x82^{1}/_{8}$.
Kəsimdən sonra ölçüsü: 195x275. Səhifə sayı 224.
Şriftin adı və ölçüsü: məktəb qarnituru 10-12. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Sifariş . Tiraj 154350. Pulsuz. Bakı – 2022

Əlyazmanın yığıma verildiyi və çapa imzalandığı tarix: 20.08.2022

Çap məhsulunu nəşr edən:
“Şərq-Qərb” ASC
(Bakı, AZ1143, Hüseyn Cavid pr., 111)

Çap məhsulunu istehsal edən:
“Təhsil Nəşriyyat-Poliqrafiya” MMC
(Bakı, AZ1052, F.Xoyski küç., 121A (149))

Pulsuz

Əziz məktəbli!

Bu dərslik sizə Azərbaycan dövləti tərəfindən bir dərs ilində istifadə üçün verilir.

O, dərs ili müddətində nəzərdə tutulmuş bilikləri qazanmaq üçün sizə etibarlı dost və yardımçı olacaq.

İnanırıq ki, siz də bu dərsliyə məhəbbətlə yanaşacaq, onu zədələnmələrdən qoruyacaq, təmiz və səliqəli saxlayacaqsınız ki, növbəti dərs ilində digər məktəbli yoldaşınız ondan sizin kimi rahat istifadə edə bilsin.

Sizə təhsildə uğurlar arzulayırıq!

